

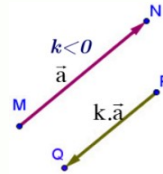
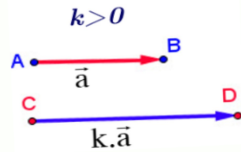
MỤC LỤC

| | | |
|---|---|---------------------------------|
| | ▶ BÀI 3. TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ..... | 2 |
| 2 | | Ⓐ. Tóm tắt kiến thức |
| 3 | | Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản |
| | •Dạng ❶: Xác định vectơ..... | 3 |
| | •Dạng ❷: Dùng tính chất, trung điểm, trọng tâm, ba điểm thẳng hàng. 6 | |
| 9 | | Ⓒ. Dạng toán rèn luyện |
| | •Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn..... | 9 |
| | •Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai..... | 33 |
| | •Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn..... | 65 |

A. Tóm tắt kiến thức

1. Tích của một số với một vectơ

- Cho số k khác 0 và vectơ \vec{a} khác $\vec{0}$. Tích của số k với vectơ \vec{a} là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$.
- Vectơ $k\vec{a}$ cùng hướng với \vec{a} nếu $k > 0$, ngược hướng với \vec{a} nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k| \cdot |a|$.



- Ta quy ước $0\vec{a}$ và $k\vec{0} = \vec{0}$.
- Người ta còn gọi tích một số với một vectơ là tích của một vectơ với một số.

2. Tính chất

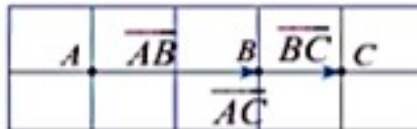
- Với hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bất kì, với mọi số thực t và k , ta có:
 - $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$;
 - $(t + k)\vec{a} = t\vec{a} + k\vec{a}$;
 - $t(k\vec{a}) = (tk)\vec{a}$;
 - $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$.
 - $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$.

3. Điều kiện để hai vectơ cùng phương

- Hai vectơ \vec{a} và \vec{b} (\vec{b} khác $\vec{0}$) cùng phương khi và chỉ khi có số k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$.

Nhận xét:

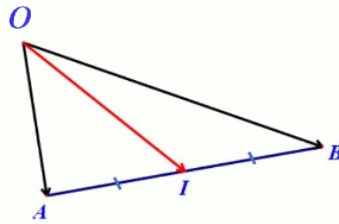
Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi có số k khác 0 để $\vec{AB} = k\vec{AC}$.



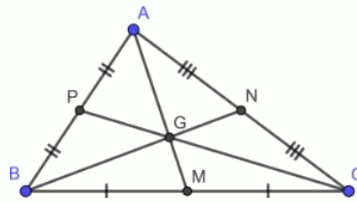
Chú ý: Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Với mọi vectơ \vec{c} luôn tồn tại duy

4. Ứng dụng:

- Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I . Với điểm O tùy ý, ta có: $\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OI}$.



- Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Với điểm O tùy ý, ta có $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$.



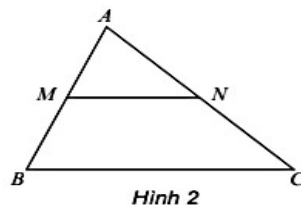
B. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng 1: Xác định vectơ $k\vec{a}$

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC (Hình 2).

Tìm trong hình các vectơ bằng: $2\vec{MN}$; $-\frac{1}{2}\vec{AB}$; $-2\vec{CN}$.



Lời giải

$$\text{Ta có: } 2\vec{MN} = \vec{BC}; \quad -\frac{1}{2}\vec{AB} = \vec{BM} = \vec{MA}; \quad -2\vec{CN} = \vec{AC}.$$

Câu 2: Vật thứ nhất chuyển động thẳng đều từ A đến B với tốc độ là 9 m/s và vật thứ hai chuyển động thẳng đều từ B đến A với tốc độ là 6 m/s . Gọi v_1, v_2 lần lượt là các vectơ vận tốc của vật thứ nhất và vật thứ hai. Có hay không số thực k thỏa mãn $v_1 = kv_2$?

Lời giải

Do tỉ số tốc độ của vật thứ nhất và vật thứ hai là $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ đồng thời hai vật chuyển động ngược hướng nên hai vectơ vận tốc ngược hướng. Suy ra $v_1 = -\frac{3}{2}v_2$.

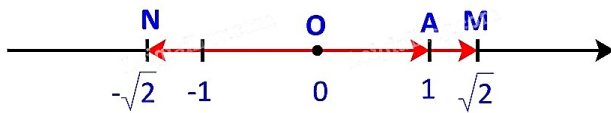
Vậy $k = -\frac{3}{2}$

Câu 3: Cho đoạn thẳng AB và một điểm M tùy ý. Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$.

Lời giải

Ta có $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI} \Leftrightarrow \vec{MI} + \vec{IA} + \vec{MI} + \vec{IB} = 2\vec{MI}$
 $\Leftrightarrow 2\vec{MI} + \vec{IA} + \vec{IB} = 2\vec{MI}$
 $\Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow I$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Câu 4: Trên một trục số, gọi O, A, M, N tương ứng biểu thị các số $0; 1; \sqrt{2}; -\sqrt{2}$. Hãy nêu mối quan hệ về hướng và độ dài của mỗi vectơ \vec{OM}, \vec{ON} với vectơ $a = \vec{OA}$. Viết đẳng thức thể hiện mối quan hệ giữa hai vectơ \vec{OM} và \vec{OA} .



Lời giải

Vecto \vec{OM} và \vec{OA} có cùng giá nên chúng cùng phương.

Mà vecto \vec{OM} và \vec{OA} cùng nằm trên tia OM nên chúng cùng chiều

Vậy vecto \vec{OM} và \vec{OA} cùng hướng.

$$|\vec{OM}| = OM = \sqrt{2} \quad |\vec{OA}| = OA = 1$$

Ngoài ra, \vec{OM} và \vec{OA}

$$\Rightarrow |\vec{OM}| = \sqrt{2} |\vec{OA}|$$

Ta kết luận $\vec{OM} = \sqrt{2} \cdot \vec{OA}$.

Câu 5: Cho B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Tìm số k trong mỗi trường hợp sau:

a) $\vec{CA} = k\vec{CB}$;

b) $\vec{CA} = k\vec{AB}$.

Lời giải

a) Ta có: \vec{CA}, \vec{CB} là hai vectơ cùng hướng và $|\vec{CA}| = 2|\vec{CB}|$

Suy ra $\vec{CA} = 2\vec{CB}$. Vậy $k = 2$

b) Ta có: \vec{CA}, \vec{AB} là hai vectơ ngược hướng và $|\vec{CA}| = 2|\vec{AB}|$. Suy ra $\vec{CA} = -2\vec{AB}$. Vậy $k = -2$.

Câu 6: Cho ba điểm A, B, C . Chứng minh:

a) $2\vec{AB} + 2\vec{BC} = 2\vec{AC}$;

b) $3(5\vec{AC}) + \vec{CB} - 14\vec{AC} = \vec{AB}$.

Lời giải

$$2\vec{AB} + 2\vec{BC} = 2(\vec{AB} + \vec{BC}) = 2\vec{AC}$$

a) Ta có:

$$3(5\vec{AC}) + \vec{CB} - 14\vec{AC} = 15\vec{AC} + \vec{CB} - 14\vec{AC} = 15\vec{AC} - 14\vec{AC} + \vec{CB} = \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{AB}$$

b) Ta có:

• **Dạng ②: Dùng tính chất, trung điểm, trọng tâm, ba điểm thẳng hàng**

☞ **Các ví dụ minh họa**

Câu 7: Cho G là trọng tâm của tam giác ABC và điểm M tùy ý. Chứng minh rằng

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$$

Lời giải

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = (\vec{MG} + \vec{GA}) + (\vec{MG} + \vec{GB}) + (\vec{MG} + \vec{GC})$$

$$= 3\vec{MG} + (\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}) = 3\vec{MG} + \vec{0} = 3\vec{MG}$$

Câu 8: Cho tứ giác $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN .

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$$

Chứng minh

Lời giải

Vì M là trung điểm của AB nên $\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GM}$.

Vì N là trung điểm của CD nên $\vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GN}$.

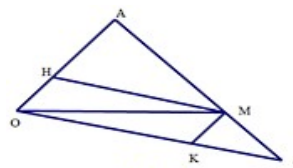
Suy ra $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GM} + 2\vec{GN} = 2(\vec{GM} + \vec{GN}) = 2 \cdot \vec{0} = \vec{0}$

Câu 9:

Cho tam giác OAB . Điểm M thuộc cạnh AB

$$\text{sao cho } \vec{AM} = \frac{2}{3} \vec{AB}$$

Kẻ $\vec{MH} \parallel \vec{OB}, \vec{MK} \parallel \vec{OA}$ (Hình 60).



Hình 60

Giả sử $\vec{OA} = a, \vec{OB} = b$.

a) Biểu thị \vec{OH} theo a và \vec{OK} theo b .

b) Biểu thị \vec{OM} theo a và b .

Lời giải

a) Ta có: $MH \parallel OB, MK \parallel OA$ suy ra

$$\frac{OK}{OB} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}, \frac{OH}{OA} = \frac{BM}{AB} = \frac{1}{3}.$$

Vì \vec{OH} và \vec{OA} cùng hướng và $OH = \frac{1}{3}OA$ nên $\vec{OH} = \frac{1}{3}\vec{OA} = \frac{1}{3}a$.

Vì \vec{OK} và \vec{OB} cùng hướng và $OK = \frac{2}{3}OB$ nên $\vec{OK} = \frac{2}{3}\vec{OB} = \frac{2}{3}b$.

$$\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{OK} = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b.$$

b) Vì tứ giác $O H M K$ là hình bình hành nên

Câu 10:

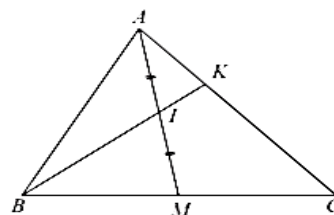
Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AM và K là điểm trên cạnh AC

sao cho $AK = \frac{1}{3}AC$.

a) Tính \vec{BI} theo \vec{BA}, \vec{BC} .

b) Tính \vec{BK} theo \vec{BA}, \vec{BC} .

c) Chứng minh ba điểm B, I, K thẳng hàng.



Hình 6

Lời giải

a) $\vec{BI} = \vec{BA} + \vec{AI} = \vec{BA} + \frac{1}{2}\vec{AM} = \vec{BA} + \frac{1}{2}(\vec{BM} - \vec{BA}) = \frac{1}{2}\vec{BA} + \frac{1}{4}\vec{BC}. (1)$

$$b. \vec{BK} = \vec{BA} + \vec{AK} = \vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{AC} = \vec{BA} + \frac{1}{3}(\vec{BC} - \vec{BA}) - 2 = \frac{2}{3}\vec{BA} + \frac{1}{3}\vec{BC}. \quad (2)$$

$$c) \text{ Ta có: } (1) \Leftrightarrow 4\vec{BI} = 2\vec{BA} + \vec{BC}$$

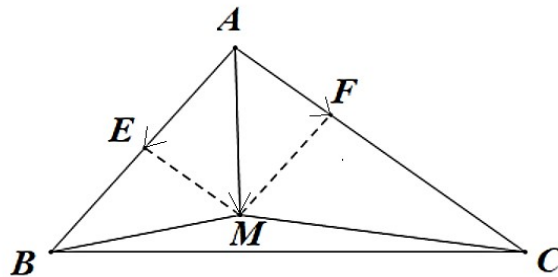
$$(2) \Leftrightarrow 3\vec{BK} = 2\vec{BA} + \vec{BC}$$

$$\text{nên } \vec{BI} - \frac{3}{4}\vec{BK} \quad (3)$$

Từ (3) ta suy ra ba điểm B, I, K thẳng hàng.

Câu 11: Cho tam giác ABC . Hãy xác định điểm M để $\vec{MA} + 3\vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$.

Lời giải



Hình 4.29

Để xác định vị trí của M , trước hết ta biểu thị \vec{AM} (với gốc A đã biết) theo hai vectơ đã biết \vec{AB}, \vec{AC} .

Đẳng thức vectơ đã cho tương đương với:

$$\vec{MA} + 3(\vec{MA} + \vec{AB}) + 2(\vec{MA} + \vec{AC}) = \vec{0} \Leftrightarrow 6\vec{MA} + 3\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

Lấy điểm E là trung điểm của AB và điểm F thuộc cạnh AC sao cho $AF = \frac{1}{3}AC$.

Khi đó $\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ và $\vec{AF} = \frac{1}{3}\vec{AC}$. Vì vậy $\vec{AM} = \vec{AE} + \vec{AF}$.

Suy ra M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $EAFM$.

Ta trở lại vấn đề đã được nêu trong phần đầu bài học. Điểm khối tâm M của hệ các chất điểm A_1, A_2, \dots, A_n với các khối lượng tương ứng m_1, m_2, \dots, m_n được xác định bởi đẳng thức vectơ

$$m_1 \overrightarrow{MA_1} + m_2 \overrightarrow{MA_2} + \dots + m_n \overrightarrow{MA_n} = 0$$

Vì vậy, việc xác định điểm khối tâm được quy về xác định điểm thỏa mãn đẳng thức vectơ tương ứng

Câu 12: Cho ba điểm A, B, C. Chứng minh $3(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}) - 2(\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AB}$

Lời giải

©. Dạng toán rèn luyện

• **Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

Câu 1: Cho tam giác ABC gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GM}$

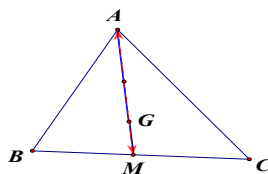
B. $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM} = 0$

C. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AG}$

D. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$

Lời giải

Chọn B



Vì G là trọng tâm của tam giác ABC

Theo tính chất của trọng tâm ta có $\vec{GA} = 2\vec{GM}$ và vectơ \vec{GA} ngược chiều \vec{GM}

$$\Rightarrow \vec{GA} = -2\vec{GM} \Leftrightarrow \vec{GA} + 2\vec{GM} = 0$$

Câu 2: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Mệnh đề nào đúng?

A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 3\vec{GM}$

B. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$

C. $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 0$

D. $\vec{AM} + \vec{BM} + \vec{CM} = 0$

Lời giải

Chọn B

Tính chất của trọng tâm tam giác với M là điểm tùy ý thì $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC . Với điểm M là trung điểm BC và I là điểm tùy ý thì. Mệnh đề nào đúng

A. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = 3\vec{IM}$

B. $\vec{IB} + \vec{IC} = 2\vec{IM}$

C. $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

D. $\vec{IA} + \vec{IB} = 2\vec{IM}$

Lời giải

Chọn B

Tính chất của trung điểm ta có $\vec{IB} + \vec{IC} = 2\vec{IM}$

Câu 4: Cho tam giác ABC , với M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PM} = 0$

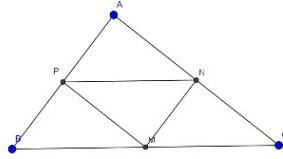
B. $\vec{PB} + \vec{MC} = \vec{PM}$

C. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{AC} = 0$

D. $\vec{AP} + \vec{BM} + \vec{CN} = 0$

Lời giải

Chọn C



Xét A: dễ thấy hiển nhiên đúng.

$$\vec{PB} + \vec{MC} = \vec{PB} + \vec{BM} = \vec{PM}$$

Xét B: . Nên B đúng.

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{AC} = 2\vec{AC} \neq 0$$

Xét C: . Nên C sai.

$$\vec{AP} + \vec{BM} + \vec{CN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}) = 0$$

Xét D: . Nên D đúng.

Câu 5: Cho G là trọng tâm tam giác ABC , gọi I là trung điểm của BC . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\vec{GA} = 2\vec{GI}$.

B. $\vec{IG} = -\frac{1}{3}\vec{IA}$.

C. $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$.

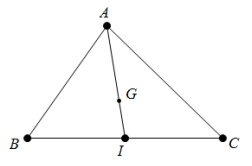
D. $\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GA}$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$$

Theo quy tắc trung điểm ta có



Câu 6: Cho đoạn thẳng AB . Gọi M là một điểm trên đoạn thẳng AB sao cho $AM = \frac{1}{4}AB$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\vec{MB} = -3\vec{MA}$

B. $\vec{BM} = \frac{3}{4}\vec{BA}$

$$\vec{MA} = \frac{1}{3} \vec{MB}$$

C.

$$\vec{AM} = \frac{1}{4} \vec{AB}$$

D.

Lời giải

Chọn C



Ta có, \vec{MA} và \vec{MB} ngược hướng nên $\vec{MA} = \frac{1}{3} \vec{MB}$ sai.

Câu 7: Chọn khẳng định đúng:

A. Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$.

B. Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{BG} + \vec{GC} = 0$.

C. Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{AG} + \vec{GC} = 0$.

D. Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$.

Câu 8: Cho E là trung điểm đoạn thẳng PQ và điểm M bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\vec{EP} = \vec{EQ}$

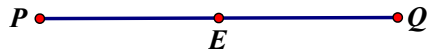
B. $\vec{PQ} = 2\vec{QE}$

C. $\vec{MP} + \vec{MQ} = \vec{ME}$

D. $\vec{EQ} + \vec{EP} = 0$

Lời giải

Chọn D



$$\vec{EQ} + \vec{EP} = \vec{0}$$

Theo tính chất trung điểm của đoạn thẳng ta có:

Câu 9: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\vec{AB} = -3\vec{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\vec{BC} = -4\vec{AC}$

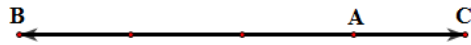
B. $\vec{BC} = -2\vec{AC}$

C. $\vec{BC} = 2\vec{AC}$

D. $\vec{BC} = 4\vec{AC}$

Lời giải

Chọn D



Câu 10: Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC . Khẳng định nào sau đây đúng

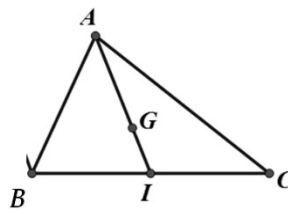
A. $\vec{BI} = \vec{IC}$

B. $3\vec{BI} = 2\vec{IC}$

C. $\vec{BI} = 2\vec{IC}$

D. $2\vec{BI} = \vec{IC}$

Lời giải



Chọn A

Vì I là trung điểm của BC nên $BI = CI$ và \vec{BI} cùng hướng với \vec{IC} do đó hai vectơ \vec{BI} , \vec{IC} bằng nhau hay $\vec{BI} = \vec{IC}$.

