

Trắc nghiệm 4 đáp án

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

*A. 12.

B. 4.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Số vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vector là $A_4^2 = 12$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$

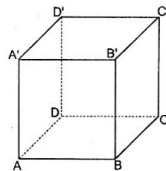
B. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$

C. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$

*D. $\vec{AB} = \vec{CD}$

Lời giải

Chọn D



Mệnh đề sai là: $\vec{AB} = \vec{CD}$, $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ là hai Vector đối nhau.

Câu 3. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

B. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$

*C. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$

D. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$

Lời giải

Chọn C

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\vec{GA} + \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$$

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

A. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{BD})$

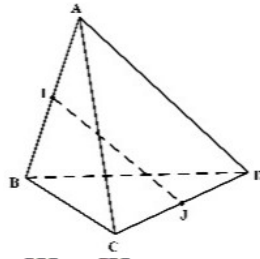
B. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$

C. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{AD} + \vec{BD})$

*D. $\vec{IJ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{CD})$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC})$
 $= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{BC})$

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$$

Vậy đẳng thức sai là

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$

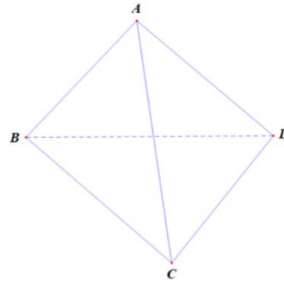
B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$

*C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

Lời giải

Chọn C



Có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng:

A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$

*B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

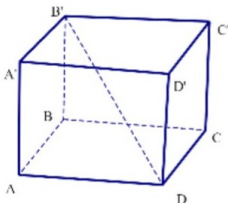
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biểu thức nào sau đây đúng:

A. $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C}$

B. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$

*C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC'}$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$$

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$

B. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

*D. $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

Lời giải

Chọn D

Ta có N là trung điểm của BC nên

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

(Vì M là trung điểm AD).

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$

*C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$

D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}$ (Vì ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$).

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AB ?

*A. $\overrightarrow{A'B'}$

B. $\overrightarrow{A'C'}$

C. $\overrightarrow{A'C}$

D. $\overrightarrow{A'B}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow \overrightarrow{A'B'}$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB .

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$

*C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$

D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}$$

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ .

Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

*A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}$$

Câu 13. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = a, \overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c, \overrightarrow{BC} = d$. Trong các biểu thức vector sau đây, biểu thức nào **đúng**.

A. $a + b + c = d$

B. $a = b + c$

C. $a + b + c + d = \vec{0}$

*D. $b - c + d = \vec{0}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BC} = \vec{CB} + \vec{BC} = \vec{0}$.

Câu 14. Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

A. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.

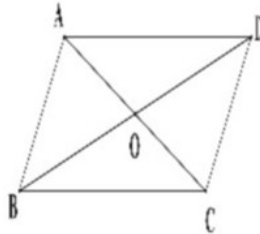
*B. $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$.

C. $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$.

D. $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$.

Lời giải

Chọn B



Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\vec{AB}$ là vector nào dưới đây?

*A. $\vec{D'C'}$.

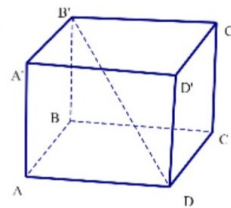
B. $\vec{BA}$.

C. $\vec{CD}$.

D. $\vec{B'A'}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ dàng thấy $\vec{AB} = \vec{D'C'}$.

Câu 16. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\vec{AO} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1})$.

*B. $\vec{AO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1})$.

C. $\vec{AO} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1})$.

D. $\vec{AO} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1})$.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc hình hộp: $\vec{AC_1} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1}$.

Mà $\vec{AO} = \frac{1}{2}\vec{AC_1}$ nên $\vec{AO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1})$.

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = k\vec{DG}$

A. $k = 2$.

*B. $k = 3$.

C. $k = \frac{1}{2}$.

D. $k = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG}$.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức sai.

*A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$

Lời giải

Chọn A

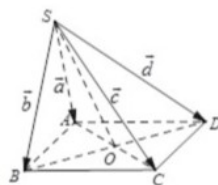
Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB_1}$, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AD_1}$ mà $\overrightarrow{AB_1} \neq \overrightarrow{AD_1}$ nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$ sai.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$ C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$ *D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SQ} \\ \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO} \end{cases} \quad (\text{do tính chất của đường trung tuyến})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$$

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

*A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$
 C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$ và $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$

$$\text{nên } 2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} \quad \text{Vậy } \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$$

Câu 21. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

A. $k = 2$ *B. $k = \frac{1}{2}$ C. $k = \frac{1}{3}$ D. $k = 3$

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$$

Mà $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ (vì M là trung điểm AB)

Câu 22. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$ B. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$

C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$

*D. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn D

+ Gọi O là tâm của hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

+ Vận dụng công thức trung điểm để kiểm tra.

