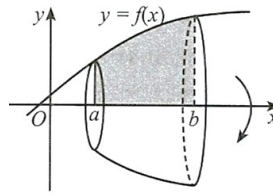


PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho vật thể tròn xoay như ở Hình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và hai đường thẳng $x=a, x=b$ quay quanh trục Ox .

b) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ quay quanh trục Ox .

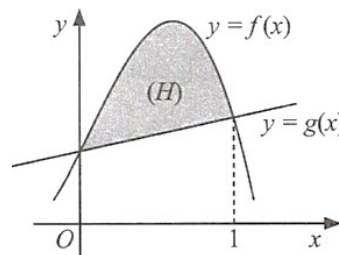
c) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

d) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Câu 2. Cho các hàm số $y=f(x), y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và có đồ thị như hình bên. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x), y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=0, x=1$.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=1$ là $S = \int_0^1 f(x) dx$.

b) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=1$ quanh trục hoành là $V = \int_0^1 f^2(x) dx$.

c) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$.

d) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là

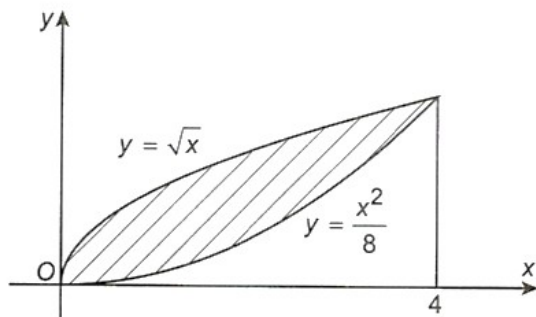
$$V = \pi \int_0^1 [f^2(x) - g^2(x)] dx.$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Câu 3.

Xét hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = \frac{x^2}{8}, x = 0, x = 4$.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích hình phẳng là $\frac{8}{3}$.

b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 0, x = 4$ quanh trục Ox là $V_1 = 8\pi$

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2}{8}, y = 0, x = 0, x = 2$ quanh trục Ox là $V_2 = \frac{16\pi}{5}$

d) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng xung quanh trục Ox là $V = \frac{24\pi}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{8}$ so với trục hoành, với $x \in [0; 4]$.

$$S = \int_0^4 \left| \sqrt{x} - \frac{x^2}{8} \right| dx = \int_0^4 \left(\sqrt{x} - \frac{x^2}{8} \right) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{24} \right) \Big|_0^4 = \frac{8}{3}.$$

Diện tích cần tính là

b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 0, x = 4$ quanh trục Ox là $V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2}{8}, y = 0, x = 0, x = 2$ quanh trục Ox là $V_2 = \pi \int_0^2 \left(\frac{x^2}{8} \right)^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{x^4}{64} dx = \pi \frac{x^5}{320} \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{5}$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{24\pi}{5}$$

d) Thể tích cần tính là

Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=2, x=6$. Khi đó:

a) Diện tích hình phẳng (H) là $S = 4 + \ln 3$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=2; x=6$ là $S = 2 \ln 3$.

c) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là $V = \frac{(13 + 6 \ln 3)\pi}{3}$.

d) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y=1, x=2, x=6$ quanh trục Ox là $V = \frac{1 + 6 \ln 3}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

$$S = \int_2^6 \left| \frac{x+1}{x} \right| dx = \int_2^6 \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx = (x + \ln x) \Big|_2^6 = (6 + \ln 6) - (2 + \ln 2) = 4 + \ln 3.$$

b) Sai.

$$S = \int_2^6 |f(x) - 1| dx = \int_2^6 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_2^6 = \ln 6 - \ln 2 = \ln 3.$$

c) Đúng.

$$V = \pi \int_2^6 f^2(x) dx = \pi \int_2^6 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \pi \left(x + 2 \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_2^6 = \pi \left(2 \ln 3 + \frac{13}{3} \right) = \frac{(13 + 6 \ln 3)\pi}{3}$$

d) Sai.

$$V = \pi \int_2^6 [f^2(x) - 1] dx = \pi \int_2^6 \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \pi \left(2 \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_2^6 = \pi \left(2 \ln 3 + \frac{1}{3} \right) = \frac{(1 + 6 \ln 3)\pi}{3}$$

Câu 5. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 2x^2 (C_1), y^2 = 4x (C_2)$. Khi đó:

a) Các đường (C_1) và (C_2) đều đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $M(1;2)$.

