ĐỀ VÀO 10 TOÁN CHUNG CÁC LỚP XÃ HỘI

SỞ GD – ĐT NAM ĐỊNH NĂM HỌC 2023-2024

Câu 1: (2,0 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức *P* = $\sqrt{2024+2\sqrt{2023}}-\sqrt{2025+2\sqrt{2024}}$ .
2. Tìm tọa độ của điểm *M* là giao điểm của đường thẳng *y = x+1* với trục *Ox*.
3. Tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác vuông có cạnh huyền bằng $2\sqrt{2}$ *cm.*
4. Tính thể tích của hình nón có chiều cao bằng 8*cm* và bán kính đáy bằng 6*cm*.

Câu 2: (1,5 điểm)

Cho biểu thức *P =* $\frac{x+4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}+\frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$ (với *x*$ \geq 0$ và *x*$ \ne 9)$.

1. Rút gọn biểu thức *P.*
2. Tìm *x* để *P* = 5.

Câu 3: (2,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^{2}-\left(2m+1\right)x+4m-2=0$ (1) (với *m* là tham số).
2. Giải phương trình (1) với *m* = 0.
3. Tìm tất cả giá trị của $m$ để phương trình (1) có hai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$ thỏa mãn

 $x\_{1}^{2}+ x\_{2}^{2}=13.$

1. Giải phương trình $\sqrt{x+1}+\sqrt{4-x}=\sqrt{2x+9}$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác *ABC* nhọn (*AB* $<$ *AC*) nội tiếp đường tròn tâm *O, AD* là đường cao. Gọi *E, F* lần lượt là hình chiếu của *D* trên *AB, AC*. Gọi *AP* là đường kính của đường tròn (*O*)

1. Chứng minh tứ giác *AEDF* nội tiếp và *AE.AB = AF.AC* .
2. Chứng minh tam giác *ABC* đồng dạng với tam giác *AFE* và *AP* vuông góc *EF*.
3. Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC*. Đường tròn đường kính *AH* cắt đường tròn (*O*) tại điểm thứ hai *T*. Gọi *K* là trực tâm của tam giác *BTC*. Chứng minh tứ giác *AHKT* là hình bình hành.

Câu 5: (1,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình $\left\{\begin{array}{c}\sqrt{4x+5}+2x=\sqrt{2y+5}+y \\\sqrt{x+1}+ \sqrt{3-x}=2+\sqrt{y+3-x^{2}}\end{array}\right.$ .
2. Xét hai số thực dương *x, y* thỏa mãn$\frac{1}{x}+\frac{6}{y}=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

*P* = $4x+y+\frac{2}{x^{2}}+\frac{1}{x}+\frac{42}{y}$.

LỜI GIẢI

**Câu 1:**

***1) Tính giá trị biểu thức P* =** $\sqrt{2024+2\sqrt{2023}}$ $-$ $\sqrt{2025+2\sqrt{2024}}$

*P* = $\sqrt{2024+2\sqrt{2023}}$ $-$ $\sqrt{2025+2\sqrt{2024}}$

= $\sqrt{2023+2\sqrt{2023}+1 }$ $-$ $\sqrt{2024+2\sqrt{2024}+1}$

= $\sqrt{(\sqrt{2023}+1)^{2} }$ $-$ $\sqrt{(\sqrt{2024}+1)^{2} }$

= $\left|\sqrt{2023}+1\right|$ $-$ $\left|\sqrt{2024}+1\right|$

= $\sqrt{2023}+1-$($\sqrt{2024}+1$) (*Do* $\sqrt{2023}+1$ > 0, $\sqrt{2024}+1$ > 0)

= $\sqrt{2023}+1-\sqrt{2024}-1$

= $\sqrt{2023}-\sqrt{2024}$

Vậy *P* = $\sqrt{2023}-\sqrt{2024}$

***2) Tìm tọa độ của điểm M là giao điểm của đường thẳng y = x+1 với trục Oy***

Giao điểm của đường thẳng với trục Oy là *x* = 0

Thay x = 0 ta có y = 0 + 1 = 1

Vậy tọa độ điểm của đường thẳng *y = x +* 1 với trục Oy là *M*(0;1)

***3) Tính diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác vuông có cạnh huyền bằng 2***$\sqrt{2}$***cm.***

Hình tròn ngoại tiếp tam giác vuông có cạnh huyền bằng 2$\sqrt{2}$cm.