$A_1B_1C_1D_1$

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ và I là trọng tâm tam giác ABC . Đẳng thức đúng là.

A. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$

B. $\overrightarrow{SI} = 3(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$

*C. $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$

D. $6\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$

Lời giải

Chọn C

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SI} \Leftrightarrow \overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCDEFGH$, thực hiện phép toán: $x = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$

*A. $x = \overrightarrow{CE}$

B. $x = \overrightarrow{CH}$

C. $x = \overrightarrow{EC}$

D. $x = \overrightarrow{GE}$

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CE}$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. G, S không thẳng hàng.

*B. $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$

C. $\overrightarrow{GS} = 5\overrightarrow{OG}$

D. $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$

A. $k = 4$.

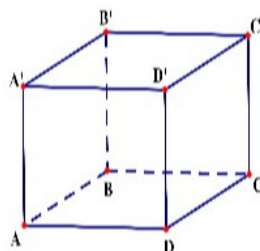
*B. $k = 1$.

C. $k = 0$.

D. $k = 2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{BB'}$ nên $k = 1$

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$

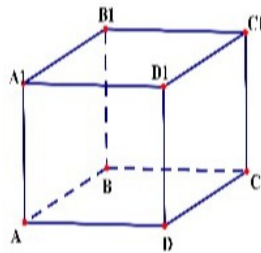
B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$

*D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$ nên D sai.

Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. A đúng

Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$ nên

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

Câu 28. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{PI} = k(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD})$

*A. $k = \frac{1}{4}$

B. $k = 2$

C. $k = 4$

D. $k = \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PN}$

nên $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PM} + 2\overrightarrow{PN} = 2(\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}) = 2.2.\overrightarrow{PI} = 4\overrightarrow{PI}$. Vậy $k = \frac{1}{4}$

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi M là trung điểm AD . Chọn đẳng thức đúng.

*A. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

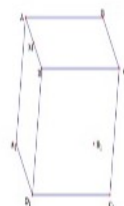
B. $\overrightarrow{C_1M} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1}$

C. $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = 2\overrightarrow{B_1D}$

D. $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}$

Lời giải

Chọn A



A Sai vì $\overrightarrow{B_1M} = \overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1D_1})$
 $= \overrightarrow{BB_1} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1}) = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{B_1C_1}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{C_1M} &= \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1A_1} + \overrightarrow{C_1D_1}) \\ &= \overrightarrow{C_1C} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{C_1D_1} + \overrightarrow{C_1D_1}) = \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1D_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C_1B_1} \end{aligned}$$

B Đúng vì

C Sai, theo câu B suy ra.

D Sai vì $\overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1A_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD_1}$

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

*C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

Lời giải

Chọn C

M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN theo quy tắc trung điểm:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$$

Suy ra: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ hay $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}$

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi G_0 là giao điểm của GA và mp (BCD) . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{G_0G}$

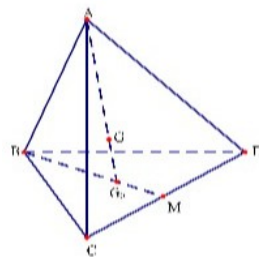
B. $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{G_0G}$

*C. $\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{G_0G}$

D. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{G_0G}$

Lời giải

Chọn C



Theo đề: G_0 là giao điểm của GA và mp $(BCD) \Rightarrow G_0$ là trọng tâm tam giác BCD .

$$\Rightarrow \overrightarrow{G_0A} + \overrightarrow{G_0B} + \overrightarrow{G_0C} = \vec{0}$$

Ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{GA} = -(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = -(3\overrightarrow{GG_0} + \overrightarrow{G_0A} + \overrightarrow{G_0B} + \overrightarrow{G_0C}) = -3\overrightarrow{GG_0} = 3\overrightarrow{G_0G}$$

Câu 32. Cho tứ diện đều $ABCD, M$ và N theo thứ tự là trung điểm của cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

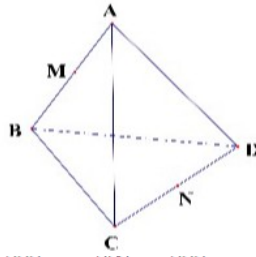
B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{NM}$

*D. $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} - 4\overrightarrow{MN} = \vec{0}$

Lời giải

Đáp án D



- A. Đúng vì: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$
- B. Đúng vì: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}) + (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}) = 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) + (\overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC}) = 2\overrightarrow{MN}$
- C. Đúng vì: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} = 2(\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BN}) = -2(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB}) = -4\overrightarrow{NM}$
- Vậy D sai

Câu 33. Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp, với K là trung điểm CC_1 . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- *A. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$
- B. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA_1}$
- C. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$
- D. $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$

Lời giải

$$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CK} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$$

Có



Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với $M = CD_1 \cap C_1D$. Khi đó:

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$
- *B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$
- C. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$
- D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$

Lời giải

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC_1} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD_1}) = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}$$

Ta có:

Câu 35. Cho $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình hộp, trong các khẳng định sau khẳng định sai:

- A. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$
- B. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{CC_1} = 0$
- *C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$
- D. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$

Lời giải

Ta có: $\vec{AC_1} + \vec{A_1C} = \vec{AA_1}$ $\vec{AC_1} = \vec{AA_1} - \vec{AC_1} \Leftrightarrow \vec{A_1C} = \vec{C_1A_1}$

Chọn C

Câu 36. Cho tứ diện ABCD và điểm G thỏa $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ (G là trọng tâm của tứ diện). Gọi O là giao điểm của GA và mặt phẳng (BCD). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\vec{GA} = -2\vec{OG}$ B. $\vec{GA} = 4\vec{OG}$ *C. $\vec{GA} = 3\vec{OG}$ D. $\vec{GA} = 2\vec{OG}$

Lời giải

Gọi M, N là trung điểm của BC, AD

$\Rightarrow$ G là trung điểm MN. Gọi H là hình chiếu của N lên MD $\Rightarrow$ NH là đường trung bình của $\triangle AOD$ và OG là đường trung bình của $\triangle MNH$

$$\Rightarrow \vec{OG} = \frac{1}{2} \vec{NH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \vec{AO} \Rightarrow \vec{OG} = \frac{1}{4} \vec{AO}$$

hay $\vec{GA} = 3\vec{OG}$

Chọn C

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (Tham khảo hình vẽ bên).

$A_1 \quad B_1 \quad D_1 \quad C_1 \quad A \quad B \quad C \quad D$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AC_1} = \vec{AA_1} + \vec{AD}$ B. $\vec{AC_1} = \vec{AA_1} + \vec{AB}$
C. $\vec{AC_1} = \vec{AB} + \vec{AD}$ *D. $\vec{AC_1} = \vec{AA_1} + \vec{AD} + \vec{AB}$

Lời giải

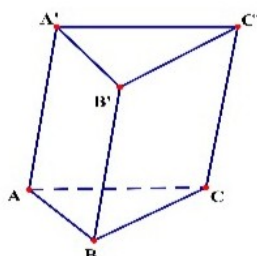
Chọn D

$A_1 \quad B_1 \quad D_1 \quad C_1 \quad A \quad B \quad C \quad D$

Ta có $\vec{AC_1} = \vec{AA_1} + \vec{AC} = \vec{AA_1} + \vec{AD} + \vec{AB}$

Câu 38. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{AB} = a, \vec{AA'} = b, \vec{AC} = c$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{B'C} = a + b - c$
B. $\vec{B'C} = -a + b - c$
*C. $\vec{B'C} = -a - b + c$
D. $\vec{B'C} = -a + b + c$



Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{BC}$

$$= -\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$= -b - a + c$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{B'C} = -a - b + c \text{ hay } \overrightarrow{B'C} = -a - b + c$$

Câu 39. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = a, \overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c$. Hãy phân tích (biểu thị) vector $\overrightarrow{BC'}$ qua các vector a, b, c .

A. $\overrightarrow{BC'} = a + b - c$

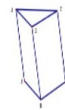
B. $\overrightarrow{BC'} = -a + b - c$

C. $\overrightarrow{BC'} = -a - b + c$

*D. $\overrightarrow{BC'} = a - b + c$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = -b + c + a = a - b + c$

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c, \overrightarrow{AD} = d$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(c + b - d)$

*B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(c + d - b)$

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(c + d + b)$

D.

$\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(d + b - c)$

Lời giải

Chọn B

$$c + d - b = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AP} - 2\overrightarrow{AM} = 2(\overrightarrow{MP}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(c + d - b)$$

Ta có

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AC} = b, \overrightarrow{AD} = c$, gọi M là trung điểm của BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a + 2b - c)$

B. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(-2a + b + c)$

C. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a - 2b + c)$

*D. $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(a + b - 2c)$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$$

Ta có:

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - c = \frac{1}{2}(a + b - 2c).$$

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của BC và AD . Đặt $\overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c, \overrightarrow{AD} = d$. Khẳng định nào sau đây đúng?

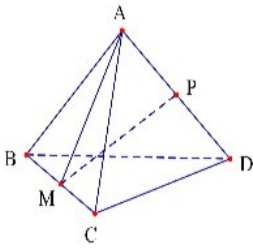
*A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(d + b - c)$

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(d - b - c)$

C. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$

D. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$

Lời giải



Ta có: $\vec{MP} = \vec{AP} - \vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AD} - \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{AD} - \vec{AB} - \vec{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{d} - \vec{b} - \vec{c})$

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ (Tham khảo hình vẽ bên).

$A_1 \quad B_1 \quad D_1 \quad C_1 \quad A \quad B \quad C \quad D$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Các véc tơ $\vec{A_1C_1}, \vec{BD}, \vec{CA}$ đồng phẳng.