Câu 11: Cho $a \neq 0$ và điểm O . Gọi M, N lần lượt là hai điểm thỏa mãn $\vec{OM} = 3a$ và $\vec{ON} = -4a$. Khi đó:

A. $\overline{MN} = 7a$

B. $\overline{MN} = -5a$

C. $\overline{MN} = -7a$

D. $\overline{MN} = 5a$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overline{MN} = \overline{ON} - \overline{OM} = -4a - 3a = -7a$

Câu 12: Tìm giá trị của m sao cho $a = mb$, biết rằng a, b ngược hướng và $|a| = 5, |b| = 15$

A. $m = 3$

B. $m = -\frac{1}{3}$

C. $m = \frac{1}{3}$

D. $m = -3$

Lời giải

Chọn B

$$m = -\frac{|a|}{|b|} = -\frac{5}{15} = -\frac{1}{3}$$

Do a, b ngược hướng nên

Câu 13: Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng là:

A. $\overline{AB} = \overline{AC}$

B. $\exists k \neq 0: \overline{AB} = k \cdot \overline{AC}$

C. $\overline{AC} - \overline{AB} = \overline{BC}$

D. $\overline{MA} + \overline{MB} = 3\overline{MC}, \forall$ điểm M

Lời giải

Chọn B.

Câu 14: Cho ΔABC . Đặt $\overline{a} = \overline{BC}, \overline{b} = \overline{AC}$. Các cặp vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $2\overline{a} + \overline{b}, \overline{a} + 2\overline{b}$

B. $\overline{a} - 2\overline{b}, 2\overline{a} - \overline{b}$

C. $5a + b, -10a - 2b$

D. $a + b, a - b$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $-10a - 2b = -2(5a + b) \Rightarrow 5a + b$ và $-10a - 2b$ cùng phương.

Câu 15: Cho hình bình hành $ABCD$ có M là giao điểm của hai đường chéo. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

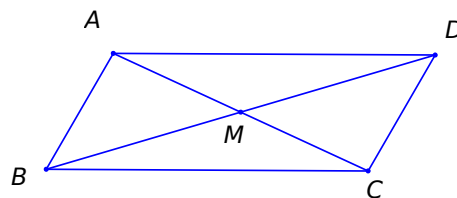
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$

Lời giải

Chọn D



$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ sai vì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ đối nhau.

Câu 16: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và trung tuyến AM . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

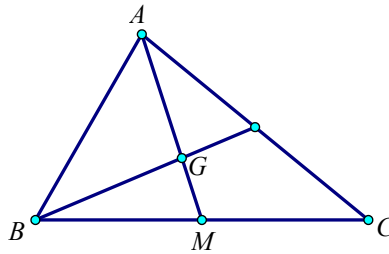
B. $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$, với mọi điểm O .

Lời giải

Chọn C



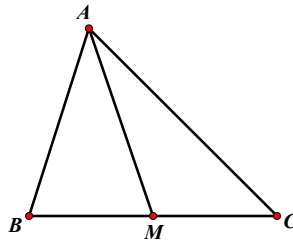
Ta phải có $\vec{AM} = -3\vec{MG}$.

Câu 17: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM , tìm khẳng định đúng?

- A. $\vec{AM} = \vec{AB} + 2\vec{BM}$ B. $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$
- C. $\vec{AM} = -\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$ D. $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} - \vec{AC})$

Lời giải

Chọn B



Theo tính chất trung điểm đoạn thẳng ta có: $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$.

Suy ra: $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

Câu 18: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\vec{AB} + \vec{AD} = 3\vec{AO}$ B. $2\vec{AB} + 3\vec{AC} + 2\vec{AD} = 5\vec{AC}$
- C. $\vec{AB} + \vec{AD} = 2\vec{AC}$ D. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AO}$

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình bình hành $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ nên:

$$2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AD} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{AC}$$

Câu 19: Cho tam giác ABC và I là trung điểm của cạnh BC . Điểm G có tính chất nào sau đây là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm tam giác ABC ?

A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$

B. $IA = 3GI$

C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$

D. $GA = 2GI$

Lời giải

Chọn A.

Câu 20: Cho hai điểm A và B phân biệt. Điều kiện cần và đủ để I là trung điểm AB là

A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$

B. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$

C. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$

D. $AI = BI$

Lời giải

Chọn B

I là trung điểm $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$

Câu 21: Cho ΔABC có M là trung điểm BC , G là trọng tâm ΔABC . Khẳng định nào **sai**?

A. $\forall O: \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$

B. $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM} = \vec{0}$

C. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào tính chất trọng tâm ta suy ra các mệnh đề A, B, D đúng.

Mệnh đề C sai.

Câu 22: Cho C nằm giữa A và B sao cho $AC = 3CB$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\overline{AB} = 4\overline{BC}$

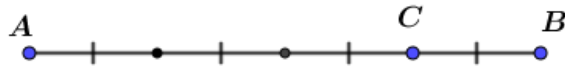
B. $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{BC}$

C. $\overline{AC} = -3\overline{BC}$

D. $\overline{AC} = \frac{-3}{4}\overline{AB}$

Lời giải

Chọn C



➤ $\overline{AB} = -4\overline{BC}$ nên đáp án A và B sai.

➤ $\overline{AC} = \frac{3}{4}\overline{AB}$ đáp án D sai.

Câu 23: Trên đường thẳng cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C , với $\overline{AB} = 2a, \overline{AC} = 6a$.
 Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overline{BC} = -2\overline{BA}$

B. $\overline{BC} = -2\overline{AB}$

C. $\overline{BC} = 4\overline{AB}$

D. $\overline{BC} = \overline{AB}$

Lời giải

Chọn A



$\overline{AB} = 2a \Rightarrow \overline{BC} = 4a = 2\overline{AB}$
 Có

Mà $\overline{BC}; \overline{AB}$ cùng hướng nên $\overline{BC} = 2\overline{AB} \Rightarrow \overline{BC} = -2\overline{BA}$

Câu 24: Cho hình chữ nhật $ABCD$, I, K lần lượt là trung điểm của BC và CD . Chọn đẳng thức đúng.

A. $\overline{AI} + \overline{AK} = 2\overline{AC}$

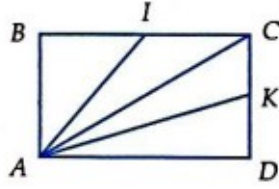
B. $\overline{AI} + \overline{AK} = \overline{AB} + \overline{AD}$

C. $\overline{AI} + \overline{AK} = \overline{IK}$

D. $\overline{AI} + \overline{AK} = \frac{3}{2}\overline{AC}$

Lời giải

Đáp án D



$$AI + AK = \frac{1}{2}(AB + AC) + \frac{1}{2}(AD + AC) = AC + \frac{1}{2}(AB + AD) = \frac{3}{2}AC$$

Câu 25: Cho $\triangle ABC$, AM, BN, CP là các trung tuyến. D, E, F là trung điểm của AM, BN và CP . Với O là điểm bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- | | |
|--|---|
| <p>A. $OA + OB + OC = OD + OE + OF$</p> | <p>B. $2(OA + OB + OC) = 3(OD + OE + OF)$</p> |
| <p>C. $OA + OB + OC = 2(OD + OE + OF)$</p> | <p>D. $OA + OB + OC = 3(OD + OE + OF)$</p> |

Lời giải

Ta có: $2OA + OB + OC = 2OA + 2OM = 4OD$ (1)

Tương tự $OA + 2OB + OC = 4OE$ (2)

$OA + OB + 2OC = 4OF$ (3)

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta được đáp án **A**

Đáp án A

Câu 26: Cho tam giác ABC đều tâm O , M là điểm bất kì trong tam giác. Hình chiếu của M xuống ba cạnh lần lượt là D, E, F . Hệ thức nào sau đây là đúng?

- | | |
|--|--|
| <p>A. $MD + ME + MF = \frac{1}{2}MO$</p> | <p>B. $MD + ME + MF = \frac{2}{3}MO$</p> |
| <p>C. $MD + ME + MF = \frac{3}{4}MO$</p> | <p>D. $MD + ME + MF = \frac{3}{2}MO$</p> |

Lời giải

$$A_1B_1 \parallel AB, A_2C_1 \parallel AC, B_2C_2 \parallel BC$$

Qua M kẻ các đường thẳng

⇒ $\Delta MB_1C_1, \Delta MA_1C_2, \Delta MA_2B_2$
 Các tam giác đều

$$MD = \frac{1}{2}(MB_1 + MC_1), ME = \frac{1}{2}(MA_1 + MC_2), MF = \frac{1}{2}(MB_2 + MA_2)$$

Ta có:

$$\Rightarrow MD + ME + MF = \frac{1}{2}(MA_1 + MA_2) + \frac{1}{2}(MB_1 + MB_2) + \frac{1}{2}(MC_1 + MC_2)$$

$$= \frac{1}{2}(MA + MB + MC) = \frac{3}{2}MO$$

Đáp án D.

Câu 27: Cho tam giác đều ABC . Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. $\vec{AB} - \vec{BC} = 0$

B. $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$

C. $\vec{AB} = \vec{AC}$

D. $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{CA}$

Lời giải

Chọn B

Vì ΔABC đều nên $AB = AC \Rightarrow |\vec{AB}| = |\vec{AC}|$

Câu 28: Cho tam giác ABC , có bao nhiêu điểm M thỏa $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 5$?

A. 1.

B. 2.

C. vô số.

D. Không có điểm nào.

Lời giải

Chọn C

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , ta có:

$$|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 5 \Leftrightarrow |3\overline{MG}| = 5 \Leftrightarrow MG = \frac{5}{3}$$

Vậy quỹ tích điểm M là đường tròn tâm G , bán kính $\frac{5}{3}$.

Câu 29: Trên trục tọa độ $(O; e)$, các điểm A, B và C có tọa độ lần lượt là $-1; 2$ và 3 . Tìm giá trị của $\overline{AB} + 2\overline{AC}$.

- A. 11 . B. 1 . C. 7 . D. -11 .

Lời giải

Chọn A

$$\overline{AB} = 2 - (-1) = 3, \overline{AC} = 3 - (-1) = 4 \Rightarrow \overline{AB} + 2\overline{AC} = 3 + 2 \cdot 4 = 11$$

Câu 30: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4a$ và $AD = 3a$. Độ dài của vectơ $\overline{BA} + \overline{DA}$ bằng:

- A. $5a$. B. $6a$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $7a$.

Lời giải

Chọn A

Từ B kẻ $\overline{BE} = \overline{DA}$

Áp dụng quy tắc hình hành: $\overline{BA} + \overline{DA} = \overline{BA} + \overline{BE} = \overline{BF}$ (Với F là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật $ABEF$)

$$\Rightarrow |\overline{BF}| = \sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a$$

Câu 31: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng $2a$. Khi đó $|\overline{AB} + \overline{AC}|$ bằng:

- A. a . B. $2\sqrt{3}a$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. D. $2a$.

Lời giải

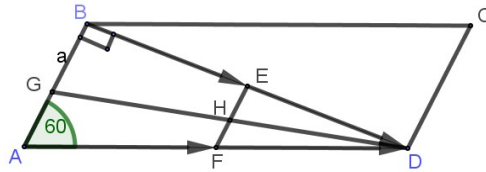
Chọn B

Ta có: $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |2\vec{AM}| = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = 2\sqrt{3}a$

Câu 32: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = a, AB \perp BD, \angle BAD = 60^\circ$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BD, AD . Độ dài vectơ $\vec{BE} + \vec{AF}$ là

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$ D. $2a$

Lời giải



Chọn A

Ta có: $BD = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$. $GD = \sqrt{BD^2 + BG^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + 3a^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

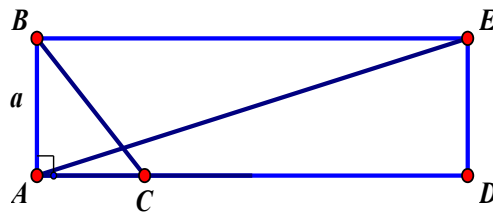
$\vec{BE} + \vec{AF} = -(\vec{DE} + \vec{DF}) = -2\vec{DH} = -\vec{DG} \Rightarrow |\vec{BE} + \vec{AF}| = DG = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

Câu 33: Cho tam giác ABC vuông cân tại $A, AB = a$. Tính độ dài vectơ $\vec{AB} + 4\vec{AC}$.

- A. $\sqrt{20}a$ B. $5a$ C. $17a$ D. $\sqrt{17}a$

Lời giải

Chọn D



Dựng các điểm D, E sao cho $\vec{AD} = 4\vec{AC}$ và tứ giác $ABED$ là hình bình hành.

Khi đó $|\vec{AB} + 4\vec{AC}| = |\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{AE}| = \sqrt{a^2 + (4a)^2} = a\sqrt{17}$

Câu 34: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng 1. Ta có

A. $|\vec{AB} - \vec{CA}| = \sqrt{3}$

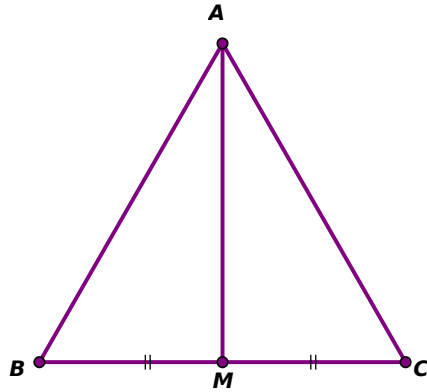
B. $|\vec{AB} - \vec{CA}| = 0$

C. $|\vec{AB} - \vec{CA}| = 2$

D. $|\vec{AB} - \vec{AC}| = 0$

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC ta có $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $|\vec{AB} - \vec{CA}| = |\vec{AB} + \vec{AC}| = 2|\vec{AM}| = \sqrt{3}$

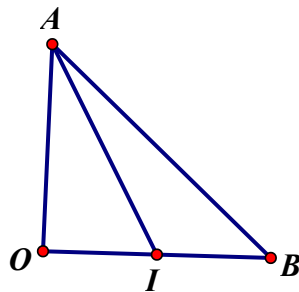
Nên $|\vec{AB} - \vec{CA}| = |\vec{AB} + \vec{AC}| = 2|\vec{AM}| = \sqrt{3}$

Câu 35: Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = a$. Tính $|\vec{2OA} - \vec{OB}|$

- A. $a\sqrt{5}$. B. $2a\sqrt{2}$. C. a . D. $(1 + \sqrt{2})a$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\vec{2OA} - \vec{OB} = \vec{OA} + \vec{BA} = -(\vec{AO} + \vec{AB}) = -2\vec{AI} = 2\vec{IA}$ với I là trung điểm của OB .

Do đó: $|\vec{2OA} - \vec{OB}| = |2\vec{IA}| = 2IA$.

$$|\vec{CA} - \vec{MC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

C.

$$|\vec{CA} - \vec{MC}| = \frac{3a}{2}$$

D.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|\vec{CA} - \vec{MC}| = |\vec{CA} + \vec{CM}| = |\vec{2CI}| = 2CI$ (I là trung điểm của AM)

$$= 2 \cdot \sqrt{CM^2 + IM^2} = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

Câu 41: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và có $BC = 3$. Tính $|\vec{AB} + \vec{AC}|$.

A. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 6$

A.

B. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3\sqrt{3}$

B.

C. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3\sqrt{2}$

C.

D. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3$

D.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của BC . Ta có: $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{2AI}| = 2AI = BC = 3$

Câu 42: Cho tam giác đều ABC có $AB = 3$. M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . G là trọng tâm tam giác MNP . Môđun của \vec{AG} nhận giá trị nào dưới đây?

A. $\sqrt{3}$

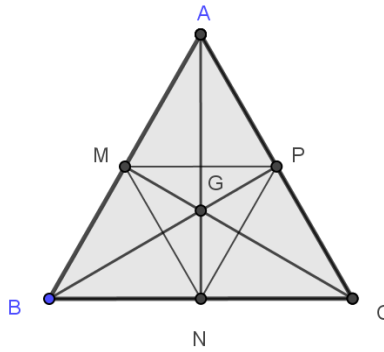
B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn A



Ta có: AN, BP, CM là các đường trung tuyến của tam giác ABC cũng là các đường trung tuyến của tam giác MNP .

Nên G là trọng tâm tam giác MNP cũng là trọng tâm của tam giác ABC .

$$AN = \sqrt{AC^2 - NC^2} = \sqrt{9 - \frac{9}{4}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

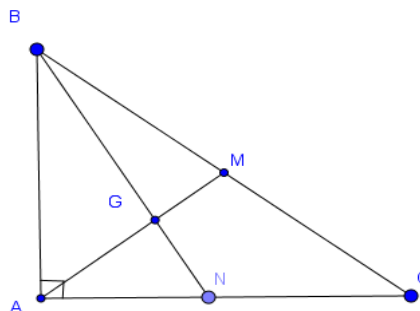
$$|\vec{AG}| = \left| \frac{2}{3} \vec{AN} \right| = \frac{2}{3} AN = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

Câu 43: Cho tam giác ABC vuông tại A , trọng tâm G , có $AB = 3$, $AC = 4$. Véc tơ \vec{AG} có độ dài là

- A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{14}{3}$

Lời giải

Chọn C



Vì tam giác ABC vuông tại A nên $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5$

$$AM = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$$

Trung tuyến

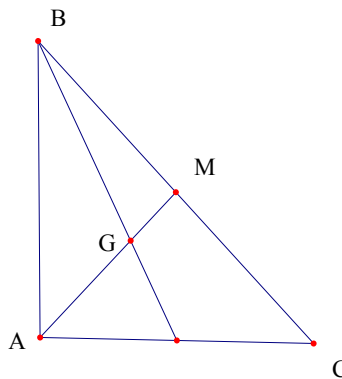
$$|\overrightarrow{AG}| = AG = \frac{2}{3}AM = \frac{5}{3}.$$

Câu 44: Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 45$. Tính $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}|$.