Suy ra cạnh huyền bằng đường kính hình tròn => *R* = $\sqrt{2}$cm

Diện tích hình tròn là: *S* = $π$*R*2= 2$π$ (m2).

***4) Tính thể tích của hình nón có chiều cao bằng 8cm và bán kính đáy bằng 6cm.***

Thể tích của hình nón là: *V* = $\frac{1}{3}$ $π$*R*2.*h =*  $\frac{1}{3}$ $π$.62.8 = 96$π$ (cm3)

**Câu 2:**

**Cho biểu thức *P =*** $\frac{x +4\sqrt{x} +4}{\sqrt{x} +2}$ ***+*** $\frac{x -9}{\sqrt{x} -3}$ ***(với x*** $\geq 0 và x\ne 9$***)***

***1) Rút gọn biểu thức*** ***P***

Với x $\geq 0 và x \ne 9$ ta có:

*P =* $\frac{x +4\sqrt{x} +4}{\sqrt{x} +2}$ *+* $\frac{x -9}{\sqrt{x} -3}$

=$\frac{(\sqrt{x}+2)^{2}}{\sqrt{x} +2}$ *+* $\frac{(\sqrt{x} -3)(\sqrt{x} +3)}{\sqrt{x} -3}$

=$\sqrt{x}+2$ *+* $\sqrt{x} +3$

 = 2$\sqrt{x}$ + 5

Vậy với x $\geq 0 và x \ne 9$ thì *P =*2$\sqrt{x}$ + 5

***2) Tìm x để P = 5***

Với x $\geq 0 và x\ne 9$, để *P* = 5

$⇔ $2$\sqrt{x}$ + 5 = 5

$⇔ $2$\sqrt{x}$ = 0

$⇔\sqrt{x}$ = 0

$⇔$ *x* = 0 (*tm*)

Vậy với *x* = 0 thì *P* = 5

**Câu 3**

***1) Cho phương trình*** $x^{2}$$-$ **(*2m+1)***$x$ ***+ 4m***$-$***2 = 0*** ***(1) (với m là tham số)***

***a) Giải phương trình (1) với m = 0***

Với m = 0 phương trình (1) trở thành

$⇔x^{2}$$-$$x$ $-$2 = 0

$⇔x^{2}-$2$x$ $+ x-$2 = 0

$⇔x(x-2)+(x-2)$= 0

$⇔(x-2)+(x+1)$= $0$

$$⇔\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{x=2}{x=-1}\right.$$

Vậy với m = 0 thì phương trình có tập nghiệm *S* = $\left\{-1,2\right\}$

***b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm***$x\_{1}$***,***$x\_{2}$***thỏa mãn*** $x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}=13$

Ta có:

$∆$ = $\left(-\left(2m+1\right)\right)^{2}$ $-$ 4.(4$m-$2)

 = $4m^{2}$ $+ 4m$ + 1 $-$ 16$m$ + 8

 = $4m^{2}-$ 12$m$ + 9

 = $\left(2m - 3\right)^{2}$ $\geq 0 ∀ m$

Vậy phương trình (1) có hai nghiệm $x\_{1}$,$x\_{2}$ với mọi m.

Khi đó theo định lý Vi-ét ta có $\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+x\_{2 }= 2m+1\\x\_{1}x\_{2}= 4m-2\end{array}\right.$

Để $x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}=13$

$⇔(x\_{1}+x\_{2})^{2}$$-$2$x\_{1}x\_{2}$ = 13

$⇔(2m+1)^{2}$$-$2$(4m-2)$ = 13

$⇔4m^{2 }$+ 4*m* + 1 $-$8$m+4$ = 13

$⇔4m^{2}-4m-8$ = 0

$⇔m^{2 }-m-2$ = 0

$⇔m^{2 }+m-2m-2$ = 0

$⇔ $*m*(*m* + 1) $-$2(*m* + 1) = 0

$⇔ $(*m* $-$ 2)(*m* + 1) = 0

$⇔\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{m=2}{ m=-1}\right.$ (thỏa mãn *m* $\ne \frac{3}{2})$

Vậy $\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{m=2}{ m=-1}\right.$

***2) Giải phương trình*** $\sqrt{x+1} $*+* $\sqrt{4-x} =\sqrt{2x+9}$

ĐKXĐ: $\left\{\begin{array}{c}x+1\geq 0\\4-x\geq 0\\2x+9\geq 0\end{array}\right.$ $⇔\left\{\begin{array}{c}x\geq -1\\x\leq 4\\x\geq -\frac{9}{2}\end{array}\right.$ $⇔$ $-$1$\leq x\leq 4$