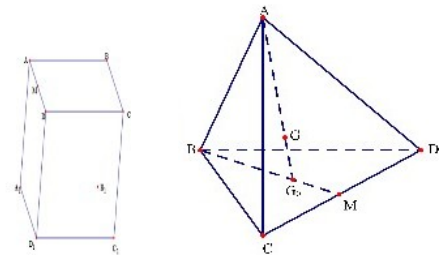
*B. Các véc tơ $\vec{AC_1}, \vec{AA_1}, \vec{AD}$ đồng phẳng.

C. Các véc tơ $\vec{AC_1}, \vec{AA_1}, \vec{AC}$ đồng phẳng.

D. Các véc tơ $\vec{AC_1}, \vec{BB_1}, \vec{AC}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn B



$A_1 \quad B_1 \quad C_1 \quad C_1 \quad A \quad B \quad C \quad D \quad B_1C_1D_1$

Ta có $\vec{A_1C_1}, \vec{BD}, \vec{CA}$ cùng có giá song song hoặc nằm trong $(ABCD) \Rightarrow$ A đúng

Ta có $\vec{AC_1}, \vec{AA_1}, \vec{AC}$ cùng có giá nằm trong $(AA_1C_1C) \Rightarrow$ C đúng

Ta có $\vec{AC_1}, \vec{BB_1}, \vec{AC}$ cùng có giá song song hoặc nằm trong $(AA_1C_1C) \Rightarrow$ D đúng

Vậy B **sai**.

Câu 44. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định **đúng**.

A. $\vec{BA_1}, \vec{BD_1}, \vec{BD}$ đồng phẳng.

*B. $\vec{BA_1}, \vec{BD_1}, \vec{BC}$ đồng phẳng.

C. $\vec{BA_1}, \vec{BD_1}, \vec{BC_1}$ đồng phẳng.

D. $\vec{BD}, \vec{BD_1}, \vec{BC_1}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn B

Ta có 3 véc tơ $\vec{BA_1}, \vec{BD_1}, \vec{BC}$ đồng phẳng vì chúng có giá cùng nằm trên mặt phẳng (BCD_1A_1) .

Câu 45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng.

B. $\vec{BD} + 2\vec{IK} = 2\vec{BC}$

*C. Ba vectơ $\vec{BD}; \vec{IK}; \vec{B'C'}$ không đồng phẳng.

D. $\vec{IK} = \frac{1}{2}\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{A'C'}$

Lời giải

Chọn C

$A'B'$

Ta có: $BD \subset (ABCD)$; $IK \parallel AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow IK \parallel (ABCD)$;
 $B'C' \parallel BC, BC \subset (ABCD) \Rightarrow B'C' \parallel (ABCD)$

Vậy ba vectơ $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ đồng phẳng.

Câu 46. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.
 B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.
 C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.
 *D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn D

KDEFGHCB

$\begin{cases} IK \parallel (ABCD) \\ GF \parallel (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \Rightarrow \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}, \overrightarrow{BD} \end{cases}$ đồng phẳng.

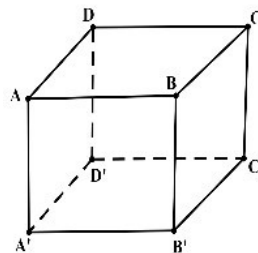
+ Các bộ vectơ ở câu A, C, D không thể có giá cùng song song với một mặt phẳng.

Câu 47. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Bộ 3 vectơ nào sau đây đồng phẳng:

- *A. $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{A'B}$ B. $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{C'D}, \overrightarrow{A'B'}$ D. $\overrightarrow{B'D}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'D'}$

Lời giải

Chọn A



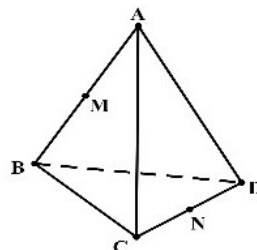
Để thấy $D'C$ song song với mặt phẳng $(ABB'A')$ nên $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{A'B}$ đồng phẳng.

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm AB và CD . Ba vectơ nào đồng phẳng:

- A. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ *B. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ C. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$

Lời giải

Chọn B



Ta có

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD})$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$$

Vậy theo định lý về ba vectơ đồng phẳng suy ra $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ đồng phẳng.

Câu 49. Cho ba vectơ a, b, c . Điều kiện nào sau đây khẳng định a, b, c đồng phẳng?

- A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p=0$ và $ma+nb+pc=0$.
- *B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m+n+p \neq 0$ và $ma+nb+pc=0$.
- C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $ma+nb+pc=0$.
- D. Giá của a, b, c đồng qui.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thuyết $m+n+p \neq 0 \Rightarrow$ tồn tại ít nhất một số khác 0.

Giả sử $m \neq 0$. Từ $ma+nb+pc=0 \Rightarrow a = -\frac{n}{m}b - \frac{p}{m}c$.

a, b, c đồng phẳng (theo định lý về sự đồng phẳng của ba vectơ).