- A. 45. B. $3\sqrt{5}$. C. 15. D. 30.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC .

Tam giác ABC vuông tại A , suy ra $AM = \frac{BC}{2}$.

$$|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 2GM = \frac{2}{3}AM = \frac{BC}{3} = \frac{45}{3} = 15.$$

Ta có

Câu 45: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2, AD = 3$. Giá trị của biểu thức $T = |\overrightarrow{3AB} + 2\overrightarrow{AD}|$ bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $2\sqrt{6}$. C. 12. D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$T^2 = |3\vec{AB} + 2\vec{AD}|^2 = 9AB^2 + 12\vec{AB} \cdot \vec{AD} + 4AD^2 = 9AB^2 + 4AD^2 = 72$$

Ta có

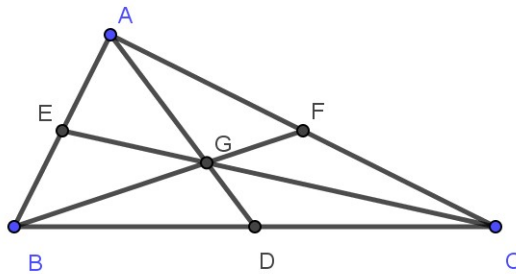
Vậy $T = 6\sqrt{2}$.

Câu 46: Gọi G là trọng tâm của tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 45$. Tính $|\vec{GB} + \vec{GC}|$

- A. 45. B. $3\sqrt{5}$. C. 15. D. 30.

Lời giải

Chọn C



Gọi D là trung điểm của BC .

Vì tam giác ABC vuông tại A , nên $AD = \frac{1}{2}BC = \frac{45}{2}$.

$$|\vec{GB} + \vec{GC}| = 2|\vec{GD}| = \frac{2}{3}|\vec{AD}| = \frac{2}{3} \cdot \frac{45}{2} = 15$$

Ta có

Câu 47: Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vectơ $\vec{AB} - \vec{GC}$ là

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\vec{AB} - \vec{GC} = \vec{AG} + \vec{GB} - \vec{GC} = \vec{GB} - (\vec{GA} + \vec{GC}) = \vec{GB} + \vec{GB} = 2\vec{GB}$$

Ta có

$$|\vec{AB} - \vec{GC}| = 2|\vec{GB}| = 2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$$

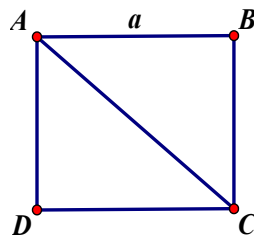
Suy ra

Câu 48: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC} + \vec{AD}|$.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $a\sqrt{2}$ C. $2a\sqrt{2}$ D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn A



$$|\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC} + \vec{AD}| = |(\vec{AB} + \vec{AD}) - \frac{1}{2}\vec{AC}| = |\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AC}| = |\frac{1}{2}\vec{AC}| = \frac{1}{2}AC$$

Ta có:

Mà hình vuông $ABCD$ cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

$$|\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC} + \vec{AD}| = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

Suy ra:

Câu 49: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}|$.

- A. $3a$ B. $(2 + \sqrt{2})a$ C. $a\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}a$

Lời giải

Chọn D

Ta có $AC = a\sqrt{2}$ suy ra $|\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}| = 2|\vec{AC}| = 2\sqrt{2}a$.

Câu 50: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\vec{CA} - \vec{HC}|$.

A. $|\vec{CA} - \vec{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

B. $|\vec{CA} - \vec{HC}| = 5$

C. $|\vec{CA} - \vec{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$

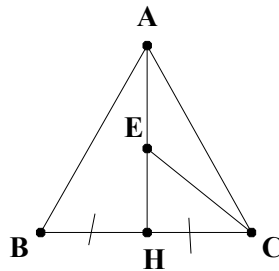
D. $|\vec{CA} - \vec{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|\vec{CA} - \vec{HC}| = |\vec{CA} + \vec{CH}| = |\vec{2CE}| = 2CE$ (với E là trung điểm của AH).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ (ΔABC đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\vec{CA} - \vec{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}$$

Câu 51: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính $|\vec{AO} + \vec{AB}|$

A. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

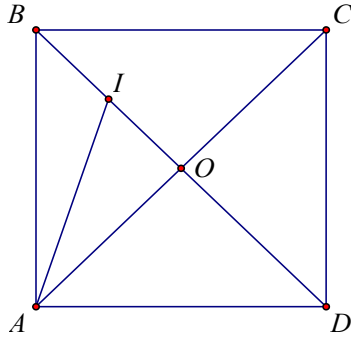
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{10}}{4}$

D. $\frac{5a^2}{2}$

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm BO . Ta có $|\vec{AO} + \vec{AB}| = |\vec{2AI}| = 2AI$.

Xét tam giác vuông AOI , ta có:

$$AI^2 = AO^2 + OI^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{4}\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{5a^2}{8}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{10}}{4}$$

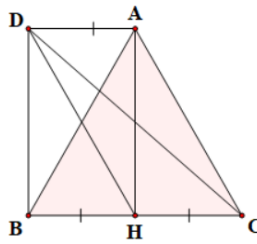
Vậy $|\vec{AO} + \vec{AB}| = 2AI = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 52: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a , gọi H là trung điểm của cạnh BC . Tính $|\vec{CA} - \vec{HC}|$.

- A.** $\frac{\sqrt{7}a}{2}$ **B.** $\frac{a\sqrt{7}}{4}$ **C.** $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$ **D.** $\frac{a}{2}$

Lời giải

Chọn A



Gọi D là điểm thỏa mãn $\vec{AD} = \vec{CH}$. Khi đó, $|\vec{CA} - \vec{HC}| = |\vec{CA} + \vec{CH}| = |\vec{CD}| = CD$.

Ta thấy, $\vec{AD} = \vec{HB}$ và $\vec{CH} = \vec{HB}$ (do H trung điểm BC).

Suy ra, $AHBD$ là hình bình hành. Mà $AH \perp BC$ (vì $\triangle ABC$ đều). Vậy $AHBD$ là hình chữ nhật.

Suy ra, $BD \perp BC$ và $BD = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Áp dụng định lí Py-ta-go vào $\triangle DBC$ vuông tại B , có:

$$CD^2 = BD^2 + BC^2 = \frac{3a^2}{4} + a^2 = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow CD = \frac{a\sqrt{7}}{2} \quad |\vec{CA} - \vec{HC}| = CD = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

. Vậy .

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$ và các điểm M, N, P thỏa mãn

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB}, \vec{AN} = \frac{1}{6}\vec{AC}, \vec{AP} = \frac{1}{4}\vec{AD}.$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\vec{AN} = \frac{1}{6}(\vec{AB} + \vec{AD})$

b) $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AD}$.

c) $\vec{MP} = \frac{1}{3}\vec{AD} - \frac{1}{2}\vec{AB}$

d) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Câu 2. Cho ngũ giác $ABCDE$. Các điểm M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các đoạn EA, AB, BC, CD, MP, NQ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\overline{RS} = \frac{1}{2}(\overline{MN} + \overline{PQ})$

b) $\overline{RS} = \frac{1}{3}\overline{ED}$.

c) RS cắt ED

d) $\overline{RS} = \frac{1}{4}\overline{ED}$

Câu 3. Cho bốn điểm A, B, C, D có M, N là trung điểm của AB, CD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\overline{MA} + \overline{MB} = 0$

b) $\overline{NC} + \overline{ND} = 0$.

c) $\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AC}$

d) $2\overline{MN} = \overline{AC} + \overline{BD}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G , M là trung điểm của BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\overline{MD} = \overline{MG} + \overline{GD}$

b) $\overline{AG} = 2\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$

$$c) \vec{CD} = \vec{AB} - \vec{AC} + \frac{1}{3} \vec{BN}$$

$$d) \vec{MD} = -\frac{5}{6} \vec{AB} + \frac{1}{6} \vec{AC}$$

Câu 5. Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BN, CP . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$

b) $\vec{BA} + \vec{BC} = 3\vec{BN}$

c) $\vec{AB} = -\frac{2}{3} \vec{BN} - \frac{2}{3} \vec{CP}$

d) $\vec{BC} = -\frac{2}{3} \vec{CP} + \frac{2}{3} \vec{BN}$

Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O, M là một điểm bất kỳ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

b) $\vec{AB} + 5\vec{AC} + \vec{AD} = 6\vec{AC}$

c) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = \vec{MO}$

d) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$

Câu 7. Cho tứ giác $OABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\vec{AM} = \vec{AO} + \vec{AB}$

b) $\vec{AM} = \frac{1}{2} \vec{OB} - \vec{OA}$

$$c) \vec{BN} = \frac{1}{3} \vec{OC} - \vec{OB}$$

$$d) \vec{MN} = \frac{1}{2} (\vec{OC} - \vec{OB})$$

Câu 8. Cho ΔABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$a) 2\vec{CM} = \vec{CB} + \vec{CA}$$

$$b) \vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{CM} - \frac{4}{3}\vec{BN}$$

$$c) \vec{AC} = \frac{4}{3}\vec{CM} + \frac{2}{3}\vec{BN}$$

$$d) \vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{BN} - \frac{1}{3}\vec{CM}$$

Câu 9. Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O, H là trực tâm tam giác, D là điểm đối xứng của A qua O . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$a) BD \parallel CH$$

$$b) CD \parallel BH$$

$$c) \vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 3\vec{HO}$$

$$d) \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OH}$$

Câu 10. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$a) |\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}| = |\vec{AM} - \vec{AB}| \text{ khi và chỉ khi tập hợp điểm } M \text{ là đường tròn tâm } B, \text{ bán kính } R = CG.$$

- b) $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng GI (với I là trung điểm của BC).
- c) $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 2028$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường tròn tâm G , bán kính $R = 626$.
- d) $|\overrightarrow{3AM} - \overrightarrow{3AC}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng IC với $AI = \frac{2}{3}AB$.

Câu 11. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD, AB = 2AD = 2CD, E$ là trung điểm cạnh AB . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- | | Mệnh đề | Đúng Sai |
|----|--|-----------------|
| a) | $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$ | |
| b) | $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{CB}$ | |
| c) | $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CE}$ | |
| d) | $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EC}$ | |
| e) | $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EB} = 3\overrightarrow{DC}$ | |
| f) | $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB})$ | |

Câu 12. Cho ΔABC . Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = 3BI$ và J là điểm trên BC kéo dài sao cho $5JB = 2JC$. Phân tích các vectơ $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}$ theo cặp vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- | | Mệnh đề | Đúng Sai |
|----|---|-----------------|
| a) | $2\overrightarrow{IC} = -3\overrightarrow{IB}$ | |
| b) | $5\overrightarrow{JB} = 3\overrightarrow{JC}$ | |
| c) | $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ | |

$$d) \vec{AJ} = \frac{5}{3} \vec{AB} - \frac{2}{3} \vec{AC}$$

Câu 13. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và P

là điểm thỏa mãn hệ thức: $\vec{OP} = -\frac{1}{3} \vec{OA}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\vec{OA} + 3\vec{OP} = 0$

b) $3\vec{AP} - 3\vec{AC} = 0$

c) Ba điểm B, P, N không thẳng hàng

d) Ba đường thẳng AC, BD, MN đồng quy

Câu 14. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Lấy hai điểm I, J sao cho: $2\vec{IA} + 3\vec{IC} = 0$ và $2\vec{JA} + 5\vec{JB} + 3\vec{JC} = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) M, N, J thẳng hàng.

b) $\vec{JM} = \frac{3}{2} \vec{JN}$

c) J là trung điểm của BI .

d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\vec{AE} = \frac{5}{7} \vec{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng.

Câu 15. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD, K là trung điểm IJ, M là điểm bất kì. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$\text{a) } \overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{IJ}$$

$$\text{b) } \overline{AD} + \overline{BC} = 2\overline{IJ}$$

$$\text{c) } \overline{MI} + \overline{MJ} = \overline{MK}$$

$$\text{d) } \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = 4\overline{MK}$$

Câu 16. Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC . Gọi G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , AA' là đường kính của (O) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$\text{a) } \overline{BH} = \overline{AC}$$

$$\text{b) } \overline{AH} = 2\overline{OM}$$

$$\text{c) } \overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = 3\overline{HO}$$

$$\text{d) } \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OH}$$

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC và CD . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$\text{a) } \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$$

$$\text{b) } \overline{AI} = \overline{AC} + \overline{AB}$$

$$\text{c) } \overline{AI} = \overline{AB} + \frac{3}{2}\overline{AD}$$

$$\text{d) } \overline{AJ} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AD}$$

Câu 18. Cho ΔABC . Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = BI$. J là điểm trên cạnh BC kéo dài sao cho $5JB = JC$. G là trọng tâm ΔABC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$\text{a) } \overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{AG} = \frac{14}{27}\overrightarrow{AI} - \frac{172}{27}\overrightarrow{AJ}$$

Câu 19. Cho ΔABC có trọng tâm G . Gọi I, J là 2 điểm định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \mathbf{0}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$\text{a) } \overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{IJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{IG} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

d) 3 điểm I, J, G thẳng hàng.

Câu 20. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Gọi G là trung điểm EF . Gọi O là điểm bất kì. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$\text{a) } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \mathbf{0}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{EF} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$$

$$\text{d) } \overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$$

Câu 21. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Đặt $\vec{u} = \vec{AB}, \vec{v} = \vec{AE}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\vec{AD} = \vec{u} + \vec{v}$

b) $\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

c) $\vec{AF} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$

d) $\vec{EF} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

Câu 22. Cho ΔABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , B' là điểm đối xứng của B qua G . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) Tứ giác $AGCB'$ là hình bình hành

b) $\vec{CB'} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

c) $\vec{AB'} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

d) $\vec{MB'} = -\frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$

Câu 23. Cho ΔABC . Gọi I là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $IB = 3IC$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) \vec{IB} và \vec{IC} ngược hướng

b) $\vec{AI} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$

c) Gọi J và K lần lượt là các điểm thuộc cạnh AC, AB sao cho $JA = 2JC$,

$$KB = 3KA, \quad \vec{JK} = \frac{1}{4} \vec{AB} - \frac{2}{3} \vec{AC}$$

d) $\vec{BC} = -\frac{20}{17} \vec{AI} - \frac{48}{17} \vec{JK}$

Câu 24. Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức:

$$\vec{BC} + \vec{MA} = 0, \vec{AB} - \vec{NA} - 3\vec{AC} = 0.$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a) $\vec{MN} = 3\vec{AC}$

b) Hai vector \vec{MN}, \vec{AC} cùng phương

c) M thuộc đường thẳng AC

d) Hai đường thẳng MN và AC song song

LỜI GIẢI

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$ và các điểm M, N, P thỏa mãn

$$\vec{AM} = \frac{1}{2} \vec{AB}, \vec{AN} = \frac{1}{6} \vec{AC}, \vec{AP} = \frac{1}{4} \vec{AD}.$$

Khi đó:

$$\vec{AN} = \frac{1}{6} (\vec{AB} + \vec{AD})$$

a)

$$\vec{MN} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{1}{6} \vec{AD}.$$

b)

$$\vec{MP} = \frac{1}{3} \vec{AD} - \frac{1}{2} \vec{AB}$$

c)

d) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.

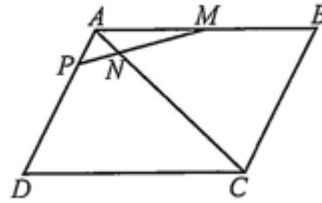
Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng



$$\overline{AN} = \frac{1}{6} \overline{AC} = \frac{1}{6} (\overline{AB} + \overline{AD}) \quad \overline{MN} = \overline{AN} - \overline{AM} = \frac{1}{6} (\overline{AB} + \overline{AD}) - \frac{1}{2} \overline{AB} = -\frac{1}{3} \overline{AB} + \frac{1}{6} \overline{AD}.$$

Ta có:

$$\overline{MP} = \overline{AP} - \overline{AM} = \frac{1}{4} \overline{AD} - \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{6} (\overline{AD} - 2\overline{AB}) = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} (\overline{AD} - 2\overline{AB}) = \frac{2}{3} \overline{MP}$$

Ta có:

$$\overline{MN}, \overline{MP}$$

Suy ra $\overline{MN}, \overline{MP}$ cùng phương.

Vậy ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Câu 2. Cho ngũ giác $ABCDE$. Các điểm M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các đoạn EA, AB, BC, CD, MP, NQ . Khi đó:

a) $\overline{RS} = \frac{1}{2} (\overline{MN} + \overline{PQ})$

b) $\overline{RS} = \frac{1}{3} \overline{ED}$.

c) RS cắt ED

d) $\overline{RS} = \frac{1}{4} \overline{ED}$

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

$$\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ}) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{EB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}\right) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{ED}.$$

Ta có :

Vậy $\overrightarrow{RS} // \overrightarrow{ED}$ và $RS = \frac{1}{4}ED$.