Ta có:

$\sqrt{x+1} $*+* $\sqrt{4-x} =\sqrt{2x+9}$

$⇔$ $(\sqrt{x+1} +\sqrt{4-x})^{2}$ = $(\sqrt{2x+9})^{2}$

$⇔$ *x* + 1 + 4$-$*x* + 2$\sqrt{(x+1)(4-x)}$ = $2x+9$

$⇔$ *5* + 2$\sqrt{(x+1)(4-x)}$ = $2x+9$

$⇔$ 2$\sqrt{(x+1)(4-x)}$ = $2x+4$

$⇔$ $\sqrt{(x+1)(4-x)}$ = $x+2$

$⇔$ $(x+1)(4-x)$=$(x+2)^{2}$ (Do $-$1$\leq x\leq 4$ nên *x* + 2 >0)

$⇔$ $-x^{2}$ + 3*x* + 4 =$ x^{2}$ + 4*x* + 4

$⇔$ $2x^{2}$ + *x* =0

$⇔$ *x*(2*x* + 1) =0

$$⇔\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{x=0}{x=-\frac{1}{2}}\right. (tm)$$

Vậy phương trình có tập nghiệm *S* = $\left\{0;-\frac{1}{2} \right\}$.

**Câu 4:**

***Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn tâm O, AD là đường cao. Gọi E,F lần lượt là hình chiếu của D trên AB, AC. Gọi AP là đường kính của đường tròn (O)***

******

***1) Chứng minh tứ giác AEDF nội tiếp và AE.AB = AF.AC***

+) Ta có:

DE $⊥$ AB $⇒∠$AED = 90$⁰$

DF $⊥$ AC $⇒∠$AFD = 90$⁰$

Xét tứ giác AEDF có: $∠$AED + $∠$AFD = 90$⁰$ + 90$⁰$ = 180$⁰$

=> AEDF là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180$⁰$).

+) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ADB, đường cao DE ta có: $AD^{2}$= AE.AB.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ADC, đường cao DF ta có: $AD^{2}$= AF.AC.

$⇒$ AE.AB = AF.AC (=$ AD^{2}$) (đpcm).

***2) Chứng minh tam giác ABC đồng dạng với tam giác AFE và AP vuông góc với EF***

Xét $△$ABC và $△$AFE có:

$∠$BAC chung:

AE.AB = AF.AC (cmt) $⇒\frac{AB}{AC}$ = $\frac{AF}{AE}$

$⇒△$ABC $\~$ $△$AFE (c.g.c)

$⇒∠F\_{2}$ $=$ $∠$ABC (hai góc tương ứng).

Mà $∠$ABC = $∠$APC (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

$⇒∠F\_{2}$ = $∠$APC (1)

Gọi EF $∩$ AP = $\left\{I\right\}$.

Ta có $∠$ACP = 90$⁰$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) => Tam giác ACP vuông tại C.

$⇒∠A\_{1}$ + $∠$APC = 90$⁰$ (trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau).

Từ (1) và (2) $⇒$ $∠F\_{2}$ + $∠A\_{1}$ = 90$⁰$ $⇒△$AIF vuông tại I

Vậy AI $⊥$ IF hay AP $⊥$ EF (đpcm)

1. ***Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Đường tròn đường kính AH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Gọi K là trực tâm của tam giác BTC. Chứng minh tứ giác AHKT là hình bình hành.***

Ta có CP $⊥AC$ (cmt), mà BH $⊥AC (gt)$ $⇒$ CP $∥BH$ (từ vuông góc đến song song).

Tương tự ta chứng minh được BP $∥CH$ (cùng vuông góc với AB)

$⇒HBPC $là hình bình hành (dhnb) => Hai đường chéo BC và HP cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Gọi M là trung điểm BC => M là trung điểm HP.

=> OM là đường trung bình của $∆AHP$ (định nghĩa)

=> OM $∥AH$, OM = $\frac{1}{2}$AH (3) (tính chất đường trung bình của tam giác).

Kẻ đường kính OT cắt đường tròn tại điểm thứ hai N (N$\ne T)$ => $∠TCN$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn => CN $⊥TC.$

Do K là trực tâm $∆BTC$ (gt) nên BK $⊥TC$

=> CN $∥BK$ (từ vuông góc đến song song)

Chứng minh tương tự CK $∥NB$ (do cùng vuông góc với TB)

=> CNBK là hình bình hành (dhnb) => Hai đường chéo BC và KN cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Mà M là trung điểm của BC nên M là trung điểm của KN.