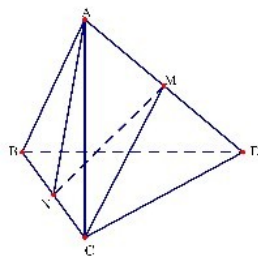
Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Các vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$ đồng phẳng.
- B. Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.
- C. Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.
- *D. Các vectơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn D

A Đúng vì $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.



B Đúng vì từ N ta dựng vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{MN}$ thì $\overrightarrow{MN}$ không nằm trong mặt phẳng (ABC) .

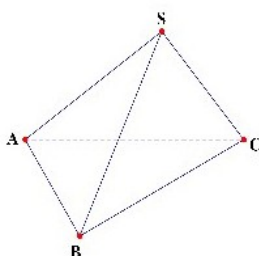
C Sai. Tương tự đáp án B thì $\overrightarrow{AN}$ không nằm trong mặt phẳng (CMN) .

D Đúng vì $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a . Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng

- A. 60° . *B. 120° . C. 30° . D. 90° .

Lời giải



$$\cos(\vec{SB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{SB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{SB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{(\vec{SA} + \vec{AB}) \cdot \vec{AC}}{a^2} = \frac{\vec{SA} \cdot \vec{AC} + \vec{AB} \cdot \vec{AC}}{a^2} = \frac{-\frac{a^2}{2} + 0}{a^2} = -\frac{1}{2}$$

Ta có

Vậy góc giữa hai vectơ $\vec{SB}$ và $\vec{AC}$ bằng 120° .

Câu 52. Cho tứ diện $ABCD$ có $\angle AB = \angle AB = 60^\circ$, $AB = AD = AC$ (tham khảo như hình vẽ bên).

Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$. Chọn mệnh đề **đúng**?

A. $\varphi = 60^\circ$

B. $\cos \varphi = \frac{1}{4}$

*C. $\varphi = 90^\circ$

D. $\cos \varphi = \frac{3}{4}$

Lời giải

Chọn C

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} (\vec{AD} - \vec{AC}) = \vec{AB} \cdot \vec{AD} - \vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AD \cos \angle DAB - AB \cdot AC \cdot \cos \angle CAB = 0$$

$$\Rightarrow \varphi = 90^\circ$$

Câu 53. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $\cos(\vec{BD}, \vec{A'C'})$

*A. $\cos(\vec{BD}, \vec{A'C'}) = 0$

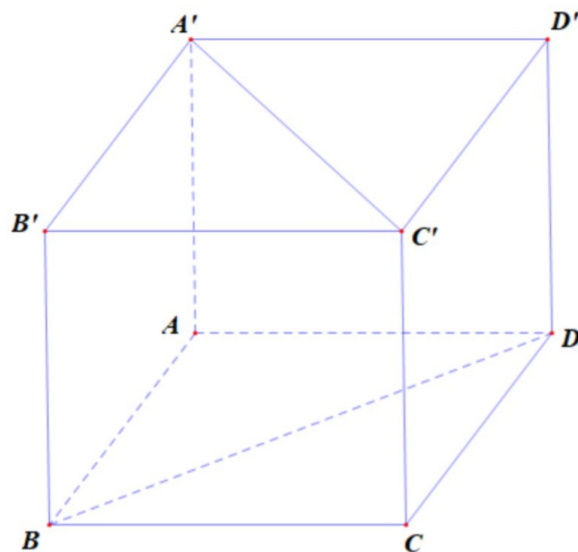
B. $\cos(\vec{BD}, \vec{A'C'}) = 1$

C. $\cos(\vec{BD}, \vec{A'C'}) = \frac{1}{2}$

D. $\cos(\vec{BD}, \vec{A'C'}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn A



$$BD \perp AC \parallel A'C' \Rightarrow BD \perp A'C' \Rightarrow \cos(\vec{BD}, \vec{A'C'}) = 0$$

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$.

*A. 90° .

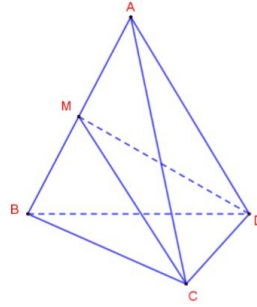
B. 30° .

C. 120° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AB .

Vì hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều nên $CM \perp AB, DM \perp AB$.

Khi đó $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot (\vec{CM} + \vec{MD}) = \vec{AB} \cdot \vec{CM} + \vec{AB} \cdot \vec{MD} = 0$.

Vậy góc giữa hai vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{CD}$ là 90° .

Câu 55. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Giá trị tích vô hướng $\vec{AB}(\vec{AB} - \vec{CA})$ bằng

A. $\frac{a^2}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

*D. $\frac{3a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{AB}(\vec{AB} - \vec{CA}) = \vec{AB} \cdot \vec{AB} + \vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB^2 + |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos(\angle BAC)$

$$= AB^2 + AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC) = a^2 + a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$$

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC$, $\angle SAC = \angle SAB$. Tính số đo của góc giữa hai vectơ $\vec{SA}$ và $\vec{BC}$.

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

*D. 90° .