Câu 3. Cho bốn điểm A, B, C, D có M, N là trung điểm của AB, CD . Khi đó:

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$.

c) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$

d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Do M và N là trung điểm của AB, CD nên ta có các đẳng thức:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}, \quad \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}.$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN} \end{cases}$$

Ta lại có

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

Cộng hai đẳng thức trên về theo vế, ta chứng minh được

Câu 4. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G , M là trung điểm của BC . Khi đó:

a) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

$$\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

b)

$$\vec{CD} = \vec{AB} - \vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{BN}$$

c)

$$\vec{MD} = -\frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}.$$

d)

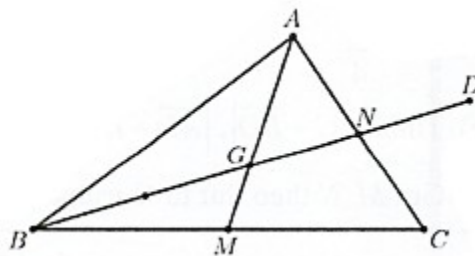
Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng



$$\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

Ta có:

$$\vec{CD} = \vec{CB} + \vec{BD} = \vec{AB} - \vec{AC} + \frac{4}{3}\vec{BN}$$

Ta có:

$$\vec{MD} = \vec{MG} + \vec{GD} = -\frac{1}{3}\vec{AM} + \frac{2}{3}\vec{BN} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) + \frac{2}{3}(\vec{BA} + \vec{AN})$$

Ta có:

$$= -\frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{1}{6}\vec{AC} - \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\vec{AC} = -\frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}.$$

Câu 5. Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BN, CP . Khi đó:

a) G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có: $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

b) $\vec{BA} + \vec{BC} = 3\vec{BN}$

c) $\vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$

d) $\vec{BC} = -\frac{2}{3}\vec{CP} + \frac{2}{3}\vec{BN}.$

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0 \Rightarrow \vec{GB} + \vec{GC} = -\vec{GA}$

Khi đó:

$$\vec{AB} = \vec{GB} - \vec{GA} = \vec{GB} + (\vec{GB} + \vec{GC})$$

$$= 2\vec{GB} + \vec{GC} = -2 \cdot \frac{2}{3} \vec{BN} - \frac{2}{3} \vec{CP}$$

$$= -\frac{4}{3} \vec{BN} - \frac{2}{3} \vec{CP}; \vec{BC} = \vec{GC} - \vec{GB} = -\frac{2}{3} \vec{CP} + \frac{2}{3} \vec{BN}.$$

Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O, M là một điểm bất kỳ. Khi đó:

a) $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

b) $\vec{AB} + 5\vec{AC} + \vec{AD} = 6\vec{AC}$

c) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = \vec{MO}$

d) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

$$\vec{AB} + 5\vec{AC} + \vec{AD} = (\vec{AB} + \vec{AD}) + 5\vec{AC} = \vec{AC} + 5\vec{AC} = 6\vec{AC}$$

Ta có:

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$$

Ta có:

$$= \vec{MO} + \vec{OA} + \vec{MO} + \vec{OB} + \vec{MO} + \vec{OC} + \vec{MO} + \vec{OD}$$

$$= 4\vec{MO} + (\vec{OA} + \vec{OC}) + (\vec{OB} + \vec{OD}) = 4\vec{MO}.$$

Câu 7. Cho tứ giác $OABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC . Khi đó:

a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

b) ;

$$\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$$

c) ;

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB})$$

d) .

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

$$2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

Ta có:

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$$

Ta có:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB})$$

Ta có:

Câu 8. Cho ΔABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó:

a) $2\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$

$$\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CM} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$$

b)

$$\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{CM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$$

c)

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CM}$$

d)

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

$$-\frac{2}{3}\vec{CM} - \frac{4}{3}\vec{BN} = -\frac{1}{3}(\vec{CA} + \vec{CB}) - \frac{2}{3}(\vec{BA} + \vec{BC})$$

Ta có:

$$= \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} - \frac{2}{3}\vec{BC} = \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{BC}$$

$$= \frac{1}{3}(\vec{AC} - \vec{BC}) + \frac{2}{3}\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AB} = \vec{AB}.$$

$$-\frac{4}{3}\vec{CM} - \frac{2}{3}\vec{BN} = -\frac{2}{3}(\vec{CA} + \vec{CB}) - \frac{1}{3}(\vec{BA} + \vec{BC}) = \frac{2}{3}\vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{BC} + \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{BC}$$

Ta có:

$$= \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} + \frac{2}{3}\vec{AC} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{BC}) + \frac{2}{3}\vec{AC} = \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{AC} = \vec{AC}$$

Ta có:

$$\vec{AC} - \vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{CM} + \frac{2}{3}\vec{BN} \Leftrightarrow \vec{BC} = \frac{2}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CM} \Leftrightarrow 2\vec{MN} = \frac{2}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CM}.$$

$$\Leftrightarrow \vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{BN} - \frac{1}{3}\vec{CM}.$$

Câu 9. Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O, H là trực tâm tam giác, D là điểm đối xứng của A qua O . Khi đó:

a) $BD \parallel CH$

b) $CD \parallel BH$

$$\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 3\vec{HO}$$

a) ;

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OH}$$

b)

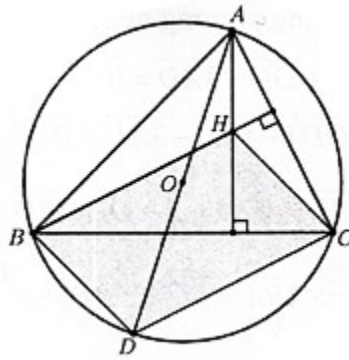
Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Sai



Xét tam giác ABD nội tiếp đường tròn đường kính AD nên $AB \perp BD$; mặt khác $AB \perp CH$ nên $BD \parallel CH$ (1).

Tương tự, tam giác ACD nội tiếp đường tròn đường kính AD nên $AC \perp CD$; mặt khác $AC \perp BH$ nên $CD \parallel BH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BDCH$ là hình bình hành.

Ta có: $\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = \overline{HA} + \overline{HD} = 2\overline{HO}$ (vì O là trung điểm AD).

Ta có: $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OH} + \overline{HA} + \overline{OH} + \overline{HB} + \overline{OH} + \overline{HC}$

$$= 3\overline{OH} + (\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC}) = 3\overline{OH} + 2\overline{HO} = \overline{OH}.$$

Câu 10. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Khi đó:

a) $|\overline{MA} + \overline{MB} - 2\overline{MC}| = |\overline{AM} - \overline{AB}|$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường tròn tâm B , bán kính $R = CG$.

b) $2|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 3|\overline{MB} + \overline{MC}|$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng GI (với I là trung điểm của BC).

c) $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 2028$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường tròn tâm G , bán kính $R = 626$.

d) $|3\overline{AM} - 3\overline{AC}| = |\overline{MA} + 2\overline{MB}|$ khi và chỉ khi tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng IC

$$\overline{AI} = \frac{2}{3}\overline{AB}$$

với

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Lời giải

a) Ta có: $|\overline{MA} + \overline{MB} - 2\overline{MC}| = |\overline{AM} - \overline{AB}| \Leftrightarrow |\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} - 3\overline{MC}| = |\overline{BM}|$

$$\Leftrightarrow |3\overline{MG} - 3\overline{MC}| = |\overline{BM}| \Leftrightarrow |3(\overline{MG} - \overline{MC})| = |\overline{BM}| \Leftrightarrow 3|\overline{CG}| = |\overline{BM}| \Leftrightarrow \overline{BM} = 3\overline{CG}$$

Nhận xét: Ba điểm B, C, G cố định. Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm B , bán kính $R = 3CG$.

b) Ta có: $2|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 3|\overline{MB} + \overline{MC}| \Leftrightarrow 2|\overline{3MG}| = 3|\overline{2MI}|$

(với I là trung điểm của BC).

$$\Leftrightarrow 6\overline{MG} = 6\overline{MI} \Leftrightarrow \overline{MG} = \overline{MI}.$$

Nhận xét: Hai điểm G, I cố định. Vậy tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng GI .

c) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC nên G cố định.

Ta có: $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 2028 \Leftrightarrow |\overline{3MG}| = 2028 \Leftrightarrow 3\overline{MG} = 2028 \Leftrightarrow \overline{MG} = 676$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm G , bán kính $R = 676$.

d) Ta có: $3\overline{AM} - 3\overline{AC} = 3(\overline{AM} - \overline{AC}) = 3\overline{CM}$ (1).

$$\overline{IA} + 2\overline{IB} = 0 \Leftrightarrow \overline{IA} + 2\overline{IA} + 2\overline{AB} = 0 \Leftrightarrow \overline{AI} = \frac{2}{3}\overline{AB}$$

Gọi I thỏa mãn

Suy ra I là điểm cố định. Khi đó:

$$\overline{MA} + 2\overline{MB} = \overline{MI} + \overline{IA} + 2(\overline{MI} + \overline{IB}) = 3\overline{MI} + (\overline{IA} + 2\overline{IB}) = 3\overline{MI} + 0 = 3\overline{MI} \quad (2).$$

Thay (1) và (2) vào hệ thức $|\overrightarrow{3AM} - 3\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$, ta được:

$$|\overrightarrow{3CM}| = |\overrightarrow{3MI}| \Leftrightarrow 3CM = 3MI \Leftrightarrow MC = MI.$$

Vậy tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn thẳng IC .

Câu 11. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD, AB = 2AD = 2CD, E$ là trung điểm cạnh AB . Khi đó:

a) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$;

b) $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{CB}$;

c) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CE}$;

d) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EC}$;

e) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EB} = 3\overrightarrow{DC}$;

f) $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB})$.

Lời giải

a) Đúng

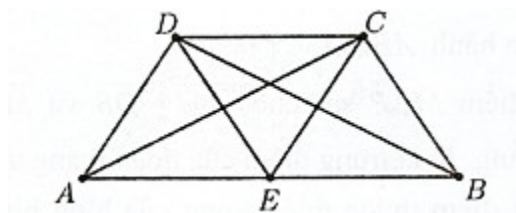
b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

e) Đúng

f) Đúng



$$AE = CD = \frac{1}{2}AB, AE \parallel CD$$

Ta có:

nên $AECD$ là hình bình hành (*).

Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được $BCDE$ là hình bình hành (**).

a) Mệnh đề đúng.

b) Mệnh đề sai (do (**)).

c) Mệnh đề đúng (tính chất trung điểm).

d) Mệnh đề đúng (do (*)).

e) Mệnh đề đúng. Vì $\overline{AB} + \overline{EB} = 2\overline{EB} + \overline{EB} = 3\overline{EB} = 3\overline{DC}$.

f) Mệnh đề đúng (tính chất trung điểm).

Câu 12. Cho $\triangle ABC$. Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = 3BI$ và J là điểm trên BC kéo dài sao cho $5JB = 2JC$. Phân tích các vector $\overline{AI}, \overline{AJ}$ theo cặp vector \overline{AB} và \overline{AC} . Khi đó:

a) $2\overline{IC} = -3\overline{IB}$

b) $5\overline{JB} = 3\overline{JC}$

c) $\overline{AI} = 2\overline{AB} + \frac{2}{5}\overline{AC}$

d) $\overline{AJ} = \frac{5}{3}\overline{AB} - \frac{2}{3}\overline{AC}$

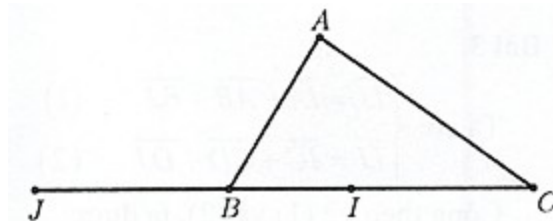
Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng



$$2\overline{IC} = -3\overline{IB} \quad (1), \quad 5\overline{JB} = 2\overline{JC} \quad (2)$$

Theo giả thiết, ta có:

$$2\overline{IC} = -3\overline{IB} \Leftrightarrow 2(\overline{AC} - \overline{AI}) = -3(\overline{AB} - \overline{AI}) \Leftrightarrow 5\overline{AI} = 3\overline{AB} + 2\overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AI} = \frac{3}{5}\overline{AB} + \frac{2}{5}\overline{AC}$$

Từ (1) ta được:

(2) $\vec{5JB} = 2\vec{JC} \Leftrightarrow 5(\vec{AB} - \vec{AJ}) = 2(\vec{AC} - \vec{AJ}) \Leftrightarrow 3\vec{AJ} = 5\vec{AB} - 2\vec{AC} \Rightarrow \vec{AJ} = \frac{5}{3}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$
 Từ ta được:

Câu 13. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và P

là điểm thỏa mãn hệ thức: $\vec{OP} = -\frac{1}{3}\vec{OA}$. Khi đó:

a) $\vec{OA} + 3\vec{OP} = 0$

b) $3\vec{AP} - 3\vec{AC} = 0$

c) Ba điểm B, P, N không thẳng hàng

d) Ba đường thẳng AC, BD, MN đồng quy

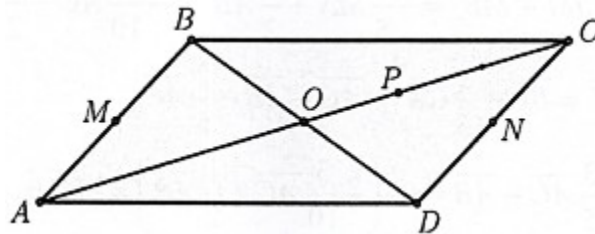
Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng



Ta có: $\vec{OA} = -3\vec{OP} \Leftrightarrow \vec{OA} + 3\vec{OP} = 0$

Khi đó: $3\vec{AP} - 2\vec{AC} = 3(\vec{AO} + \vec{OP}) - 2.2\vec{AO} = \vec{OA} + 3\vec{OP} = 0$

$\vec{OP} = -\frac{1}{3}\vec{OA} = \frac{1}{3}\vec{OC} \Rightarrow P$

Ta có: P là trọng tâm của tam giác BCD , do vậy trung tuyến BN của tam giác BCD đi qua trọng tâm P đó. Vậy ba điểm B, P, N thẳng hàng.

Nhận xét: AC và BD cắt nhau tại tâm O là trung điểm của mỗi đường.

Mặt khác
$$\vec{OM} + \vec{ON} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}) + \frac{1}{2}(\vec{OC} + \vec{OD}) = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OC}) + \frac{1}{2}(\vec{OB} + \vec{OD}) = \vec{0}$$

Do đó O là trung điểm của MN hay AC, BD, MN đồng quy tại O .

Câu 14. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Lấy hai điểm I, J sao cho: $2\vec{IA} + 3\vec{IC} = \vec{0}$ và $2\vec{JA} + 5\vec{JB} + 3\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó:

a) M, N, J thẳng hàng.

$$\vec{JM} = \frac{3}{2} \vec{JN}$$

b)

c) J là trung điểm của BI .

d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\vec{AE} = \frac{5}{7} \vec{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng.

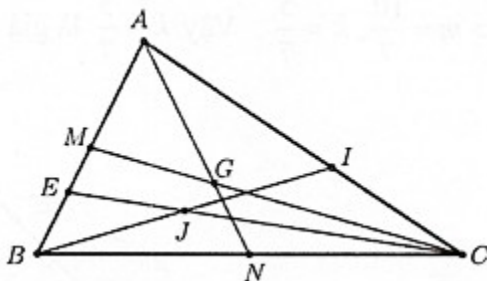
Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng



$$2\vec{JA} + 5\vec{JB} + 3\vec{JC} = 2(\vec{JA} + \vec{JB}) + 3(\vec{JB} + \vec{JC}) = 4\vec{JM} + 6\vec{JN} = \vec{0}$$

a) Ta có:

$$\Rightarrow \vec{JM} = -\frac{3}{2} \vec{JN}$$

. Do đó J, M, N thẳng hàng.

Điểm J thuộc đoạn MN và thỏa mãn $\vec{JM} = \frac{3}{2} \vec{JN}$.

$$\vec{JM} = -\frac{3}{2} \vec{JN} \Leftrightarrow \vec{JM} = -\frac{3}{2} (\vec{JM} + \vec{MN})$$

b) Ta có:

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2} \vec{JM} = -\frac{3}{2} \vec{MN} \Leftrightarrow \vec{JM} = -\frac{3}{5} \vec{MN}$$

$$2\vec{IA} + 3\vec{IC} = 0 \Leftrightarrow 2\vec{IC} + 2\vec{CA} + 3\vec{IC} = 0 \Leftrightarrow \vec{CI} = \frac{2}{5} \vec{CA}$$

$$\vec{JB} = \vec{JM} + \vec{MB} = -\frac{3}{5} \vec{MN} + \frac{1}{2} \vec{AB} = -\frac{3}{10} \vec{AC} + \frac{1}{2} \vec{AB}$$

Khi đó:

$$\vec{BI} = \vec{BC} + \vec{CI} = \vec{BC} + \frac{2}{5} \vec{CA} = \vec{AC} - \vec{AB} - \frac{2}{5} \vec{AC}$$

$$= \frac{3}{5} \vec{AC} - \vec{AB} = -2 \left(-\frac{3}{10} \vec{AC} + \frac{1}{2} \vec{AB} \right) = -2\vec{JB} \text{ (do (1)).}$$

Vậy J là trung điểm của BI .

$$\vec{CJ} = \vec{CN} + \vec{NJ} = -\frac{1}{2} \vec{BC} + \frac{1}{2} \vec{CI} = -\frac{1}{2} \vec{BC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \vec{CA}$$

c)

$$= -\frac{1}{2} (\vec{AC} - \vec{AB}) - \frac{1}{5} \vec{AC} = -\frac{7}{10} \vec{AC} + \frac{1}{2} \vec{AB}$$

$$\vec{CE} = \vec{CA} + \vec{AE} = -\vec{AC} + k\vec{AB}$$

Mặt khác :

Đề C, E, J thẳng hàng thì :

$$\exists m \in \mathbb{R}, \vec{CE} = m \vec{CJ} \Leftrightarrow -\vec{AC} + k\vec{AB} = -\frac{7m}{10} \vec{AC} + \frac{m}{2} \vec{AB}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -\frac{7m}{10} \\ k = \frac{m}{2} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{10}{7}, k = \frac{5}{7} \Rightarrow k = \frac{5}{7}$$

Câu 15. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD, K là trung điểm IJ, M là điểm bất kì. Khi đó:

a) $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{IJ}$

b) $\vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{IJ}$

$$\overline{MI} + \overline{MJ} = \overline{MK}$$

c)

$$\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = 4\overline{MK}$$

d)

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

$$\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AI} + \overline{IJ} + \overline{JC} + \overline{BI} + \overline{IJ} + \overline{JD}$$

a)

$$= (\overline{AI} + \overline{BI}) + 2\overline{IJ} + (\overline{JC} + \overline{JD}) = 2\overline{IJ}$$

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AI} + \overline{IJ} + \overline{JD} + \overline{BI} + \overline{IJ} + \overline{JC}$$

b)

$$= (\overline{AI} + \overline{BI}) + 2\overline{IJ} + (\overline{JD} + \overline{JC}) = 2\overline{IJ}$$

$$\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = 2\overline{MI} + 2\overline{MJ} = 2(\overline{MI} + \overline{MJ}) = 4\overline{MK}$$

c)

Câu 16. Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC . Gọi G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , AA' là đường kính của (O) . Khi đó:

$$\overline{BH} = \overline{AC}$$

a)

$$\overline{AH} = 2\overline{OM}$$

b)

$$\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = 3\overline{HO}$$

c)

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OH}$$

d)

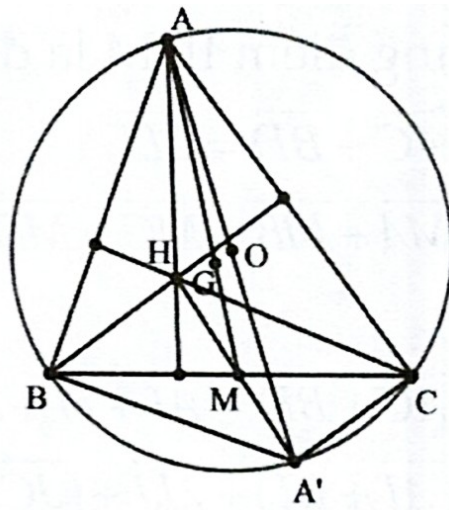
Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Sai



a) Do tứ giác $BHCA'$ có $BH \parallel AC (\perp AC)$ và $CH \parallel BA' (\perp AB)$ nên $BHCA'$ là hình bình hành
 $\Rightarrow \vec{BH} = \vec{A'C}$

b) Lại có M là trung điểm của đường chéo BC nên M là trung điểm của HA' hay H, M, A' thẳng hàng.