d) Diện tích của hình phẳng (H) là $S = \int_0^2 |2x^2 - 2\sqrt{x}| dx$.

c) Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^1 (4x - 4x^4) dx$$

d) Nếu $\frac{V}{S} = \frac{a}{b} \cdot \pi$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì $2a - b = 17$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

b) Sai.

$$S = \int_0^1 |2x^2 - 2\sqrt{x}| dx = \int_0^1 (2\sqrt{x} - 2x^2) dx$$

c) Đúng.

$$V = \pi \int_0^1 \left[(2\sqrt{x})^2 - (2x^2)^2 \right] dx = \pi \int_0^1 (4x - 4x^4) dx$$

d) Sai.

$$S = \int_0^1 |2x^2 - 2\sqrt{x}| dx = \int_0^1 (2\sqrt{x} - 2x^2) dx = \left(\frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3};$$

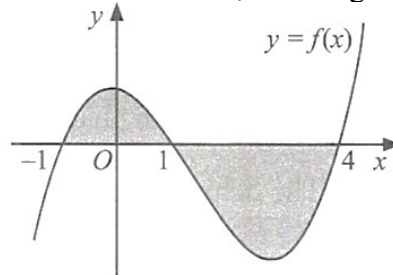
Ta có

$$V = \pi \int_0^1 (4x - 4x^4) dx = \pi \left(2x^2 - \frac{4}{5} x^5 \right) \Big|_0^1 = \frac{6\pi}{5}.$$

$$\frac{V}{S} = \frac{9\pi}{5}.$$

Suy ra $\frac{a}{b} = \frac{9}{5}$. Do đó $a = 9; b = 5$, suy ra $2a - b = 13$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1, x = 4$. Khi đó:

a) Diện tích S của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx$.

b) Diện tích S của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.

c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(1) > F(-1) > F(4)$.

d) Thể tích vật thể được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \int_{-1}^4 [f(x)]^2 dx$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

b) Sai.

$$S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

c) Đúng.

Nhận xét "diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1, x = 4$ " lớn hơn "diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành

và các đường thẳng $x = -1, x = 1$ ". Do đó $\int_{-1}^4 |f(x)| dx > \int_{-1}^1 |f(x)| dx$, suy ra $|F(x)|_1^4 > |F(x)|_{-1}^1$, suy ra $F(1) - F(4) > F(1) - F(-1)$, suy ra $F(-1) > F(4)$.

Mà $F(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$, nghịch biến trên $(1; 4)$, do đó $F(1) > F(-1)$.

Từ (1) và (2) suy ra $F(1) > F(-1) > F(4)$.

d) Sai.

$$V = \pi \int_{-1}^1 [f(x)]^2 dx + \pi \int_1^4 [f(x)]^2 dx = \pi \int_{-1}^4 [f(x)]^2 dx$$

Câu 7. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = 2e^{-x}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 1$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int f(x) dx = 2e^{-x} + C$.

b) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{e-2}{e}$.

c) Diện tích của hình phẳng (H) bằng $2 - \frac{2}{e}$.

d) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng $2\pi - \frac{2}{e^2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Sai.

$$\int f(x) dx = \int 2e^{-x} dx = 2 \int \left(\frac{1}{e}\right)^x dx = 2 \frac{\left(\frac{1}{e}\right)^x}{\ln \frac{1}{e}} + C = -2e^{-x} + C$$

b) Sai.

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 2e^{-x} dx = (-2e^{-x}) \Big|_0^1 = -\frac{2}{e} + 2 = \frac{2e-2}{e}.$$

c) Đúng.

$$S = \int_0^1 |f(x)| dx = \int_0^1 2e^{-x} dx = (-2e^{-x}) \Big|_0^1 = 2 - \frac{2}{e}.$$

d) Sai.

$$V = \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 4e^{-2x} dx = 4\pi \left(\frac{e^{-2x}}{\ln e^{-2}} \right) \Big|_0^1 = \pi \left(2 - \frac{2}{e^2} \right).$$

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = -x^2 + 1$.
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và Ox là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

c) Nếu D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox thì khối tròn xoay có được khi quay

D xung quanh Ox một vòng có thể tích V được tính theo công thức $V = \int_{-1}^1 (1-x^2)^2 dx$.