=> OM là đường trung bình của $∆NKT$ (định nghĩa)

=> OM $∥TK, OM= \frac{1}{2}$TK (4) (tính chất đường trung bình của tam giác).

Từ (3) và (4) => AH $∥TK, AH=TK$

=> AHKT là hình bình hành (dhnb) (đpcm).

Câu 5: (1,0 điểm)

1. ***Giải hệ phương trình*** $\left\{\begin{array}{c}\sqrt{4x+5}+2x=\sqrt{2y+5}+y \\\sqrt{x+1}+ \sqrt{3-x}=2+\sqrt{y+3-x^{2}}\end{array}\right.$ $ \left\{\begin{array}{c}\sqrt{4x+5}+2x=\sqrt{2y+5}+y\\\sqrt{x+1}+ \sqrt{3-x}=2+\sqrt{y+3-x^{2}}\end{array}\right. \genfrac{}{}{0pt}{}{(1)}{\left(2\right)} ĐK: x\geq -\frac{5}{4};y\geq -\frac{5}{2}$
2. $⇔\sqrt{4x+5}-\sqrt{2y+5}=y-2x$

$$⇔\frac{4x-2y}{\sqrt{4x+5}+\sqrt{2y+5}}=-(2x-y)$$

$$⇔\left(2x-y\right)\left[\frac{2}{\sqrt{4x+5}+\sqrt{2y+5}}+1\right]=0$$

$$⇔\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{y=2x}{\frac{2}{\sqrt{4x+5}+\sqrt{2y+5}}=-1 (VN)}\right.$$

Thay y = 2x vào (2) ta được: $\sqrt{x+1}+ \sqrt{3-x}=2+\sqrt{2x+3-x^{2}}$

Đặt $\left\{\begin{array}{c}a=\sqrt{x+1}\\b=\sqrt{3-x}\end{array}\right. (a\geq 0, b\geq 0)$ => ab = $\sqrt{x+1}.\sqrt{3-x}=\sqrt{-x^{2}+2x+3}$

Khi đó ta có : $\left\{\begin{array}{c}a+b=2+\sqrt{ab} (3)\\a^{2}+b^{2}=4\end{array}\right.$

(3) $⇔ a^{2}+b^{2}+2ab=4+ab+4\sqrt{ab}$

$$⇔4+2ab=4+ab+ 4\sqrt{ab}$$

$$⇔ab-4\sqrt{ab}=0$$

$$⇔\sqrt{ab}\left(\sqrt{ab}-4\right)=0$$

$⇔$ $\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{\sqrt{ab}=0 ⇒ab=0 ⇒ \left[\genfrac{}{}{0pt}{}{x=1}{x=3} (TM)\right.}{\sqrt{ab}=4 ⇒ab=16 ⇔\sqrt{2x+3-x^{2}}=16 ⇔2x+3-x^{2}=16^{2} \left(VN\right)}\right.$

$$Với x=1 thì y=2$$

Với x = 3 thì y = 6

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm (1 ; 2) hoặc (3 ; 6).

1. ***Xét hai số thực dương x, y thỏa mãn*** $\frac{1}{x}+\frac{6}{y}=2$***. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức***

***P =*** $4x+y+\frac{2}{x^{2}}+\frac{1}{x}+\frac{42}{y}$

Ta có:

*P* = $4x+y+\frac{2}{x^{2}}+\frac{1}{x}+\frac{42}{y}$

= (2x + 2x + $\frac{2}{x^{2}})+\left(y+\frac{36}{y}\right)+(\frac{1}{x}+\frac{6}{y})$

$$\geq 3\sqrt[3]{2x.2x.\frac{2}{x^{2}}}+2\sqrt{y.\frac{36}{y}}+2$$

$$=3.2+2.6+2=20$$

Dấu ‘=’ xảy ra khi và chỉ khi $\left\{\begin{array}{c}2x=\frac{2}{x^{2}}\\y=\frac{36}{y}\end{array}\right.⇔\left\{\begin{array}{c}x^{3}=1\\y^{2}=36\end{array}\right.⇔\left\{\begin{array}{c}x=1\\y=6\end{array}\right. $(do x, y > 0)

Vậy giá trị nhỏ nhất của *P* là 20 khi x = 1 và y = 6.