Do OM là đường trung bình của $\triangle AHA'$ nên $AH = 2OM$, mà \vec{AH} và \vec{OM} cùng hướng
 $\Rightarrow \vec{AH} = 2\vec{OM}$.

c) $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{HA} + \vec{HA}$ (Tứ giác $AHCA'$ là hình bình hành) $\vec{HA'} = \vec{HB} + \vec{HC} = 2\vec{HO}$

d) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OH} + \vec{HA} + \vec{OH} + \vec{HB} + \vec{OH} + \vec{HC} = 3\vec{OH} + \vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC}$

$$= 3\vec{OH} + 2\vec{HO} = \vec{OH}$$

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC và CD . Khi đó:

a) $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$

b) $\vec{AI} = \vec{AC} + \vec{AB}$

c) $\vec{AI} = \vec{AB} + \frac{3}{2}\vec{AD}$

d) $\vec{AJ} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$

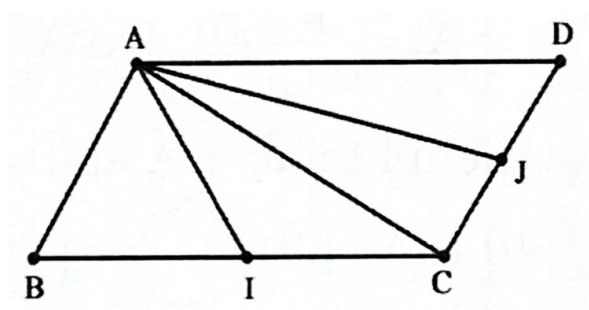
Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Sai



$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$$

$$\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) + \frac{1}{2}\vec{AB}$$

$$\vec{AJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD}$$

Câu 18. Cho $\triangle ABC$. Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = BI$. J là điểm trên cạnh BC kéo dài sao cho $5JB = JC$. G là trọng tâm $\triangle ABC$. Khi đó:

a) $\vec{BI} = 2\vec{CI}$

b) $\vec{AI} = -\vec{AB} + 3\vec{AC}$

c) $\vec{AJ} = \frac{5}{4}\vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC}$

d) $\vec{AG} = \frac{14}{27}\vec{AI} - \frac{172}{27}\vec{AJ}$

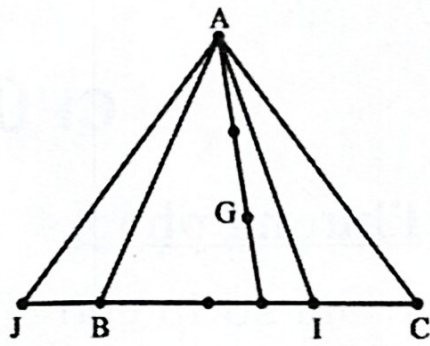
Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng



a) Vì $BI = 2CI$ và \vec{BI} và \vec{CI} cùng hướng

$$\Rightarrow \vec{BI} = 2\vec{CI} \Leftrightarrow \vec{AI} - \vec{AB} = 2(\vec{AI} - \vec{AC}) \Leftrightarrow \vec{AI} = -\vec{AB} + 2\vec{AC}$$

Vì $5JB = JC$ và \vec{JB} và \vec{JC} cùng hướng

$$\Rightarrow 5\vec{JB} = \vec{JC} \Leftrightarrow 5(\vec{AB} - \vec{AJ}) = \vec{AC} - \vec{AJ} \Leftrightarrow 4\vec{AJ} = 5\vec{AB} - \vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AJ} = \frac{5}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}$$

b) Gọi M là trung điểm cạnh BC :

$$\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) \Leftrightarrow \vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{4}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC} = \vec{AJ} \\ -\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{AI} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5\vec{AB} - \vec{AC} = 4\vec{AJ} \\ -\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{AI} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10\vec{AB} - 2\vec{AC} = 8\vec{AJ} \\ -\vec{AB} + 2\vec{AC} = \vec{AI} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} = \frac{1}{9}\vec{AI} + \frac{8}{9}\vec{AJ} \\ \vec{AC} = 5\vec{AB} - 4\vec{AJ} \end{cases}$$

Ta có hệ:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} = \frac{1}{9}\vec{AI} + \frac{8}{9}\vec{AJ} \\ \vec{AC} = 5\left(\frac{1}{9}\vec{AI} - 4\vec{AJ}\right) + \frac{8}{9}\vec{AJ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} = \frac{1}{9}\vec{AI} + \frac{8}{9}\vec{AJ} \\ \vec{AC} = \frac{13}{9}\vec{AI} - 20\vec{AJ} \end{cases}$$

$$\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{9}\vec{AI} + \frac{8}{9}\vec{AJ}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{13}{9}\vec{AI} - \frac{20}{9}\vec{AJ}\right)$$

Vậy

$$= \frac{1}{27}\vec{AI} + \frac{8}{27}\vec{AJ} + \frac{13}{27}\vec{AI} - \frac{20}{27}\vec{AJ} = \frac{14}{27}\vec{AI} - \frac{12}{27}\vec{AJ}$$

Câu 19. Cho ΔABC có trọng tâm G . Gọi I, J là 2 điểm định bởi $\vec{IA} = 2\vec{IB}$, $3\vec{JA} + 2\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó:

a) $\vec{AI} = 3\vec{AB}$

$$\vec{IJ} = -2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$$

b)

$$\vec{IG} = \frac{-5}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

c)

d) 3 điểm I, J, G thẳng hàng.

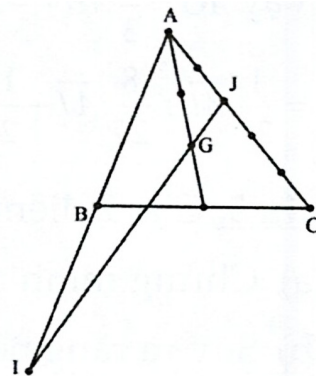
Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Đúng



$$\vec{IA} = 2\vec{IB} \Leftrightarrow -\vec{AI} = 2(\vec{AB} - \vec{AI}) \Leftrightarrow -\vec{AI} = 2\vec{AB} - 2\vec{AI} \Leftrightarrow \vec{AI} = 2\vec{AB}$$

$$3\vec{JA} + 2\vec{JC} = \vec{0} \Leftrightarrow -3\vec{AJ} + 2(\vec{AC} - \vec{AJ}) = \vec{0} \Leftrightarrow 5\vec{AJ} = 2\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AJ} = \frac{2}{5}\vec{AC}$$

$$\vec{IJ} = \vec{AJ} - \vec{AI} = \frac{2}{5}\vec{AC} - 2\vec{AB} = -2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$$

Gọi M là trung điểm BC

$$\vec{IG} = \vec{AG} - \vec{AI} = \frac{2}{3}\vec{AM} - 2\vec{AB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) - 2\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} - 2\vec{AB} = \frac{-5}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

Xét hệ:

$$\begin{cases} \vec{IJ} = -2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC} \\ \vec{IG} = -\frac{5}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\vec{IJ} = -\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC} \\ \frac{3}{5}\vec{IG} = -\vec{AB} + \frac{1}{5}\vec{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\vec{IJ} = \frac{3}{5}\vec{IG} \Leftrightarrow \vec{IJ} = \frac{6}{5}\vec{IG}$$

$\Rightarrow \vec{IJ}$ và \vec{IG} cùng phương $\Rightarrow I, J, G$ thẳng hàng.

Câu 20. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Gọi G là trung điểm EF . Gọi O là điểm bất kì. Khi đó:

a) $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

b) $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$

c) $\vec{EF} = \frac{1}{3}(\vec{AD} + \vec{BC})$

d) $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

a) $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GE} + 2\vec{GF} = 2(\vec{GE} + \vec{GF}) = \vec{0}$

b) $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AE} + 2\vec{AF} = 2(\vec{AE} + \vec{AF}) = 4\vec{AG}$

c) $\frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC}) = \frac{1}{2}(\vec{AE} + \vec{EF} + \vec{FD} + \vec{BE} + \vec{EF} + \vec{FC}) = \frac{1}{2}(2\vec{EF} + \vec{AE} + \vec{BE} + \vec{FD} + \vec{FC}) = \vec{EF}$

d) $\frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}) = \frac{1}{4}(2\vec{OE} + 2\vec{OF}) = \frac{1}{2}(\vec{OE} + \vec{OF}) = \frac{1}{2} \cdot 2\vec{OG} = \vec{OG}$

Câu 21. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Đặt $\vec{u} = \vec{AB}, \vec{v} = \vec{AE}$. Khi đó:

a) $\vec{AD} = \vec{u} + \vec{v}$

a)

b) $\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

b)

c) $\vec{AF} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$

c)

d) $\vec{EF} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

d)

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Sai

a) Gọi O là tâm lục giác đều $ABCDEF$

Tứ giác $ABDE$ hình chữ nhật $\Rightarrow \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AE} = \vec{u} + \vec{v}$

b) Tứ giác $ABCO$ là hình thoi

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AO} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} = \vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AE}) = \frac{3}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$$

c) $\vec{AF} = \vec{AO} + \vec{OF} = \frac{1}{2}\vec{AD} + \vec{BA}$ (tứ giác $ABOF$ là hình thoi nên $\vec{OF} = \vec{BA}$)

$$= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AE}) - \vec{AB} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AE} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$$

d) Tứ giác $AOEF$ là hình thoi nên

$$\vec{EF} = \vec{OA} = -\vec{AO} = -\frac{1}{2}\vec{AD} = -\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AE}) = -\frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AE} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$$

Câu 22. Cho ΔABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , B' là điểm đối xứng của B qua G . Khi đó:

a) Tứ giác $AGCB'$ là hình bình hành

$$\vec{CB'} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

b)

$$\vec{AB'} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}.$$

c)

$$\vec{MB'} = -\frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$$

d)

Lời giải

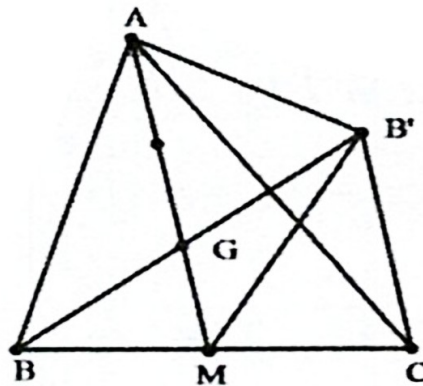
a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

Gọi M là trung điểm BC . Tứ giác $AGCB'$ là hình bình hành (có 2 đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường).



$$\vec{CB'} = \vec{GA} = -\vec{AG} = -\frac{2}{3}\vec{AM} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = -\frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$$

Gọi M là trung điểm AB . Tứ giác $AGCB'$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \vec{AB'} = \vec{GC} = \frac{2}{3}\vec{MC} = \frac{2}{3}(\vec{AC} - \vec{AM}) = \frac{2}{3}\left(\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AB}\right) = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}.$$

$$\vec{MB} = \vec{AB} - \vec{AM} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC} - \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = -\frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{AC} = -\frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$$

Câu 23. Cho ΔABC . Gọi I là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $IB = 3IC$. Khi đó:

a) \vec{IB} và \vec{IC} ngược hướng

$$\vec{AI} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$$

b)

c) Gọi J và K lần lượt là các điểm thuộc cạnh AC, AB sao cho $JA = 2JC$, $KB = 3KA$.

$$\vec{JK} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$$

$$\vec{BC} = -\frac{20}{17}\vec{AI} - \frac{48}{17}\vec{JK}$$

d)

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

Ta có $IB = 3IC$ và \vec{IB} và \vec{IC} ngược hướng

$$\Leftrightarrow \vec{IB} = -3\vec{IC} \Leftrightarrow \vec{AB} - \vec{AI} = -3(\vec{AC} - \vec{AI}); 4\vec{AI} = \vec{AB} + 3\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$$

$$\vec{JK} = \vec{AK} - \vec{AJ} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$$

Ta có:

$$\vec{BC} = \vec{AC} - \vec{AB} \quad \text{và} \quad \begin{cases} \vec{AI} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC} \\ \vec{JK} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} + 3\vec{AC} = 4\vec{AI} \\ 3\vec{AB} - 8\vec{AC} = 12\vec{JK} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} = \frac{32}{17}\vec{AI} + \frac{36}{17}\vec{JK} \\ \vec{AC} = \frac{12}{17}\vec{AI} - \frac{12}{17}\vec{JK} \end{cases}$$

Ta có

$$\vec{BC} = \frac{12}{17}\vec{AI} - \frac{12}{17}\vec{JK} - \frac{36}{17}\vec{JK} - \frac{36}{17}\vec{JK} \Leftrightarrow \vec{BC} = -\frac{20}{17}\vec{AI} - \frac{48}{17}\vec{JK}$$

Vậy:

Câu 24. Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức:

$$\vec{BC} + \vec{MA} = 0, \vec{AB} - \vec{NA} - 3\vec{AC} = 0.$$

Khi đó:

- a) $\vec{MN} = 3\vec{AC}$
- b) Hai vector \vec{MN}, \vec{AC} cùng phương
- c) M thuộc đường thẳng AC
- d) Hai đường thẳng MN và AC song song.

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

$$\vec{BC} + \vec{MA} + \vec{AB} - \vec{NA} - 3\vec{AC} = 0 \Leftrightarrow (\vec{AB} + \vec{BC}) - 3\vec{AC} + (\vec{MA} + \vec{AN}) = 0$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \vec{AC} - 3\vec{AC} + \vec{MN} = 0 \Leftrightarrow \vec{MN} = 2\vec{AC}$$

$$\vec{MN}, \vec{AC}$$

Suy ra hai vector cùng phương (1).

Xét: $\vec{BC} + \vec{MA} = 0 \Leftrightarrow \vec{AM} = \vec{BC}$. Do đó M là một đỉnh của hình bình hành $ABCM$ hay M không

$$AC(2)$$

thuộc đường thẳng

Từ (1) và (2) suy ra hai đường thẳng MN và AC song song.

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính:

$$|\vec{BA} + \vec{BC}|$$

Trả lời:.....

Câu 2. Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính:

$$|\vec{AB} + \vec{AC}|$$

Trả lời:.....

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và $IJ = \frac{5}{4}$.
 Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC, AC . Tính $|\vec{AM} + \vec{BN} + \vec{CI}|$?

Trả lời:.....

Câu 4. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý, G là trọng tâm tam giác ABC . Điểm N thỏa mãn $\vec{MN} = 4\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$. Đường thẳng MN luôn qua một điểm cố định. Khi đó điểm cố định đó là điểm nào?

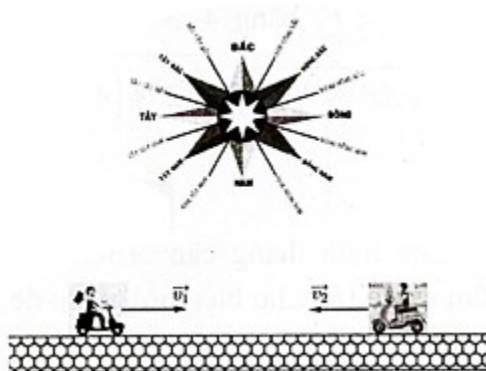
Trả lời:.....

Câu 5. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý không thuộc các đường thẳng AB, BC, AC . Gọi A', B', C' theo thứ tự là các điểm đối xứng của M qua các trung điểm J, K, I của cạnh BC, AC, AB .
 Biết ba đường thẳng AA', BB', CC' đồng quy tại một điểm (đặt điểm đó là N).