d) Nếu D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox thì khối tròn xoay có được khi quay D xung quanh Ox một vòng có thể tích bằng $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và Ox là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$

b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt

c) $V = \pi \int_{-1}^1 (1-x^2)^2 dx$

d) $V = \frac{16\pi}{15}$

Câu 9. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Gọi V_1 là thể tích của khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0, y=\sqrt{x}, x=0, x=4$ quanh trục Ox . Khi đó, $V_1 = \pi \int_0^4 x dx$.

b) Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0, y=\frac{1}{2}\sqrt{x}, x=0, x=4$ quanh trục Ox . Khi đó, $V_2 = \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x dx$.

c) Giá trị của biểu thức $V_1 - V_2$ bằng 12π .

d) Một vật thể A có hình dạng được tạo khi quay hình phẳng D quanh trục Ox (đơn vị trên hai trục tính theo centimét). Thể tích của vật thể đó (làm tròn đến hàng phần mười theo đơn vị centimét khối) là $37,7 cm^3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Ta có: $V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi; V_2 = \pi \int_0^4 \left(\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2 dx = \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x dx = 2\pi$

Khi đó, $V_1 - V_2 = 6\pi$. Vậy thể tích của vật thể A là $6\pi \approx 18,8 (cm^3)$.

Câu 10. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ và trục hoành. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

b) $\int f(x) dx = \frac{x^4}{12} - \frac{x^3}{3} + C$.

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{9}{2}$.

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox (làm tròn đến hàng phần chục) bằng 2,3 (đơn vị thể tích).

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $Ox: y=0$ là số nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{3}x^3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \left(\frac{1}{3}x - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

b) Đúng.

$$\int f(x)dx = \int \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) dx = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + C.$$

c) Sai.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành $Ox: y = 0$ là $x = 0; x = 3$.

Vậy hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ sẽ có diện tích là:

$$S = \int_0^3 |f(x)| dx = \left(\frac{x^4}{12} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = \frac{9}{4}$$

d) Sai.

Khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có nghĩa là khối tròn xoay sinh được khi quay $y = f(x)$ quanh trục hoành và bị giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0, x = 3$.

$$\pi \int_0^3 [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^3 \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]^2 dx = \frac{81}{35}\pi \approx 7,3$$

Vậy thể tích khối tròn xoay đó là:

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

a) $G(x) = e^x + 2x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0; x = 1$ là

$$V = \pi \int_0^1 (e^x + 2x)^2 dx$$

c) Tích phân $\int_0^5 f(x)dx = e^5 + 24$.

d) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Khi đó

$$F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}.$$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai.

$$G(x) = \int f(x)dx = \int (e^x + 2x)dx = e^x + x^2 + C$$

b) Đúng.

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

$$y = f(x), \text{ trục hoành và hai đường thẳng } x = a; x = b \text{ là } V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$$

c) Đúng.

$$\int_0^5 f(x) dx = (e^x + x^2) \Big|_0^5 = e^5 + 5^2 - e^0 - 0 = e^5 + 24.$$

d) Đúng.

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ nên
 $F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$

Khi đó: $F(0) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 1 + C = \frac{3}{2} \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$

Vậy $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = x^3 - e^{-x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 1$. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số $G(x) = 4x^4 + e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b) Diện tích hình phẳng (H) bằng $S = \int_{-1}^1 (x^3 - e^{-x}) dx$.

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục Ox (làm tròn đến hàng đơn vị) là $V \approx 15$.

d) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Khi đó $F(x) = \frac{x^4}{4} + e^{-x}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai

$$G(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 - e^{-x}) dx = \frac{x^4}{4} + e^{-x} + C$$

b) Sai.

Diện tích hình phẳng (H) bằng $S = \int_{-1}^1 |x^3 - e^{-x}| dx \neq \int_{-1}^1 (x^3 - e^{-x}) dx$.

c) Đúng

Thể tích khối tròn xoay là $V = \pi \int_{-1}^1 (x^3 - e^{-x})^2 dx \approx 15$

d) Đúng

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - e^{-x}$ nên

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 - e^{-x}) dx = \frac{x^4}{4} + e^{-x} + C$$

Khi đó: $F(0) = 1 \Leftrightarrow 1 + C = 1 \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy $F(x) = \frac{x^4}{4} + e^{-x}$

Câu 13. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 3}$. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

a) $\int f(x) dx = 3^x + C$

b) $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3}$

c) Giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$ bằng $\frac{3^{2026} - 1}{\ln 3}$.

d) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $F(x)$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng $\frac{4\pi}{\ln^3 3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai

$$F(x) = \int f(x) dx = \int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C.$$

b) Đúng

Ta có: $F(0) = \frac{3^0}{\ln 3} + C = \frac{1}{\ln 3} + C$ mà $F(0) = \frac{1}{\ln 3} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = \frac{3^x}{\ln 3}$.

c) Sai

$$\begin{aligned} T &= F(0) + F(1) + \dots + F(2024) + F(2025) \\ &= \frac{1}{\ln 3} (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2024} + 3^{2025}) = \frac{1}{\ln 3} \cdot \frac{3^{2026} - 1}{3 - 1} = \frac{3^{2026} - 1}{2 \ln 3} \end{aligned}$$

d) Đúng

Ta có thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng:

$$V = \pi \int_0^1 \left(\frac{3^x}{\ln 3} \right)^2 dx = \pi \int_0^1 \frac{3^{2x}}{\ln^2 3} dx = \pi \cdot \left(\frac{3^{2x}}{2 \ln^3 3} \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{\ln^3 3}.$$

Câu 14. Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -5, x = 5$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ bằng $\frac{x}{\sqrt{25 - x^2}}$.

b) Diện tích hình phẳng (S) bằng 25π .

c) Thể tích của khối tròn xoay khi quay (S) quanh Ox là $\frac{500}{3}\pi$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$ bằng $K = 2 \int_0^4 \sqrt{25 - x^2} dx - 12$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Sai.

$$f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{25 - x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{25 - x^2}}$$

b) Sai.

Diện tích hình phẳng (S) là $S = \int_{-5}^5 |f(x)| dx = \int_{-5}^5 \sqrt{25 - x^2} dx = \frac{25\pi}{2}$.

c) Đúng.

Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ là $x \in [-5; 5]$

Nên ta sẽ được khối tròn xoay tạo bởi $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ quay quanh trục hoành và giới hạn bởi hai đường thẳng $x = -5, x = 5$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay (S) là

$$V = \pi \int_{-5}^5 [f(x)]^2 dx = \pi \int_{-5}^5 [\sqrt{25 - x^2}]^2 dx = \pi \left(25x - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-5}^5 = \frac{500}{3}\pi$$

d) Sai.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$ là nghiệm của phương

trình: $\sqrt{25 - x^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$. Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $y = 3$ và hai đường thẳng $x = -4, x = 4$ được tính theo công thức là

$$S = \int_{-4}^4 (\sqrt{25 - x^2} - 3) dx = \int_{-4}^4 \sqrt{25 - x^2} dx - \int_{-4}^4 3 dx = 2 \int_0^4 \sqrt{25 - x^2} dx - 3x \Big|_{-4}^4 = 2 \int_0^4 \sqrt{25 - x^2} dx - 24$$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = 3x - x^2$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $F(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{9}{2}$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$ bằng $\frac{13}{6}$.

d) Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành bằng $\frac{81\pi}{10}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai. $\int f(x)dx = \frac{3}{2}x^2 - \frac{x^3}{3} + C$.

b) Đúng. Diện tích hình phẳng (H) bằng $\int_0^3 (3x - x^2)dx = \frac{9}{2}$.

c) Sai. Ta có $f(x) = 3x - x^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow S = \int_1^2 (3x - x^2 - 2)dx = \frac{1}{6}$.

d) Đúng. Ta có $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$

$$\Rightarrow V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (x^4 - 6x^3 + 9x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{6x^4}{4} + 3x^3 \right) \Big|_0^3 = \frac{81}{10}\pi$$

Câu 16. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x) = \sqrt{e^x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\int f^2(x)dx = e^x + C$.

b) $\int f(x)dx = \sqrt{e^x} + C$.

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $S = \sqrt{e} - 1$.

d) Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng 1,72.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng. $\int f^2(x)dx = \int e^x dx = e^x + C$

b) Sai. $\int f(x)dx = \int (\sqrt{e})^x dx = \frac{(\sqrt{e})^x}{\ln \sqrt{e}} = 2\sqrt{e^x} + C$

c) Sai. $S = \int_0^1 \sqrt{e^x} dx = 2\sqrt{e} - 2$

d) Sai. $V = \pi \int_0^1 e^x dx = \pi(e - 1) \approx 5,40$

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{ khi } x \leq 1 \\ 2x^2 - 8x + 8 & \text{ khi } x > 1 \end{cases}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và trục hoành. Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt.