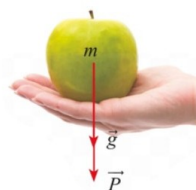
Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{AS} \cdot \vec{BC} = \vec{AS} \cdot (\vec{AC} - \vec{AB}) = \vec{AS} \cdot \vec{AC} - \vec{AS} \cdot \vec{AB} = AS \cdot AC \cdot \cos \angle SAC - AS \cdot AB \cdot \cos \angle SAB = 0$.

Do đó số đo của góc giữa hai vectơ đó bằng 90° .

Câu 57. Nếu một vật có khối lượng $m(kg)$ thì lực hấp dẫn P của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $P = mg$, trong đó g là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 m/s^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 102 gam (Hình).



*A. $0,9996N$.

B. $0,5996N$.

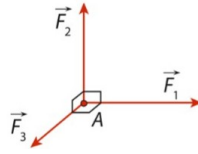
C. $0,9196N$.

D. $0,8996N$.

Lời giải

Độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên quả táo: $P = mg = 0,102 \cdot 9,8 = 0,9996N$

Câu 58. Một chất điểm chịu tác động bởi 3 lực F_1, F_2, F_3 có chung điểm đặt A và có giá vuông góc với nhau từng đôi một. Biết cường độ của các lực F_1, F_2, F_3 lần lượt là $10N, 8N$ và $5N$, xác định hợp lực của 3 lực và tính cường độ của hợp lực (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



*A. 13,7.

B. 12,7.

C. 14,7.

D. 11,7.

Lời giải

Ta có: $\left| \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \right| = \sqrt{F_2^2 + F_3^2} = \sqrt{89}$

Độ lớn hợp lực của ba lực là: $\left| \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \right| = \sqrt{F_1^2 + 89} = 13,7N$

Câu 59. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{AA'} = \vec{a}, \vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc đường thẳng CC' sao cho $\vec{C'I} = 3\vec{C'C}, G$ điểm thỏa mãn $\vec{GB} + \vec{GA'} + \vec{GB'} + \vec{GC'} = \vec{0}$. Biểu diễn vector $\vec{IG}$ qua các vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

*A. $\vec{IG} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right)$

B. $\vec{IG} = \frac{1}{3} (\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c})$

C. $\vec{IG} = \frac{1}{4} (\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$

D. $\vec{IG} = \frac{1}{4} \left(\vec{b} + \frac{1}{3} \vec{c} - 2\vec{a} \right)$

Lời giải

Chọn A

$\begin{aligned} \vec{GB} + \vec{GA'} + \vec{GB'} + \vec{GC'} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 4\vec{IG} &= \vec{IB} + \vec{IA'} + \vec{IB'} + \vec{IC'} \\ \Leftrightarrow 4\vec{IG} &= (\vec{IC} + \vec{CB}) + (\vec{IC'} + \vec{C'A'}) + (\vec{IC'} + \vec{C'B'}) + \vec{IC} \\ \Leftrightarrow 4\vec{IG} &= (\vec{IC} + 3\vec{IC'}) + 2\vec{CB} + \vec{C'A'} \\ \Leftrightarrow 4\vec{IG} &= \frac{1}{3} \vec{CC'} + 2(\vec{AB} - \vec{AC}) - \vec{AC} \\ \Leftrightarrow \vec{IG} &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} \right) \end{aligned}$	
--	--

Câu 60. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với G là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Đặt $\vec{AA'} = \vec{a}, \vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}$. Khi đó $\vec{AG}$ bằng

A. $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$

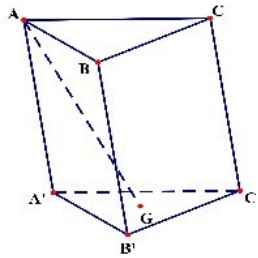
*B. $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$

C. $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$

D. $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$

Lời giải

Chọn B



$$\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{AA'} + \vec{AB'} + \vec{AC'})$$

Do G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ nên

Áp dụng quy tắc hình bình hành trong các hình bình hành $ABB'A', ACC'A'$ có:

$$\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AA'} + \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AA'}) + \frac{1}{3}(\vec{AC} + \vec{AA'}) = \vec{AA'} + \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} = a + \frac{1}{3}b + \frac{1}{3}c$$

Câu 61. Cho tam giác $x=1, x=-3$. có $AB=2; AC=5$, gọi AD là phân giác trong của góc A (D thuộc cạnh BC). Mệnh đề nào sau đây đúng?