Khi đó MN luôn đi qua một điểm cố định khi M di động. Vậy điểm cố định đó là điểm nào?

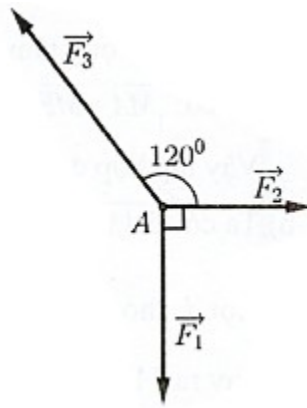
Trả lời:.....

Câu 6. Một người đi xe máy từ Tây sang hướng Đông với vận tốc 40 km/h được biểu thị bởi vectơ \vec{V}_1 , một người khác đi xe máy từ hướng Đông sang hướng Tây với vận tốc 60 km/h được biểu thị bởi vectơ \vec{V}_2 . Hãy biểu diễn vectơ \vec{V}_2 theo \vec{V}_1 .



Trả lời:.....

Câu 7. Một chất điểm A chịu tác dụng của ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ như hình vẽ biết chất điểm A đang ở trạng thái cân bằng. Tính độ lớn của các lực \vec{F}_2, \vec{F}_3 biết rằng lực \vec{F}_1 có độ lớn 12N



Trả lời:.....

Câu 8. Cho tam giác ABC . Gọi M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Phân tích \overrightarrow{AM} theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

Trả lời:.....

Câu 9. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD . Biết $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{IJ}$, khi đó $k = ?$

Trả lời:.....

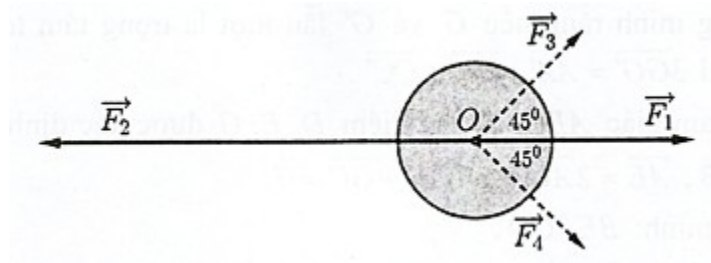
Câu 10. Cho ΔABC có trọng tâm G . Các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF . Đặt $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{v} = \overrightarrow{AF}$. Hãy phân tích các vector \overrightarrow{AI} theo hai vector \overrightarrow{u} và \overrightarrow{v} .

Trả lời:.....

Câu 11. Nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $k\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$, khi đó $k = ?$

Trả lời:.....

Câu 12. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$, trong đó độ lớn lực $\overrightarrow{F_2}$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\overrightarrow{F_1}$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có phương hợp với lực $\overrightarrow{F_1}$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng $20N$. Tìm độ lớn của mỗi lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$.



Trả lời:.....

Câu 13. Cho ΔABC . Gọi M là điểm thỏa $\vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$. Phân tích \vec{AM} theo \vec{AB} và \vec{AC} .

Trả lời:.....

Câu 14. Cho ΔABC . Gọi M là điểm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Phân tích \vec{AM} theo \vec{AB} và \vec{AC} .

Trả lời:.....

Câu 15. Cho 2 điểm phân biệt A và B và hai số α và β với $\alpha + \beta \neq 0$.

Khi đó tồn tại bao nhiêu điểm I thỏa $\alpha\vec{IA} + \beta\vec{IB} = \vec{0}$.

Trả lời:.....

Câu 16. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F là 2 điểm thỏa $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$, $\vec{BF} = \frac{1}{4}\vec{BD}$. Khi đó $\vec{AE} = k\vec{AF}$. Vậy $k = ?$

Trả lời:.....

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Lấy các điểm I, J sao cho $3\vec{IA} + 2\vec{IC} - 2\vec{ID} = \vec{0}$; $\vec{JA} - 2\vec{JB} + 2\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó $\vec{IJ} = k\vec{IO}$, vậy $k = ?$

Trả lời:.....

Câu 18. Cho ΔABC . Gọi I, J là 2 điểm thỏa $\vec{IA} + 3\vec{IC} = \vec{0}$, $\vec{JA} + 2\vec{JB} + 3\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó $\vec{BI} = k\vec{BJ}$. Vậy $k = ?$

Trả lời:.....

Câu 19. Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, S lần lượt là trung điểm của BC và CD . Khi đó: $\vec{AB} + \vec{AI} + \vec{JA} + \vec{DA} = k\vec{DB}$. Vậy $k = ?$

Trả lời:.....

Câu 20. Cho ΔABC . Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $\overrightarrow{JA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JC}$. Tính \overrightarrow{BJ} theo 2 vector \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{BC} . Tính \overrightarrow{BJ} theo hai vector \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{BC} .

Trả lời:.....

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính vector \overrightarrow{AD} theo $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$.

Trả lời:.....

Câu 22. Cho ΔABC có điểm D, I thỏa $3\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = 0$. Khi đó $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AI}$. Vậy $k = ?$

Trả lời:.....

Câu 23. Cho tam giác ABC có hai trung tuyến AK và BM . Hãy phân tích vector \overrightarrow{AB} theo hai vector \overrightarrow{AK} và \overrightarrow{BM} .

Trả lời:.....

Câu 24. Cho tam giác ABC . Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Cho điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$, khi đó điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời:.....

Câu 25. Cho tam giác ABC . Cho điểm N thỏa mãn đẳng thức: $|\overrightarrow{3NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}| = |\overrightarrow{NB} - \overrightarrow{NA}|$, khi đó điểm N thuộc đường tròn có đường kính bằng độ dài cạnh nào của tam giác ABC ?

Trả lời:.....

Câu 26. Cho tam giác ABC , có trọng tâm G , I là trung điểm của BC . Biết điểm M thỏa mãn $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Tìm tập hợp điểm M

Trả lời:.....

Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khi đó $\overrightarrow{DB} = k\overrightarrow{QB}$. Vậy $k = ?$

Trả lời:.....

Câu 28. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $2\overrightarrow{BA} = 5\overrightarrow{BM}$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi N là điểm trên AC sao cho $\overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AC}$. Tìm x , biết ba điểm M, N, G thẳng hàng.

Trả lời:.....

Câu 29. Cho tứ giác $ABCD$. Xác định điểm E thỏa mãn $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + 3\vec{ED} = \vec{0}$.

Trả lời:.....

Câu 30. Cho tam giác ABC . Tìm điểm K sao cho $\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{CB}$

Trả lời:.....

Câu 31. Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M trên đường thẳng CD sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó điểm M là hình chiếu của điểm nào?

Trả lời:.....

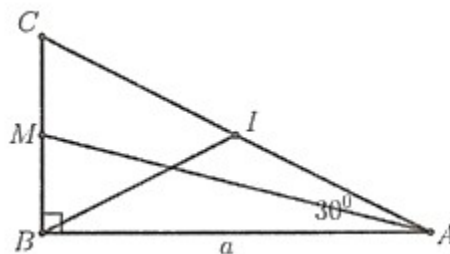
LỜI GIẢI

Câu 1. Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính:

$$|\vec{BA} + \vec{BC}|$$

Trả lời: $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải



Xét ΔABC vuông tại B : $\tan A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \tan A = a \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$,

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$|\vec{BA} + \vec{BC}| = 2|\vec{BI}| = 2 \cdot \frac{AC}{2} = AC = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Ta có:

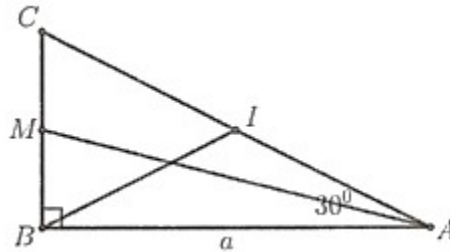
Câu 2. Cho ΔABC vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính:

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$$

$$\frac{a\sqrt{39}}{3}$$

Trả lời:

Lời giải



Xét $\triangle ABC$ vuông tại B: $\tan A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \tan A = a \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$,

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Gọi M là trung điểm của BC , ta có:

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{AM}| = 2|\overrightarrow{AM}| = 2AM = 2\sqrt{AB^2 + BM^2}$$

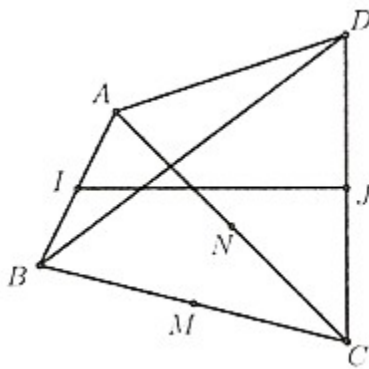
$$= 2\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{39}}{3}$$

Câu 3. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và $IJ = \frac{5}{4}$.

Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC, AC . Tính $|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CI}|$?

Trả lời: 0

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{2AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ (1), $\overrightarrow{2BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ (2), $\overrightarrow{2CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ (3). Cộng theo vế (1), (2), (3):

$$\overrightarrow{2(AM + BN + CI)} = \overrightarrow{(AB + BA)} + \overrightarrow{(AC + CA)} + \overrightarrow{(BC + CB)} = \overrightarrow{0}.$$

Suy ra: $\overrightarrow{AM + BN + CI} = \overrightarrow{0}$. Do vậy $|\overrightarrow{AM + BN + CI}| = 0$.

Câu 4. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý, G là trọng tâm tam giác ABC . Điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. Đường thẳng MN luôn qua một điểm cố định. Khi đó điểm cố định đó là điểm nào?

Trả lời: trung điểm AG

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MA} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MG}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 6\overrightarrow{MI}$$

(với I là trung điểm AG).

Vậy hai vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MI}$ cùng phương nên ba điểm M, N, I thẳng hàng.

Do đó đường thẳng MN luôn qua điểm I cố định.

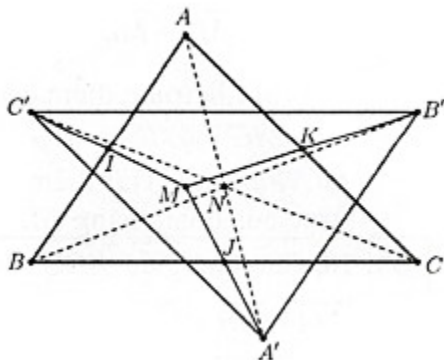
Câu 5. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý không thuộc các đường thẳng AB, BC, AC . Gọi A', B', C' theo thứ tự là các điểm đối xứng của M qua các trung điểm J, K, I của cạnh BC, AC, AB .

Biết ba đường thẳng AA', BB', CC' đồng quy tại một điểm (đặt điểm đó là N).

Khi đó MN luôn đi qua một điểm cố định khi M di động. Vậy điểm cố định đó là điểm nào?

Trả lời: trọng tâm tam giác ABC

Lời giải



Xét tứ giác $MBA'C$ có hai đường chéo $BC, A'M$ cắt nhau tại trung điểm J của mỗi đường nên $MBA'C$ là hình bình hành, suy ra: $\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{MA}$ (1); mặt khác $\vec{MA} + \vec{MA'} = 2\vec{MN}$ (2).

Cộng theo vế (1) và (2):

$$\vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MA} + \vec{MA'} = \vec{MA} + 2\vec{MN} \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MN} \quad (3).$$

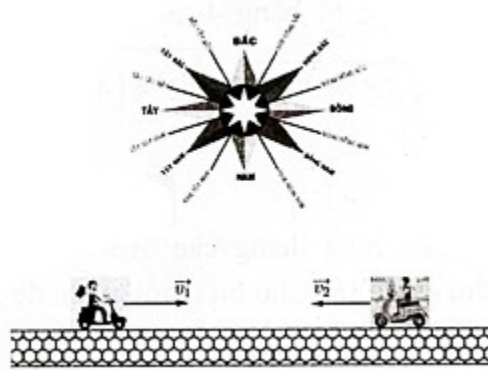
Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$ (4).

$$2\vec{MN} = 3\vec{MG} \Leftrightarrow \vec{MN} = \frac{3}{2}\vec{MG}$$

Từ (3) và (4) suy ra

Vậy \vec{MN} luôn đi qua điểm G cố định khi M di động.

Câu 6. Một người đi xe máy từ Tây sang hướng Đông với vận tốc 40 km/h được biểu thị bởi vectơ \vec{V}_1 , một người khác đi xe máy từ hướng Đông sang hướng Tây với vận tốc 60 km/h được biểu thị bởi vectơ \vec{V}_2 . Hãy biểu diễn vectơ \vec{V}_2 theo \vec{V}_1 .



$$\vec{v}_2 = -\frac{3}{2}\vec{v}_1$$

Trả lời:

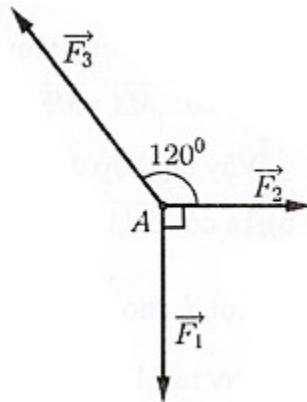
Lời giải

Ta có: \vec{v}_2 ngược hướng với \vec{v}_1 và có độ lớn bằng $\frac{60}{40} = \frac{3}{2}$ lần độ lớn vector \vec{v}_1 .

$$\vec{v}_2 = -\frac{3}{2}\vec{v}_1$$

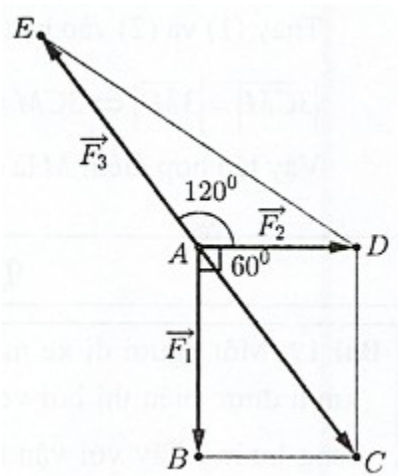
Vì vậy

Câu 7. Một chất điểm A chịu tác dụng của ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ như hình vẽ biết chất điểm A đang ở trạng thái cân bằng. Tính độ lớn của các lực \vec{F}_2, \vec{F}_3 biết rằng lực \vec{F}_1 có độ lớn 12N



Trả lời: $8\sqrt{3} N$

Lời giải



Đặt $\vec{F}_1 = \vec{AB}, \vec{F}_2 = \vec{AD}, \vec{F}_3 = \vec{AE}$. Vẽ hình chữ nhật $ABCD$. Từ giả thiết:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \quad (\text{vật ở trạng thái cân bằng})$$

$$\Leftrightarrow \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AE} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AC} = -\vec{AE}$$

Ta có $AB = 12, \angle CAD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \angle BAC = 30^\circ$.

Tam giác ABC vuông tại B nên: $BC = AB \tan 30^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} = AD$;

Độ lớn lực \vec{F}_2 bằng $4\sqrt{3} N$.

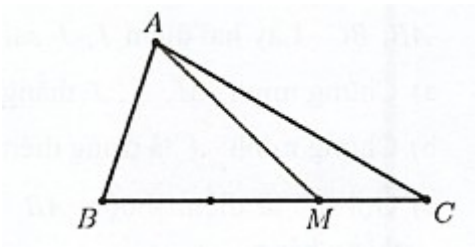
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8\sqrt{3} \quad |\vec{F}_3| = |\vec{AE}| = AC = 8\sqrt{3} N$$

. Do vậy .

Câu 8. Cho tam giác ABC . Gọi M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Phân tích \vec{AM} theo \vec{AB}, \vec{AC} .

Trả lời: $\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

Lời giải



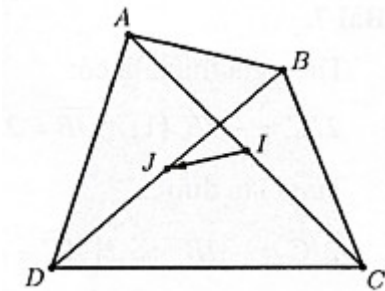
Ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

Câu 9. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD . Biết $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{IJ}$, khi đó $k = ?$

Trả lời: $k = 2$

Lời giải



$$\begin{cases} \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ} & (1) \\ \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DJ} & (2) \end{cases}$$

Ta có

Cộng theo vế (1) và (2), ta được:

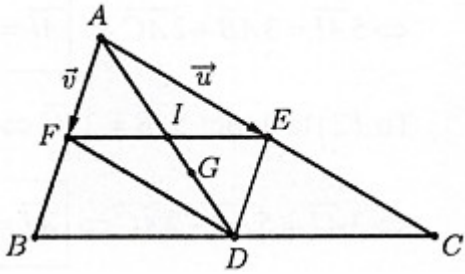
$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{IJ} &= (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{DJ}) \\ \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IJ} &= \mathbf{0} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \mathbf{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} \end{aligned}$$

Suy ra $k = 2$

Câu 10. Cho ΔABC có trọng tâm G . Các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF . Đặt $\vec{u} = \vec{AE}, \vec{v} = \vec{AF}$. Hãy phân tích các vectơ \vec{AI} theo hai vectơ u và v .

Trả lời: $\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

Lời giải



Theo tính chất đường trung bình thì

$$\begin{cases} DE // AB \\ DF // AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DE // AF \\ DF // AE \end{cases}$$

Suy ra: $AEDF$ là hình bình hành $\Rightarrow AD = AE + AF$.