b) $\int_{-2}^2 f(x)dx = -\frac{7}{3}$

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{5}{2}$.

d) Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox bằng $\frac{5\pi}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai. $S = \int_0^1 2x dx + \int_1^2 (2x^2 - 8x + 8) dx = \frac{5}{3}$

d) Sai. $V = \pi \int_0^1 (2x)^2 dx + \pi \int_1^2 (2x^2 - 8x + 8)^2 dx = \frac{8\pi}{3}$

Câu 18. Một máy bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là: $\int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt$

b) Sau 6 giây thể tích nước trong bể là $504m^3$ khi đó $432a + 36b = 504$.

c) Thể tích nước trong bể là $90m^3$ sau 3 giây và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là $504m^3$. Khi đó thời gian kể từ giây thứ 3 đến giây thứ 6 thể tích nước bơm được vào bể là $180m^3$.

- d) Thể tích nước trong bể là $90m^3$ sau 3 giây và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là $504m^3$. Khi đó thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây là $594m^3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

$$h(t) = \int_0^t (6at^2 + 2bt) dt$$

a) Ta có: . Suy ra mệnh đề đúng.

$$b) \text{ Ta có: } \int_0^6 (6at^2 + 2bt) dt = 504 \Leftrightarrow (2at^3 + bt^2) \Big|_0^6 = 504 \Leftrightarrow 432a + 36b = 504$$

Suy ra mệnh đề đúng

$$c) \text{ Ta có: } \int_0^6 (6at^2 + 2bt) dt = \int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt + \int_3^6 (6at^2 + 2bt) dt$$

$$\Rightarrow \int_3^6 (6at^2 + 2bt) dt = \int_0^6 (6at^2 + 2bt) dt - \int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt = 504 - 90 = 414(m^3)$$

Suy ra mệnh đề sai

$$d) \text{ Ta có: } \int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt = 90 \Leftrightarrow (2at^3 + bt^2) \Big|_0^3 = 90 \Leftrightarrow 54a + 9b = 90$$

$$\int_0^6 (6at^2 + 2bt) dt = 504 \Leftrightarrow (2at^3 + bt^2) \Big|_0^6 = 504 \Leftrightarrow 432a + 36b = 504$$

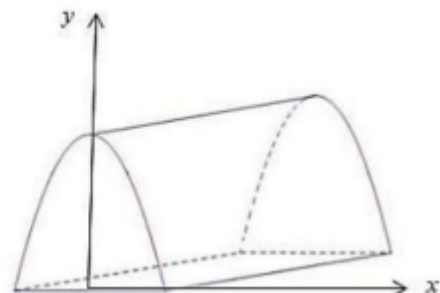
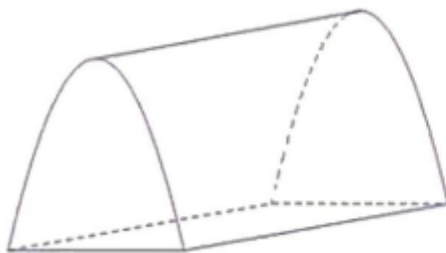
$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = 6 \end{cases}$$

Từ . Sau khi bơm 9 giây thì thể tích nước trong bể là:

$$V = \int_0^9 (4t^2 + 12t) dt = \left(\frac{4}{3}t^3 + 6t^2 \right) \Big|_0^9 = 1458(m^3)$$

. Suy ra mệnh đề sai.

- Câu 19.** Để chuẩn bị CSVC phục vụ công tác phòng chống dịch bệnh, các chiến sĩ ở chốt kiểm soát dự định dựng một cái lều trại có dạng như hình vẽ. Biết rằng mặt trước và mặt sau của trại là hai parabol bằng nhau, nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau và cùng vuông góc với mặt nền. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước chiều rộng là 4 m, chiều dài là 6 m, đỉnh parabol cách nền $3m$.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