*A. $\vec{AD} = \frac{5}{7}\vec{AB} + \frac{2}{7}\vec{AC}$

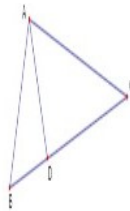
B. $\vec{AD} = \frac{5}{7}\vec{AB} - \frac{2}{7}\vec{AC}$

C. $\vec{AD} = -\frac{5}{7}\vec{AB} + \frac{2}{7}\vec{AC}$

D. $\vec{AD} = -\frac{5}{7}\vec{AB} - \frac{2}{7}\vec{AC}$

Lời giải

Chọn A



$$\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5DB = 2DC$$

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có:

$$5BD = 2DC \Leftrightarrow 5(\vec{AD} - \vec{AB}) = 2(\vec{AC} - \vec{AD}) \Leftrightarrow \vec{AD} = \frac{5}{7}\vec{AC} + \frac{2}{7}\vec{AB}$$

Suy ra:

Câu 62. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\vec{x} = \vec{AB}, \vec{y} = \vec{AC}, \vec{z} = \vec{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$

B. $\vec{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$

*C. $\vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$

D. $\vec{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$

Lời giải

Chọn C

$B \ C \ D \ A \ G$

Ta có: G là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

$$\vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 3\vec{AG} \Rightarrow \vec{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$$

Nên

Câu 63. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\vec{AC'} = \vec{u}$, $\vec{CA'} = \vec{v}$, $\vec{BD'} = \vec{x}$, $\vec{DB'} = \vec{y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{2OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$

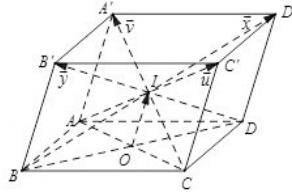
B. $\vec{2OI} = \frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$

*C. $\vec{2OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$

D. $\vec{2OI} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$

Lời giải

Chọn C



Ta phân tích:

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{AC'} + \vec{CA'} = (\vec{AC} + \vec{CC'}) + (\vec{CA} + \vec{AA'}) = 2\vec{AA'}$$

$$\vec{x} + \vec{y} = \vec{BD'} + \vec{DB'} = (\vec{BD} + \vec{DD'}) + (\vec{DB} + \vec{BB'}) = 2\vec{BB'} = 2\vec{AA'}$$

$$\Rightarrow \vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y} = 4\vec{AA'} = -4\vec{A'A} = -4.2\vec{OI}$$

$$\Rightarrow \vec{2OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u} + \vec{v} + \vec{x} + \vec{y})$$

Câu 64. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $3\vec{AP} = 2\vec{AD}$, $3\vec{BQ} = 2\vec{BC}$. Các vector $\vec{MP}, \vec{MQ}, \vec{MN}$ đồng phẳng khi chúng thỏa mãn đẳng thức vector nào sau đây:

*A. $\vec{MN} = \frac{3}{4}\vec{MP} + \frac{3}{4}\vec{MQ}$

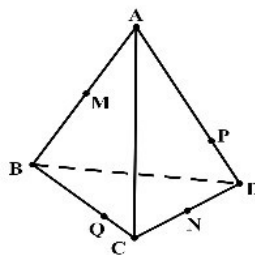
B. $\vec{MQ} = \frac{1}{2}\vec{MN} + \frac{1}{2}\vec{MP}$

C. $\vec{MN} = \frac{2}{3}\vec{MP} + \frac{2}{3}\vec{MQ}$

D. $\vec{MN} = \frac{3}{2}\vec{MP} + \frac{3}{2}\vec{MQ}$

Lời giải

Chọn A



$$3\vec{AP} = 2\vec{AD} \Leftrightarrow 3\vec{AM} + 3\vec{MP} = 2\vec{AM} + 2\vec{MD}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AM} = 2\vec{MD} - 3\vec{MP} \quad (1)$$

Ta có

$$3\vec{BQ} = 2\vec{BC} \Leftrightarrow 3\vec{BM} + 3\vec{MQ} = 2\vec{BM} + 2\vec{MC}$$

$$\Leftrightarrow \vec{BM} = 2\vec{MC} - 3\vec{MQ} \quad (2)$$

Cộng (1) và (2) theo vế suy ra

$$\vec{MN} = \frac{3}{4}\vec{MP} + \frac{3}{4}\vec{MQ}$$

Câu 65. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm của tam giác BCD . Đặt $\vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}, \vec{AD} = \vec{d}$. Phân tích véc tơ $\vec{MG}$ theo $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$.

*A. $\vec{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$

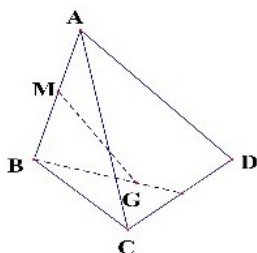
B. $\vec{MG} = \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$

C. $\vec{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}$

D. $\vec{MG} = -\frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} - \frac{1}{3}\vec{d}$

Lời giải

Đáp án A



$$\begin{aligned}\vec{MG} &= \frac{1}{3}(\vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{3}(\vec{MA} + \vec{AC}) + \frac{1}{3}(\vec{MA} + \vec{AD}) \\ &= \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{MA} + \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\vec{AB}\right) + \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD} \\ &= -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{AD} = -\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{d}\end{aligned}$$

Câu 66. Cho ba vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

*A. Các vector $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$, $\vec{y} = 3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$ đồng phẳng.

