**UBND TP. TAM KỲ KỲ THI KHẢO SÁT HSG GIỎI LỚP 9 LẦN 2**

**PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO NĂM HỌC 2023-2024**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**MÔN THI: TOÁN**

Ngày 02 tháng 11 năm 2023

*Thời gian: 120 phút(Không tính thời gian giao đề)*

**Câu 1. (4.0 điểm)**

a) Tính giá trị của 

b) Cho các số thực  thỏa mãn . Tính 

**Câu 2. (4.0 điểm)**

a) Giải phương trình: 

b) Trong mặt phẳng tọa độ , cho điểm  và đường thẳng  và  ( là tham số thực khác 0). Gọi  là giao điểm của  và ; hai điểm  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  và  lên trục hoành. Tìm tất cả các giá trị của để diện tích  bằng .

**Câu 3. (4.0điểm)**

a) Một số nguyên tố liên tiếp cách nhau 2 đơn vị được gọi là “**cặp số nguyên tố sinh đôi**”. Chứng minh rằng một cặp số gồm hai số nguyên tố lớn hơn 5 sinh đôi bất kì đều có dạng  với  là số nguyên dương.

b) Cho hai số nguyên dương  sao cho là số nguyên. Chứng minh rằng  là số chính phương.

**Câu 4. (5.0 điểm)** Cho hai đường tròn  và  tiếp xúc ngoài tại  sao cho . Vẽ dây của đường  của đường tròn  và dây  của đường tròn  sao cho tam giác  vuông tại . Gọi  là một tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn  và  trong đó .

a) Chứng minh rằng .

b) Chứng minh rằng ba đường thẳng  và  đồng quy.

c) Xác định vị trí các điểm  và  để tứ giác  có diện tích lớn nhất và tìm diện tích lớn nhất đó.

**Câu 5. (3 điểm)**

Cho  là các số thực không âm, không có hai số nào cùng bằng 0. Chứng minh rằng:



Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

………………………………….**11HẾT11**………………………………….

**HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN**

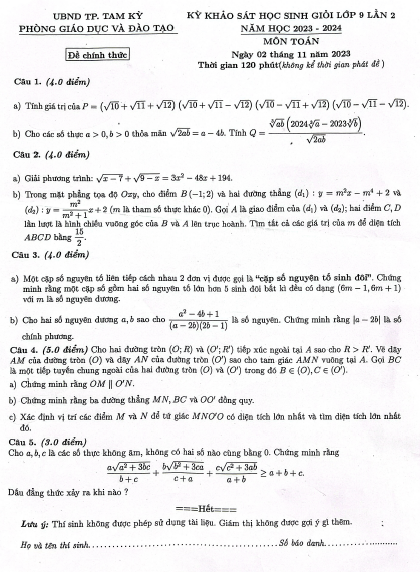
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **CÂU** | **NỘI DUNG** | **ĐIỂM** |
| **Câu 1. (4.0 điểm)**  a) Tính giá trị của  b) Cho các số thực  thỏa mãn . Tính | | |
|  | a) (1,5 điểm)  Ta có: |  |
| **b) (2,4 điểm)**  Ta có:    Vì  nên  Suy ra  Thay  vào biểu thức  ta được |  |
| **Câu 2. (4.0 điểm)**  a) Giải phương trình:  b) Trong mặt phẳng tọa độ , cho điểm  và đường thẳng  và  ( là tham số thực khác 0). Gọi  là giao điểm của  và ; hai điểm  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  và  lên trục hoành. Tìm tất cả các giá trị của để diện tích  bằng . | | |
|  | a) (2,0 điểm)  Điều kiện:  Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:    (Đánh giá đúng ở mỗi căn thức được 0,5 điểm)  Dấu  xảy ra khi và chỉ khi  Mặt khác, ta có:  Dấu  xảy ra khi và chỉ khi  Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  Nếu vế trái của phương trình, thí sinh đánh giá bằng BĐT Cauchy-Schwarz thì vẫn cho điểm tương tự như trên.    Dấu  xảy ra khi và chỉ khi |  |
|  | b) (2,0 điểm)  Phương trình hoành độ giao điểm của  và  là    Suy ra  Vì  lần lượt là hình chiếu của  và  lên trục hoành nên ta có        Giải phương trình trùng phương này, tìm được |  |
| **Câu 3. (4.0điểm)**  a) Một số nguyên tố liên tiếp cách nhau 2 đơn vị được gọi là “**cặp số nguyên tố sinh đôi**”. Chứng minh rằng một cặp số gồm hai số nguyên tố lớn hơn 5 sinh đôi bất kì đều có dạng  với  là số nguyên dương.  b) Cho hai số nguyên dương  sao cho là số nguyên. Chứng minh rằng  là số chính phương. | | |
|  | a) (2,0 điểm)  Giả sử  là một cặp số nguyên tố sinh đôi với .  \* Nếu  có dạng  (với ) thì  là hợp số. Nên mâu thuẫn.  \* Nếu  có dạng  (với ) thì .  Vậy ta hoàn thành chứng minh. |  |
| b) (2,0 điểm)  Do cho  là số nguyên nên  chia hết cho , tức là tồn tại số nguyên  sao cho    Đẳng thức này tương đương với      Đặt . Khi đó    Do  và  là số lẻ nên  lẻ.  Mặt khác  nên  Vậy  là số chính phương. |  |
| **Câu 4. (5.0 điểm)** Cho hai đường tròn  và  tiếp xúc ngoài tại  sao cho . Vẽ dây của đường  của đường tròn  và dây  của đường tròn  sao cho tam giác  vuông tại . Gọi  là một tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn  và  trong đó .  a) Chứng minh rằng .  b) Chứng minh rằng ba đường thẳng  và  đồng quy.  c) Xác định vị trí các điểm  và  để tứ giác  có diện tích lớn nhất và tìm diện tích lớn nhất đó. | | |
|  |  |  |
| a) (1,5 điểm)  Ta có:  (do  cân tại ).  (do  cân tại  và )  Do đó  hay |  |
| b) (1,5 điểm)  Gọi  là giao điểm của  và . Ta có:  Gọi  là giao điểm của  và .  Vì  nên  Suy ra . Do đó .  Vậy ba đường thẳng  và  đồng quy. |  |
| c) (1,5 điểm)  Gọi  là hình chiếu của  trên  Do  là hình thang nên  (do )  Vậy tứ giác  có diện tích lớn nhất là  khi và chỉ khi  . |  |
| **Câu 5. (3 điểm)**  Cho  là các số thực không âm, không có hai số nào cùng bằng 0. Chứng minh rằng:    Dấu đẳng thức xảy ra khi nào? | | |
|  | Áp dụng BĐT AM-GM ta có:    Trong đó  Suy ra  Ta sẽ chứng minh BĐT  trong đó    ,  Không mất tính tổng quát, giả sử . Khi đó ; ;      (Nếu có thí sinh nào ghi “áp dụng BĐT Schur” ta có:  mà không chứng minh dòng này vẫn cho đủ 0,5 điểm)  Ta có:  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  hoặc ;  (nếu thí sinh chỉ ghi đúng một phần nào đó trong mục này thì cho 0,25 điểm) |  |