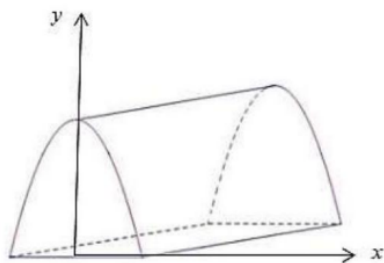
- a) Diện tích nền của lều trại là $24(m^2)$
- b) Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó phương trình parabol mặt trước của lều trại là $(P): y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$
- c) Diện tích mặt trước của lều trại $6(m^2)$
- d) Thể tích phần không gian bên trong lều trại là $48(m^3)$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Nền của lều trại là một hình chữ nhật nên Diện tích nền của lều trại là $6.4 = 24(m^2)$ suy ra mệnh đề đúng

b) Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ có đỉnh $C(0;3)$, đi qua hai điểm $A(-2;0)$ và $B(2;0)$ nên có

$$\begin{cases} 0.a + 0.b + c = 3 \\ 4a - 2b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}$$

hệ phương trình

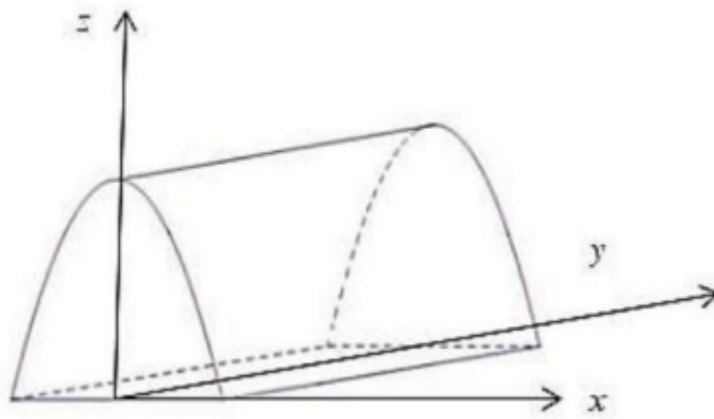
Suy ra $(P): y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$. suy ra mệnh đề đúng

c) Diện tích mặt trước của lều trại là

$$S = \int_{-2}^2 \left(3 - \frac{3}{4}x^2 \right) dx = 8(m^2)$$

suy ra mệnh đề sai

d) Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ



Diện tích mặt trước của lều trại $8(m^2)$

Khi đó thể tích phần không gian bên trong lều trại là $V = \int_0^6 8 dx = 48(m^3)$. suy ra mệnh đề đúng.

Câu 20. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi hai đường $y = f(x) = 2(x^2 - 1)$; $y = g(x) = 1 - x^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hoành độ giao điểm của hai đường cong trên là $x = \pm 1$.

b) Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox quanh trục Ox bằng $\frac{64}{15}$.

c) Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = g(x)$ và trục Ox quanh trục Ox bằng $\frac{16\pi}{15}$.

d) Gọi S là diện tích hình phẳng (D) , khi đó $S = 4$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = 2(x^2 - 1)$ và $y = 1 - x^2$ là $2(x^2 - 1) = 1 - x^2 \Leftrightarrow x = \pm 1$. suy ra mệnh đề đúng

b) Phương trình hoành độ giao điểm $2(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

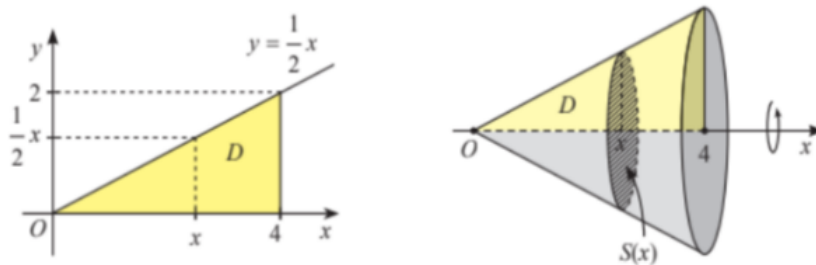
$$V = \pi \int_{-1}^1 4(x^2 - 1)^2 dx = \frac{64\pi}{15} \text{ suy ra mệnh đề sai}$$

c) Phương trình hoành độ giao điểm $1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$$V = \pi \int_{-1}^1 (x^2 - 1)^2 dx = \frac{16\pi}{15} \text{ suy ra mệnh đề đúng}$$

d) Ta có: $S = \int_{-1}^1 |2(x^2 - 1) - (1 - x^2)| dx = 3 \int_{-1}^1 |x^2 - 1| dx = 4$ suy ra mệnh đề đúng

Câu 21. Cho D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x) = \frac{1}{2}x$, trục hoành và đường thẳng $x = 4$. Quay hình D xung quanh trục Ox thì được một khối tròn xoay, Kí hiệu là N



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khối tròn xoay được tạo ra là khối nón.

b) Khi cắt khối N bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 4)$ thì mặt cắt là hình tròn.

c) Diện tích hình tròn được tạo ra bởi mặt cắt là $S(x) = \pi x^2$.

d) Thể tích khối nón $V = \frac{16}{3}\pi$ và bằng $\pi \int_0^4 \left(\frac{1}{2}x\right)^2 dx$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Khối tròn xoay được tạo ra là khối nón nên mệnh đề này ĐÚNG.