Từ giả thiết ta có I là tâm của hình bình hành $AEDF$.

$$\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AD} = \frac{1}{2}(\vec{AE} + \vec{AF}) = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v}) = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$$

Khi đó: ;

Câu 11. Nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $k\vec{GG'} = \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'}$, khi đó $k = ?$

Trả lời: $k = 3$

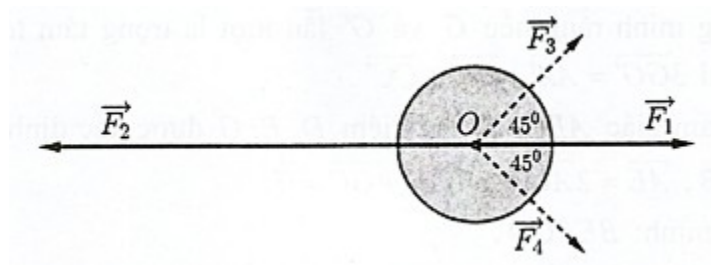
Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} &= \vec{AG} + \vec{GG'} + \vec{G'A} + \vec{BG} + \vec{GG'} + \vec{G'B} + \vec{CG} + \vec{GG'} + \vec{G'C} \\ &= 3\vec{GG'} + (\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG}) + (\vec{G'A} + \vec{G'B} + \vec{G'C}) = 3\vec{GG'} + 0 + 0 = 3\vec{GG'}. \end{aligned}$$

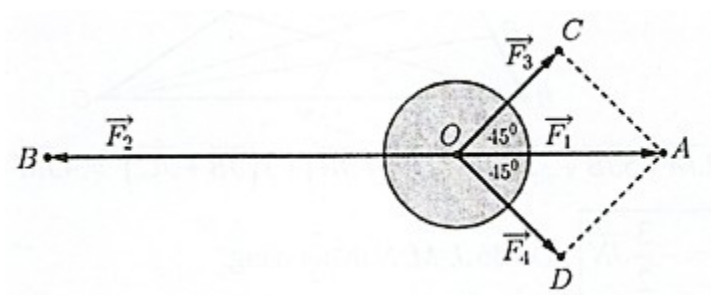
Suy ra $k = 3$

Câu 12. Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là \vec{F}_1 và \vec{F}_2 , trong đó độ lớn lực F_2 lớn gấp đôi độ lớn lực F_1 . Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực \vec{F}_3, \vec{F}_4 có phương hợp với lực \vec{F}_1 các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N . Tìm độ lớn của mỗi lực F_1, F_2 .



Trả lời: $40\sqrt{2}\text{ N}$

Lời giải



Ta có : $\vec{F}_2 = -2\vec{F}_1$. Để vật trở về trạng thái cân bằng thì hợp lực bằng 0 .

$$\Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_1 - 2\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1$$

$$\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}, \vec{F}_3 = \vec{OC}, \vec{F}_4 = \vec{OD}$$

Đặt

Ta có: $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1 \Leftrightarrow \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OA}$. Do đó $OCAD$ là hình bình hành.

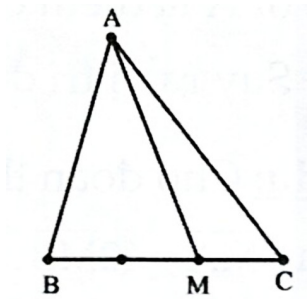
Mặt khác: $OC = OD = 20$ và $\angle COD = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ nên $OCAD$ là hình vuông. Khi đó:

$$|\vec{F}_1| = |\vec{OA}| = 20\sqrt{2}\text{ N}, |\vec{F}_2| = 2|\vec{F}_1| = 40\sqrt{2}\text{ N}$$

Câu 13. Cho ΔABC . Gọi M là điểm thỏa $\vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$. Phân tích \vec{AM} theo \vec{AB} và \vec{AC} .

Trả lời: $\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

Lời giải



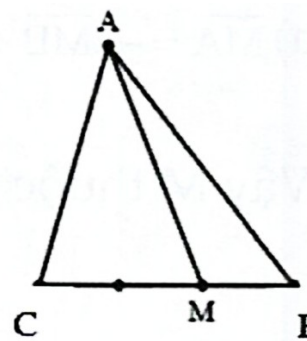
$$\vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AB} - \vec{AM} + 2(\vec{AC} - \vec{AM}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{AM} = \vec{AB} + 2\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$$

Câu 14. Cho ΔABC . Gọi M là điểm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Phân tích \vec{AM} theo \vec{AB} và \vec{AC} .

Trả lời: $\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

Lời giải



Cách 1: $MC = 2MB$, \vec{MB} và \vec{MC} ngược hướng nên

$$\vec{MC} = -2\vec{MB} \Leftrightarrow 3\vec{AM} = 2\vec{AB} + \vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

$$\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{BM} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{1}{3}(\vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$$

Cách 2:

Câu 15. Cho 2 điểm phân biệt A và B và hai số α và β với $\alpha + \beta \neq 0$.

Khi đó tồn tại bao nhiêu điểm I thỏa $\alpha\vec{IA} + \beta\vec{IB} = \vec{0}$

Trả lời: 1

Lời giải

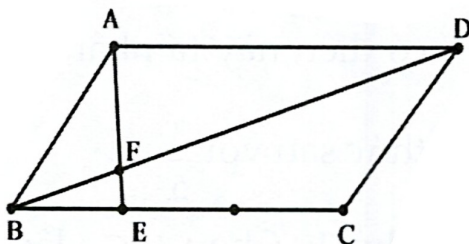
$$\alpha\vec{IA} + \beta\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow -\alpha\vec{AI} + \beta(\vec{AB} - \vec{AI}) = \vec{0} \Leftrightarrow (\alpha + \beta)\vec{AI} = \beta\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\vec{AB}$$

Do A, B cố định, $\frac{\beta}{\alpha + \beta}\vec{AB}$ không đổi nên tồn tại duy nhất điểm I thỏa: $\alpha\vec{IA} + \beta\vec{IB} = \vec{0}$

Câu 16. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F là 2 điểm thỏa $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$, $\vec{BF} = \frac{1}{4}\vec{BD}$. Khi đó $\vec{AE} = k\vec{AF}$. Vậy $k = ?$

Trả lời: $\frac{4}{3}$

Lời giải



Ta phân tích \vec{AE} và \vec{AF} theo 2 vectơ \vec{AB} và \vec{AD} .

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{BE} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$$

$$\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BF} = \vec{AB} + \frac{1}{4}(\vec{AD} - \vec{AB}) = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AD}$$

$$\begin{cases} \vec{AE} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} \\ \vec{AF} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AD} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AE} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} \\ \frac{4}{3}\vec{AF} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} \end{cases} \Rightarrow \vec{AE} = \frac{4}{3}\vec{AF}$$

Xét hệ:

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Lấy các điểm I, J sao cho $3\vec{IA} + 2\vec{IC} - 2\vec{ID} = 0; \vec{JA} - 2\vec{JB} + 2\vec{JC} = 0$. Khi đó $\vec{IJ} = k\vec{IO}$, vậy $k = ?$

Trả lời: 4

Lời giải

$$\begin{aligned} 3\vec{IA} + 2\vec{IC} - 2\vec{ID} = 0 &\Leftrightarrow 3\vec{IA} + 2(\vec{IC} - \vec{ID}) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3\vec{IA} + 2\vec{DC} = 0 \Leftrightarrow 3\vec{AI} + 2\vec{AB} = 0 \Leftrightarrow \vec{AI} = -\frac{2}{3}\vec{AB} \\ \vec{JA} - 2\vec{JB} + 2\vec{JC} = 0 &\Leftrightarrow \vec{AJ} + 2(\vec{JC} - \vec{JB}) = 0 \Leftrightarrow \vec{AJ} = 2\vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AJ} = 2\vec{AD} \\ \vec{IO} = \vec{AO} - \vec{AI} &= \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{2}{3}\vec{AB} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) - \frac{2}{3}\vec{AB} = -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} \end{aligned}$$

$$\vec{IJ} = \vec{AJ} - \vec{AI} = 2\vec{AD} - \frac{2}{3}\vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + 2\vec{AD}$$

$$\begin{cases} \vec{IO} = -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} \\ \vec{IJ} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + 2\vec{AD} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\vec{IO} = -\vec{AB} + 3\vec{AD} \\ 3\vec{IJ} = -\vec{AB} + 3\vec{AD} \end{cases} \Rightarrow 6\vec{IO} = 3\vec{IJ} \Leftrightarrow \vec{IJ} = 2\vec{IO}$$

Ta có:

Câu 18. Cho ΔABC . Gọi I, J là 2 điểm thỏa $\vec{IA} + 3\vec{IC} = 0, \vec{JA} + 2\vec{JB} + 3\vec{JC} = 0$. Khi đó $\vec{BI} = k\vec{BJ}$.
Vậy $k = ?$

Trả lời: $\frac{3}{2}$

Lời giải

$$\vec{IA} + 3\vec{IC} = 0 \Leftrightarrow -\vec{AI} + 3(\vec{AC} - \vec{AI}) = 0 \Leftrightarrow 4\vec{AI} = 3\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{3}{4}\vec{AC}.$$

$$\vec{BI} = \vec{AI} - \vec{AB} = \frac{3}{4}\vec{AC} - \vec{AB} = -\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}.$$

$$\vec{JA} + 2\vec{JB} + 3\vec{JC} = 0 \Leftrightarrow \vec{BA} - \vec{BJ} - 2\vec{BJ} + 3(\vec{BC} - \vec{BJ}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \vec{BA} - \vec{BJ} - 2\vec{BJ} + 3\vec{BC} - 3\vec{BJ} = 0 \Leftrightarrow 6\vec{BJ} = \vec{BA} + 3\vec{BC}$$

$$\Leftrightarrow 6\vec{BJ} = -\vec{AB} + 3(\vec{AC} - \vec{AB}) \Leftrightarrow 6\vec{BJ} = -4\vec{AB} + 3\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{BJ} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$$

$$\begin{cases} \vec{BI} = -\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC} \\ \vec{BJ} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{BI} = -\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC} \\ \frac{3}{2}\vec{BJ} = -\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{BI} = \frac{3}{2}\vec{BJ}$$

Ta có :

Câu 19. Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, S lần lượt là trung điểm của BC và CD . Khi đó:

$$\vec{AB} + \vec{AI} + \vec{JA} + \vec{DA} = k\vec{DB}. \text{ Vậy } k = ?$$

Trả lời: $\frac{3}{2}$

Lời giải

$$\vec{AB} + \vec{AI} + \vec{JA} + \vec{DA} = \vec{DA} + \vec{AB} + \vec{JA} + \vec{AI}$$

$$= \vec{DB} + \vec{IJ} = \vec{DB} + \vec{JI} = \vec{DB} + \frac{1}{2}\vec{DB} = \frac{3}{2}\vec{DB}$$

Câu 20. Cho $\triangle ABC$. Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JC}$. Tính \vec{BJ} theo 2 vector \vec{BA} và \vec{BC} . Tính \vec{BJ} theo hai vector \vec{BA} và \vec{BC} .

Trả lời: $-\frac{3}{5}\vec{BA} + \frac{2}{5}\vec{BC}$

Lời giải

Cách 1. $\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JC} \Leftrightarrow 3\vec{JA} = 2\vec{JC}$ mà \vec{JA} và \vec{JC} ngược hướng

$$\Leftrightarrow 3\vec{JA} = -2\vec{JC} \Leftrightarrow 3(\vec{BA} - \vec{BJ}) + 2(\vec{BC} - \vec{BJ}) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5\vec{BJ} = 3\vec{BA} + 2\vec{BC} \Leftrightarrow \vec{BJ} = \frac{3}{5}\vec{BA} + \frac{2}{5}\vec{BC}$$

$$\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JC} \Rightarrow \frac{\vec{AJ}}{\vec{AC}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \vec{AJ} = \frac{2}{5}\vec{AC}$$

Cách 2: J thuộc cạnh AC và

$$\vec{BJ} = \vec{BA} + \vec{AJ} = -\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC} = -\vec{AB} + \frac{2}{5}(\vec{BC} - \vec{BA}) = \frac{3}{5}\vec{BA} + \frac{2}{5}\vec{BC}$$

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính vectơ \vec{AD} theo \vec{AC}, \vec{BD} .

Trả lời: $\frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{BD}$

Lời giải

Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$

$$\vec{AD} = \vec{AO} + \vec{OD} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{BD}.$$

Câu 22. Cho ΔABC có điểm D, I thỏa $3\vec{DB} = 2\vec{DC}, \vec{IA} + 3\vec{IB} - 2\vec{IC} = \vec{0}$. Khi đó $\vec{AD} = k\vec{AI}$. Vậy $k = ?$

Trả lời: 2

Lời giải

$$\vec{IA} + 3\vec{IB} - 2\vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow -\vec{AI} + 3(\vec{AB} - \vec{AI}) - 2(\vec{AC} - \vec{AI}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -\vec{AI} + 3\vec{AB} - 3\vec{AI} - 2\vec{AC} + 2\vec{AI} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{AI} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AI} = \frac{3}{2}\vec{AB} - \vec{AC}$$

$$3\vec{DB} = 2\vec{DC} \Leftrightarrow 3(\vec{AB} - \vec{AD}) = 2(\vec{AC} - \vec{AD}) \Leftrightarrow 3\vec{AB} - 3\vec{AD} = 2\vec{AC} - 2\vec{AD}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AD} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{AI} = \frac{3}{2}\vec{AB} - \vec{AC} \\ \vec{AD} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2\vec{AI} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC} \\ \vec{AD} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC} \end{array} \right. \Leftrightarrow \vec{AD} = 2\vec{AI}$$

. Ta có:

Câu 23. Cho tam giác ABC có hai trung tuyến AK và BM . Hãy phân tích vectơ \vec{AB} theo hai vectơ \vec{AK} và \vec{BM} .

Trả lời: $\frac{2}{2}(AK - BM)$

Lời giải

$$AB = AK + KB = AK + KM + MB = AK - \frac{1}{2}AB - BM \quad KM = \frac{1}{2}AB$$

Ta có: (vì)

$$\Leftrightarrow AB + \frac{1}{2}AB = AK - BM \Leftrightarrow \frac{3}{2}AB = AK - BM \Leftrightarrow AB = \frac{2}{3}(AK - BM)$$

Câu 24. Cho tam giác ABC . Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Cho điểm M sao cho $|MA + MB + MC| = 6$, khi đó điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời: 2

Lời giải

$$MA + MB + MC = 3MG \Rightarrow |MA + MB + MC| = 3|MG| = 3MG \Leftrightarrow MG = 2$$

Ta có

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm G bán kính bằng 2.

Câu 25. Cho tam giác ABC . Cho điểm N thỏa mãn đẳng thức: $|3NA - 2NB + NC| = |NB - NA|$, khi đó điểm N thuộc đường tròn có đường kính bằng độ dài cạnh nào của tam giác ABC ?

Trả lời: AB

Lời giải

Gọi E là trung điểm của AC

$$\begin{aligned} |3NA - 2NB + NC| &= |NB - NA| \Leftrightarrow |2(NA - NB) + NA + NC| = |NB - NA| \\ &\Leftrightarrow |2BA + 2NE| = |AB| (*) \end{aligned}$$

Gọi I là điểm thỏa mãn $BA = EI$

$$(*) \Leftrightarrow |2(EI + NE)| = |AB| \Leftrightarrow 2|NI| = |AB| \Leftrightarrow NI = \frac{1}{2}AB$$

Vậy tập hợp điểm N là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{2}$.

Câu 26. Cho tam giác ABC , có trọng tâm G , I là trung điểm của BC . Biết điểm M thỏa mãn $2|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3|\vec{MB} + \vec{MC}|$. Tìm tập hợp điểm M

Trả lời: trung trực của GI .

Lời giải

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}, \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MI}$$

Ta có:

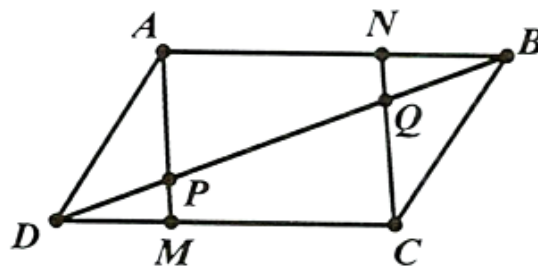
$$2|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3|\vec{MB} + \vec{MC}| \Leftrightarrow 2|3\vec{MG}| = 3|2\vec{MI}| \Leftrightarrow |\vec{MG}| = |\vec{MI}|$$

Vậy tập hợp điểm M là trung trực của GI .

Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khi đó $\vec{DB} = k\vec{QB}$. Vậy $k = ?$

Trả lời: 1

Lời giải



Ta có $DM = BN \Rightarrow AN = MC$, mặt khác AN song song với MC do đó tứ giác $ANCM$ là hình bình hành

Suy ra $\vec{AM} = \vec{NC}$.

Xét tam giác $\triangle DMP$ và $\triangle BNQ$ ta có $DM = NB$ (giả thiết), $\widehat{PDM} = \widehat{QBN}$ (so le trong) Mặt khác $\widehat{DMP} = \widehat{QNB}$ (đối đỉnh) và $\widehat{APQ} = \widehat{QOB}$ (hai góc đồng vị) suy ra $\widehat{BMP} = \widehat{BNQ}$.

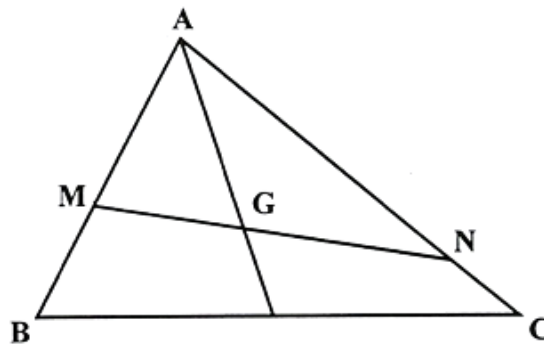
Do đó $\Delta DMP = \Delta BNQ$ (c.g.c) suy ra $DB = QB$.

Dễ thấy $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{QB}$ cùng hướng vì vậy $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{QB}$.

Câu 28. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $2BA = 5BM$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Gọi N là điểm trên AC sao cho $AN = xAC$. Tìm x , biết ba điểm M, N, G thẳng hàng.