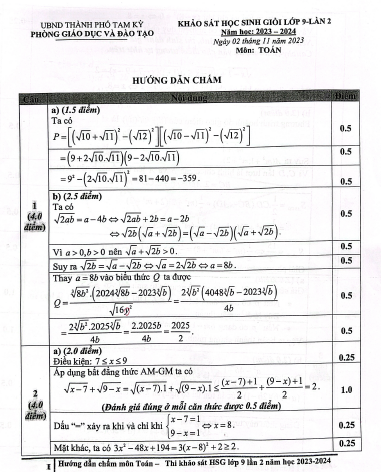
**----------- 11Hết11-----------**

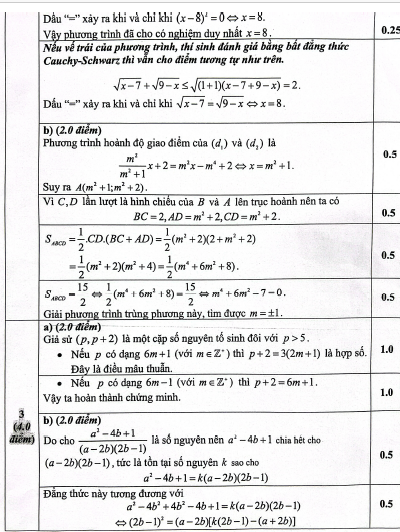
**Chú ý:**

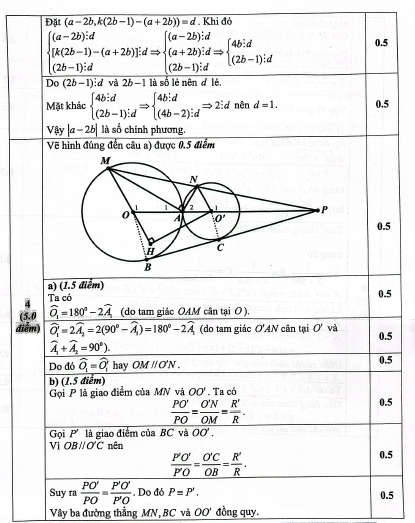
**- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.**

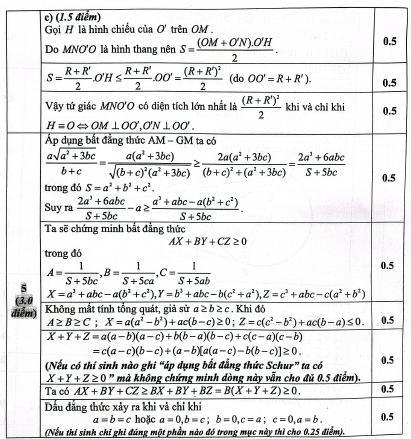
**- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.**

****

****

****

****

****