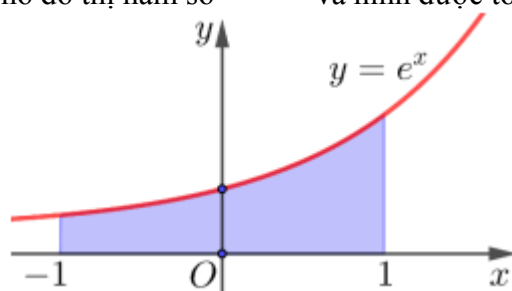
b) Mặt cắt được tạo ra là 1 hình tròn nên mệnh đề này ĐÚNG.

c) Hình tròn được tạo ra có bán kính là $r = \frac{x}{2}$ nên có diện tích bằng $S = \pi \frac{x^2}{4}$. Nên mệnh đề này SAI

d) Ta có chiều cao khối nón được tạo ra khi quanh quay trục Ox và bán kính lần lượt là

$h = 4, r = 2$. Nên $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 2^2 4 = \frac{16}{3}\pi$ và $I = \pi \int_0^4 \left(\frac{1}{2}x\right)^2 dx = \pi \left(\frac{1}{4} \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^4 = \frac{16}{3}\pi$. nên mệnh đề này ĐÚNG

Câu 22. Cho đồ thị hàm số $y = e^x$ và hình được tô màu như dưới.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hình phẳng được tô màu giới hạn bởi 3 đường.

$$S = \int_{-1}^1 (e^x)^2 dx$$

b) Diện tích hình phẳng được tính bởi công thức

$$S = e - \frac{1}{e}$$

c) Diện tích hình phẳng

$$V = \frac{1}{2} \pi \left(e^2 - \frac{1}{e^2} \right)$$

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng đó quanh trục Ox là

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai. Hình phẳng đó giới hạn bởi bốn đường $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 1$.

$$S = \int_{-1}^1 |e^x| dx = \int_{-1}^1 e^x dx$$

b) Sai. Ta có diện tích hình phẳng

$$S = \int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - \frac{1}{e}$$

c) Đúng. Ta có diện tích hình phẳng

d) Đúng. Ta có thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng đó quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_{-1}^1 (e^x)^2 dx = \pi \int_{-1}^1 e^{2x} dx = \pi \left(\frac{1}{2} e^{2x} \Big|_{-1}^1 \right) = \frac{1}{2} \pi \left(e^2 - \frac{1}{e^2} \right)$$

Câu 23. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

$$S_{(H)} = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$$

a) Công thức tính diện tích hình phẳng (H) là:

$$\frac{26}{3}$$

b) Diện tích hình phẳng (H) bằng

c) Công thức tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục

$$V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$$

Ox là:

$$\frac{202}{5}$$

d) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox bằng

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

$$S_{(H)} = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$$

a) Đúng. Công thức tính diện tích hình phẳng (H) là:

b) Đúng. Diện tích hình phẳng (H) là $S_{(H)} = \int_0^2 (x^2 + 3) dx = \frac{26}{3}$.

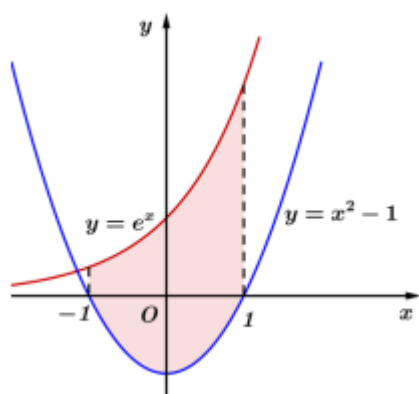
c) Sai. Công thức tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục

$$Ox \text{ là: } V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$$

d) Đúng. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx = \frac{202\pi}{5}$$

Câu 24. Gọi (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, x = -1, x = 1, (H_2)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 1, x = -1, x = 1$ và (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = x^2 - 1, x = -1, x = 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Công thức tính diện tích hình phẳng (H_1) là $S_1 = \int_{-1}^1 e^x dx$.

b) Thể tích V_1 của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H_1) xung quanh Ox thỏa mãn $V_1 < 10$.