Trả lời: $x = \frac{3}{4}$

Lời giải



Ta có

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{MG} &= \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{4}{15}\overrightarrow{AB} \\
 \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}
 \end{aligned}$$

+ Do M, N, G thẳng hàng nên

$$\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{MG} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{-\frac{5}{4}}{\frac{3}{15}} \Rightarrow 3x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

Câu 29. Cho tứ giác $ABCD$. Xác định điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + 3\overrightarrow{ED} = \vec{0}$.

Trả lời: trung điểm của đoạn thẳng GD .

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} = 3\vec{EG}$$

Ta có:

$$\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + 3\vec{ED} = 0 \Leftrightarrow 3\vec{EG} + 3\vec{ED} = 0 \Leftrightarrow \vec{EG} + \vec{ED} = 0$$

Khi đó

Vậy E là trung điểm của đoạn thẳng GD .

Câu 30. Cho tam giác ABC . Tìm điểm K sao cho $\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{CB}$;

Lời giải

Trả lời: trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có: $\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{CB} \Leftrightarrow \vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{KB} - \vec{KC} \Leftrightarrow \vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} = 0$. Suy ra K là trọng tâm của tam giác ABC .

Câu 31. Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M trên đường thẳng CD sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó điểm M là hình chiếu của điểm nào?

Trả lời: trọng tâm của tam giác ABC .

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

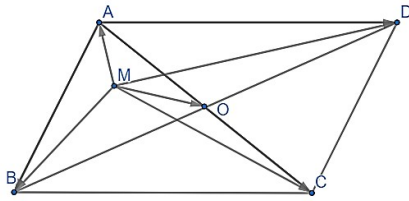
Ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG} \Rightarrow |\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = |3\vec{MG}| = 3|\vec{MG}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài MG nhỏ nhất.

Khi điểm M chuyển động trên đường thẳng CD , độ dài MG nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của G lên đường thẳng CD .

Câu 32: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm hai đường chéo, Với M là điểm tùy ý, chứng minh rằng:

a) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$; b) $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AC}$.

Lời giải



$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$$

a)

$$\Leftrightarrow \vec{MO} + \vec{OA} + \vec{MO} + \vec{OB} + \vec{MO} + \vec{OC} + \vec{MO} + \vec{OD} = 4\vec{MO}$$

$$\Leftrightarrow 4\vec{MO} + (\vec{OA} + \vec{OB}) + (\vec{OC} + \vec{OD}) = 4\vec{MO}$$

$$\Leftrightarrow 4\vec{MO} + 0 + 0 = 4\vec{MO}$$

$$\Leftrightarrow 4\vec{MO} = 4\vec{MO}$$

(luôn đúng)

(vì O là giao điểm 2 đường chéo nên là trung điểm của AB, CD)

b) $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

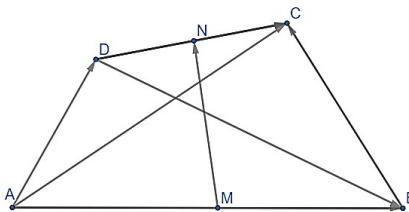
$$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = (\vec{AB} + \vec{AD}) + \vec{AC} = \vec{AC} + \vec{AC} = 2\vec{AC}$$

Suy ra (đpcm)

Câu 33: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Chứng minh rằng:

a) $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{MN}$; B) $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{BC} + \vec{AD}$.

Lời giải



$$\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AM} + \vec{MN} + \vec{NC} + \vec{BM} + \vec{MN} + \vec{ND}$$

$$= (\vec{AM} + \vec{BM}) + (\vec{MN} + \vec{MN}) + (\vec{NC} + \vec{ND})$$

$$= 0 + 2MN + 0 = 2MN$$

(đpcm)

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$$

b)

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}$$

$$(\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AM}) + (\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MN}) + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN}$$

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$$

Mặt khác ta có:

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$$

Suy ra

Cách 2:

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DC} \quad (\text{đpcm})$$

đpcm

Câu 34: Cho hai điểm phân biệt A và B. Xác định điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Lời giải

Cách 1:

$$\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -4\overrightarrow{MB} \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{|\overrightarrow{MA}|}{|\overrightarrow{MB}|} = \frac{|-4\overrightarrow{MB}|}{|\overrightarrow{MB}|} = 4$$

và hai vectơ $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ ngược hướng

Suy ra M nằm giữa A và B sao cho $\frac{MA}{MB} = 4$

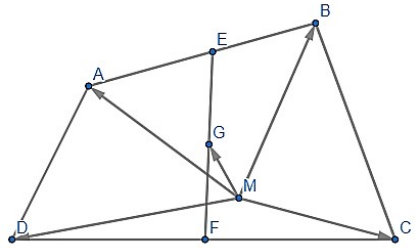
Cách 2:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{MB} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 5\overrightarrow{MB} &= \overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

A, M, B
 Vậy thẳng hàng, M nằm giữa A và B sao cho $MB = \frac{1}{5} AB$

Câu 35: Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD, EF. Lấy điểm M tùy ý, chứng minh rằng $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$.

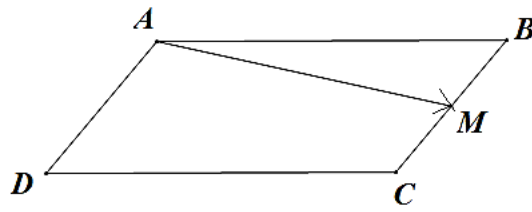
Lời giải



$$\begin{aligned} \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} &= (\vec{MG} + \vec{GE} + \vec{EA}) + (\vec{MG} + \vec{GE} + \vec{EB}) \\ &\quad + (\vec{MG} + \vec{GF} + \vec{FC}) + (\vec{MG} + \vec{GF} + \vec{FD}) \\ &= (\vec{MG} + \vec{MG} + \vec{MG} + \vec{MG}) + 2(\vec{GE} + \vec{GF}) \\ &\quad + (\vec{EA} + \vec{EB}) + (\vec{FC} + \vec{FD}) \\ &= 4\vec{MG} + 2 \cdot \vec{0} + 0 + 0 = 4\vec{MG} \text{ (đpcm)} \end{aligned}$$

Câu 36: Cho hình bình hành ABCD. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Hãy biểu thị \vec{AM} theo hai vectơ \vec{AB} và \vec{AD} .

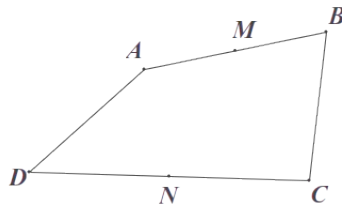
Lời giải



$$\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD}) = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AD}$$

Câu 37: Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của các cạnh AB, CD. Chứng minh rằng $\vec{BC} + \vec{AD} = 2\vec{MN} = \vec{AC} + \vec{BD}$.

Lời giải



$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} = 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AM}) + (\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}) = 2\overrightarrow{MN} + 0 + 0 = 2\overrightarrow{MN}$$

Câu 38: Cho hai điểm phân biệt A và B .

a) Hãy xác định điểm K sao cho $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = 0$.

$$\overrightarrow{OK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$$

b) Chứng minh rằng với mọi điểm O , ta có

Lời giải

$$\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{KA} + 2(\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB}) = 0 \Leftrightarrow 3\overrightarrow{KA} = -2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

a)

$$\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{KA} = -2\overrightarrow{KB}$$

b) Ta có:

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KA}) + \frac{2}{3}(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KB}) = \overrightarrow{OK} + \frac{1}{3}\overrightarrow{KA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{OK} + \frac{1}{3}(-2\overrightarrow{KB}) + \frac{2}{3}\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{OK}$$

Câu 39: Cho tam giác ABC .

a) Hãy xác định điểm M để $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 0$.

b) Chứng minh rằng với mọi điểm O , ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OM}$.

Lời giải

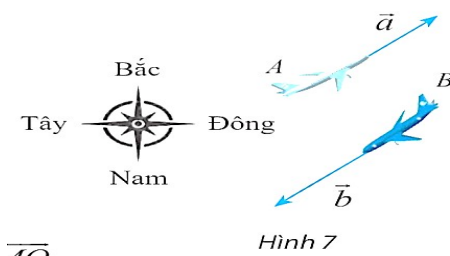
a)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} &= 0 \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AC} &= 0 \\ \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MA} &= -(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} &= \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}) \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{OM}$$

b)

Câu 40: Máy bay A đang bay về hướng đông bắc với tốc độ 600 km/h. Cùng lúc đó, máy bay B đang bay về hướng tây nam với tốc độ 800 km/h. Biểu diễn vectơ vận tốc \vec{b} của máy bay B theo vectơ vận tốc \vec{a} của máy bay A.



Lời giải

Vecto \vec{a}, \vec{b} là vectơ vận tốc của máy bay A và máy bay B.

Do đó $|\vec{a}|, |\vec{b}|$ lần lượt là độ lớn của vectơ vận tốc tương ứng.

Ta có: $|\vec{a}| = 600, |\vec{b}| = 800$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} = \frac{800}{600} = \frac{4}{3}$$

$$\vec{b} = -\frac{4}{3}\vec{a}$$

Hai hướng Đông Bắc và Tây Nam là ngược nhau, do đó

Câu 41: Cho hai điểm phân biệt A và B.

a) Xác định điểm O sao cho $\vec{OA} + 3\vec{OB} = \vec{0}$.

b) Chứng minh rằng với mọi điểm M, ta có $\vec{MA} + 3\vec{MB} = 4\vec{MO}$.

Lời giải



$$\begin{aligned}
 \vec{OA} + 3\vec{OB} &= \vec{0} \\
 \vec{OA} + 3\vec{OB} &= \vec{0} \\
 \Leftrightarrow \vec{OB} + \vec{BA} + 3\vec{OB} &= \vec{0} \\
 \Leftrightarrow \vec{OB} + 3\vec{OB} &= -\vec{BA} \\
 \Leftrightarrow 4\vec{OB} &= \vec{AB} \\
 \Leftrightarrow \vec{OB} &= \frac{1}{4}\vec{AB}
 \end{aligned}$$

$$\vec{OB} = \frac{1}{4}\vec{AB}$$

Vậy O thuộc đoạn AB sao cho

b) Ta có:

$$\begin{aligned}
 \vec{MA} + 3\vec{MB} &= (\vec{MO} + \vec{OA}) + 3(\vec{MO} + \vec{OB}) \\
 &= (\vec{MO} + 3\vec{MO}) + (\vec{OA} + 3\vec{OB}) \\
 &= 4\vec{MO} + \vec{0} = 4\vec{MO} \quad (\text{đpcm})
 \end{aligned}$$

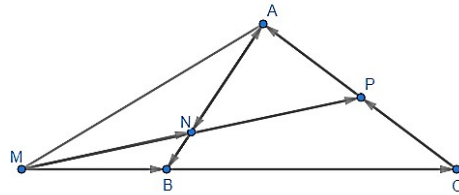
Câu 42: Cho tam giác ABC.

a) Xác định các điểm M, N, P thỏa mãn: $\vec{MB} = \frac{1}{2}\vec{BC}$, $\vec{AN} = 3\vec{NB}$, $\vec{CP} = \vec{PA}$.

b) Biểu thị mỗi vectơ \vec{MN} , \vec{MP} theo hai vectơ \vec{BC} , \vec{BA} .

c) Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Lời giải



a) Ta có:

$$\vec{MB} = \frac{1}{2}\vec{BC} \Rightarrow \vec{MB} = \frac{1}{2}\vec{BC} \Rightarrow \frac{BC}{MB} = 2$$

+) và cùng hướng; tỉ số độ dài

$$\Rightarrow M \text{ nằm ngoài đoạn thẳng } BC \text{ sao cho } \vec{MB} = \frac{1}{2}\vec{BC}$$

nằm ngoài đoạn thẳng BC sao cho

$$\vec{AN} = 3\vec{NB} \Rightarrow \vec{AB} + \vec{BN} = 3\vec{NB} \Rightarrow 4\vec{NB} = \vec{AB} \Leftrightarrow \vec{NB} = \frac{1}{4}\vec{AB}$$

+) và

$\Rightarrow N$ thuộc đoạn thẳng AB và $NB = \frac{1}{4}AB$

$$\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{PA} \Leftrightarrow \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PA} = \vec{0}$$

+))

$\Rightarrow P$ là trung điểm của CA

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$$

b)

$$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{MC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$$

$$= \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC})$$

$$= \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$$

c) Ta có:

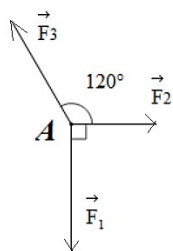
$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MN}$$

M, N, P

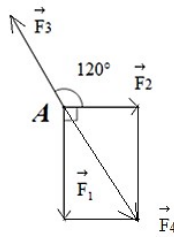
Vậy thẳng hàng

Câu 43: Chất điểm A chịu tác động của ba lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ như Hình 4.30 và ở trạng thái cân bằng (tức là $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0}$). Tính độ lớn của các lực $\overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$, biết $\overrightarrow{F_1}$ có độ lớn là 20 N.



Hình 4.30

Lời giải



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_4$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_4 = -\vec{F}_3 \Rightarrow |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4|$$

$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_1| \cdot \tan 30^\circ = \frac{20\sqrt{3}}{3}; |\vec{F}_4| = \frac{|\vec{F}_1|}{\cos 30^\circ} = \frac{40\sqrt{3}}{3}$$

Ta có: ;

$$|\vec{F}_2| = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ N}, |\vec{F}_3| = \frac{40\sqrt{3}}{3} \text{ N}$$

Vậy .

Câu 44: Cho tam giác ABC . Các điểm D, E thuộc BC thỏa mãn $BD = DE = EC$ (Hình 62). Giả sử $\vec{AB} = a, \vec{AC} = b$. Biểu thị các véc tơ $\vec{BC}, \vec{BD}, \vec{AD}, \vec{AE}$ theo a, b .

Lời giải

a) Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos \widehat{BAC} = a^2\sqrt{2} \cos 45^\circ = a^2$.

b) Dễ thấy: $AC \perp BD \Rightarrow (\vec{AC}, \vec{BD}) = 90^\circ \Rightarrow \vec{AC} \cdot \vec{BD} = AC \cdot BD \cdot \cos 90^\circ = AC \cdot BD \cdot 0 = 0$.

Câu 45: Cho tứ giác $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN , G là trọng tâm của tam giác BCD . Chứng minh rằng

a) $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = 4\vec{EG}$.

b) $\vec{EA} = 4\vec{EG}$.

c) Điểm G thuộc đoạn thẳng AE và $\vec{AG} = \frac{4}{3}\vec{AE}$.

Lời giải

a) Ta có: $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = 4\vec{EG} + \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD}$

Mà: $\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GM}; \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GN}$ (do M, N là trung điểm của AB, CD)

$\Rightarrow \vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = 4\vec{EG} + 2(\vec{GM} + \vec{GN}) = 4\vec{EG}$ (do G là trung điểm của MN)

b) Vì E là trọng tâm tam giác BCD nên $\vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = \vec{0}$

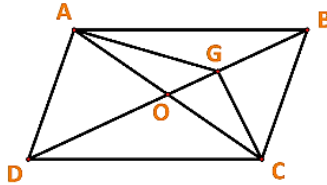
Từ ý a ta suy ra $\vec{EA} = 4\vec{EG}$

c) Ta có: $\vec{EA} = 4\vec{EG} \Leftrightarrow \vec{EA} = 4 \cdot (\vec{EA} + \vec{AG}) \Leftrightarrow -3\vec{EA} = 4\vec{AG}$

$$\Leftrightarrow 3\vec{AE} = 4\vec{AG} \text{ hay } \vec{AG} = \frac{3}{4}\vec{AE}.$$

Câu 46: Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác; Biểu thị các véc tơ \vec{AG}, \vec{CG} theo \vec{a}, \vec{b} .

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có:

$$\vec{BA} + \vec{AD} = \vec{BD}. \text{ Mà } \vec{BA} = -\vec{AB} = -\vec{a}; \vec{AD} = \vec{b}$$

$$\Rightarrow \vec{BD} = -\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{BG} = \vec{a} + \vec{BG};$$

$$\vec{CG} = \vec{CB} + \vec{BG} = \vec{AD} + \vec{BG} = \vec{b} + \vec{BG}$$

Lại có: \vec{BG}, \vec{BD} cùng phương và $\vec{BG} \vee \frac{2}{3}BO = \frac{1}{3} \vee \vec{BD} \vee \vec{BG}$

$$\Rightarrow \vec{BG} = \frac{1}{3}\vec{BD} = \frac{1}{3}(-\vec{a} + \vec{b})$$

$$\text{Do đó } \vec{AG} = \vec{a} + \vec{BG} = \vec{a} + \frac{1}{3}(-\vec{a} + \vec{b}) = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$$
$$\vec{CG} = \vec{b} + \vec{BG} = \vec{b} + \frac{1}{3}(-\vec{a} + \vec{b}) = \frac{-1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$$

$$\text{Vậy } \vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}; \vec{CG} = \frac{-1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}.$$

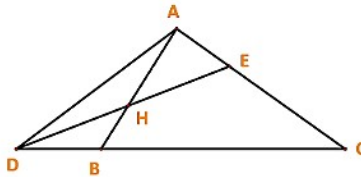
Câu 47: Cho tam giác ABC . Các điểm D, E, H thỏa mãn:

$$\overrightarrow{DB} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AH} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$$

a) Biểu thị mỗi vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DH}, \overrightarrow{HE}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

b) Chứng minh rằng D, E, H thẳng hàng.

Lời giải



Để thấy: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

Ta có:

+1) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. Mà $\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{DB} = -\frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \left(-\frac{1}{3}\right) (-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{4}{3} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$$

+2) $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AH}$

Mà $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{3} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{DH} = -\left(\frac{4}{3} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}\right) + \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$$

+3) $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AE}$

Mà $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{HE} = -\frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{HE} = -\frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{DH}, \overrightarrow{HE}$$

b) Theo câu a, ta có: Hai vectơ $\overrightarrow{DH}, \overrightarrow{HE}$ cùng phương.

$\Leftrightarrow D, E, H$ thẳng hàng

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>