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H_2) xung quanh Ox bằng $V_2 = \frac{16}{15}$.

d) Diện tích hình phẳng (H) bằng $S = \frac{3e^2 + 4e - 3}{3e}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Công thức tính diện tích hình phẳng (H_1) là $S_1 = \int_{-1}^1 e^x dx$, suy ra mệnh đề đúng

b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H_1) xung quanh Ox bằng

$$V_1 = \pi \int_{-1}^1 e^{2x} dx = \pi \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_{-1}^1 = \frac{\pi}{2} \left(e^2 - \frac{1}{e^2} \right) \approx 11,4$$
, suy ra mệnh đề sai

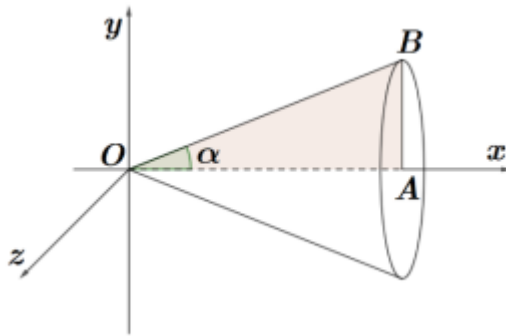
c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H_2) xung quanh Ox bằng

$$V_2 = \pi \int_{-1}^1 (x^2 - 1)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$$
, suy ra mệnh đề sai

d) Diện tích hình phẳng hình (H) là

$$S = \int_{-1}^1 |e^x - (x^2 - 1)| dx = \int_{-1}^1 (e^x - x^2 + 1) dx = \left(e^x - \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{3e^2 + 4e - 3}{3e}$$
, suy ra mệnh đề đúng

Câu 25. Cho tam giác vuông OAB có cạnh $OA = a$ nằm trên trục Ox và $\angle AOB = \alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$. Gọi β là khối tròn xoay sinh ra khi quay miền tam giác OAB xung quanh trục Ox . Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Phương trình đường thẳng OB là $y = x \cdot \tan \alpha$.

b) Khi $\alpha = \frac{\pi}{4}$ thì thể tích V của khối β là $\frac{\pi a^3}{3}$.

c) Khi $\tan \alpha = \cot \alpha$ thì thể tích V của khối β là $\frac{\pi a^3}{3}$.

d) Khi thể tích V của khối β là $\frac{4\pi a^3}{3}$ thì giá trị $\cos \alpha < \frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đường thẳng OB đi qua gốc tọa độ O và có hệ số góc $\tan \alpha$ nên có phương trình $y = x \cdot \tan \alpha$, suy ra mệnh đề đúng

b) Do OB đi qua gốc tọa độ và tạo với Ox một góc $\frac{\pi}{4}$ nên $OB: y = \tan \frac{\pi}{4} x = x$.

Khi đó, thể tích của khối β theo $V = \pi \int_0^a x^2 dx = \frac{\pi x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{\pi a^3}{3}$, suy ra mệnh đề đúng

c) Ta có: Do OB đi qua gốc tọa độ và tạo với Ox một góc α nên $OB: y = \tan \alpha \cdot x$.

Khi đó, thể tích của khối β theo $V = \pi \int_0^a (\tan \alpha x)^2 dx = \frac{\pi \tan^2 \alpha \cdot x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{\pi \tan^2 \alpha \cdot a^3}{3}$.

Do $\tan \alpha = \cot \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha = \cot \alpha \cdot \tan \alpha = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = \pm 1$.

Mặt khác $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\tan \alpha = 1 \Rightarrow V = \frac{\pi \tan^2 \alpha \cdot a^3}{3} = \frac{\pi \cdot a^3}{3}$, suy ra mệnh đề đúng

d) Do OB đi qua gốc tọa độ và tạo với Ox một góc α nên $OB: y = \tan \alpha \cdot x$.

Khi đó, thể tích của khối β theo $V = \pi \int_0^a (\tan \alpha \cdot x)^2 dx = \frac{\pi \tan^2 \alpha \cdot x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{\pi \tan^2 \alpha \cdot a^3}{3}$.

Do $V = \frac{4\pi a^3}{3} \Leftrightarrow \frac{\pi \tan^2 \alpha \cdot a^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = 4 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + 1 = 5 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\pm 1}{\sqrt{5}}$.

Mặt khác $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$, suy ra mệnh đề đúng