B. Các vector $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ đồng phẳng.

C. Các vector $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ đồng phẳng.

D. Các vector $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 6\vec{c}$, $\vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{c}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn A

Các vector $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \exists m, n : \vec{x} = m\vec{y} + n\vec{z}$.

Mà : $\vec{x} = m\vec{y} + n\vec{z}$.

$$\Leftrightarrow \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c} = m(3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}) + n(2\vec{a} - 3\vec{b} - 3\vec{c}) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 2n = 1 \\ -3m - 3n = -2 \\ 2m - 3n = 4 \end{cases} \quad (\text{hệ vô nghiệm})$$

Vậy không tồn tại hai số $m, n : \vec{x} = m\vec{y} + n\vec{z}$.

Câu 67. Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\vec{AM} = 3\vec{MD}$, $\vec{NB} = -3\vec{NC}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Các vector $\vec{AB}, \vec{DC}, \vec{MN}$ đồng phẳng.

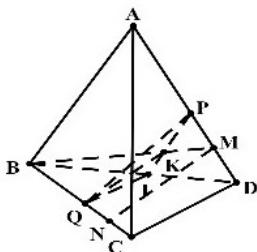
B. Các vector $\vec{AB}, \vec{PQ}, \vec{MN}$ đồng phẳng.

C. Các vector $\vec{PQ}, \vec{DC}, \vec{MN}$ đồng phẳng.

*D. Các vector $\vec{BD}, \vec{AC}, \vec{MN}$ đồng phẳng.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm BD và K là trọng tâm của tam giác ABD .

Ta thấy $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ song song với mặt phẳng (PIQ) nên vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}$ song song với mặt phẳng (PIQ) nên vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

$\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ song song với mặt phẳng (PIQ) nên vectơ $\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 68. Cho tứ diện $ABCD$. M và N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD . Bộ ba vectơ nào dưới đây đồng phẳng?

A. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}$.

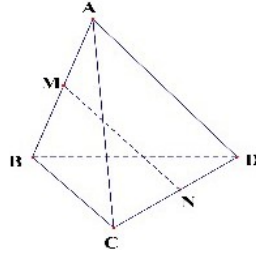
B. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{MN}$.

*C. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{MN}$.

D. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MA}$.

Lời giải

Đáp án C



$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

Vậy ba vectơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 69. Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm trên đoạn AB và $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$. N là điểm trên đường thẳng CD mà $\overrightarrow{CN} = k\overrightarrow{CD}$. Nếu $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng thì giá trị của k là:

*A. $k = \frac{2}{3}$.

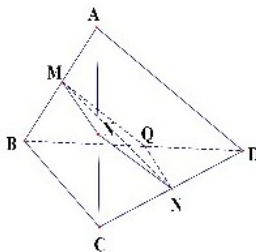
B. $k = \frac{3}{2}$.

C. $k = \frac{4}{3}$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Đáp án A



Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với AD và BC .

(α) cắt AC tại P , BD tại Q và CD tại N . Ta có $\overrightarrow{MP} \parallel \overrightarrow{PN} \parallel \overrightarrow{AD}$.

Các vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ có giá trị song song hay nằm trong mặt phẳng (α) nên đồng phẳng.

$$\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD} \quad k = \frac{2}{3}$$

Ta có $k = \frac{2}{3}$. Vậy $k = \frac{2}{3}$.

Câu 70. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AC , BD lần lượt lấy M , N sao cho $AM = 3MD$; $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD , BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

*A. Các vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng

B. Các vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng

C. Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng

D. Các vectơ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

Lời giải



Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $AE=3EC$, lấy F trên BD sao cho $BF=3FD$

$$\begin{cases} NE \parallel AB, NE = \frac{1}{3} AB \\ MF \parallel AB, MF = \frac{1}{3} AB \end{cases} \Rightarrow NE \parallel MF, NE = MF$$

$\Rightarrow$ NEMF là hình bình hành và 3 vectơ $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (MFNE)

$\Rightarrow \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

$\Rightarrow \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.

Chọn A

Câu 71. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. 135° .

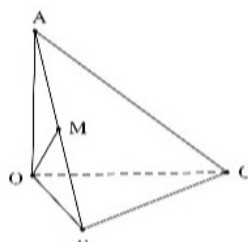
B. 150° .

*C. 120° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn C



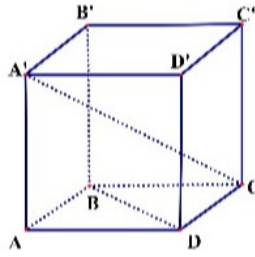
Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \\ \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}OB^2 = -\frac{a^2}{2}$$

$$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{2} \quad \text{và} \quad OM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{OA^2 + OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}}{OM \cdot BC} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$$

Do đó:

Câu 72. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết đáy $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD .



*A. 90^0 .

B. 30^0 .

C. 60^0 .

D. 45^0 .

Lời giải

Chọn A

Đặt $\overline{A'B'} = a, \overline{A'D'} = b, \overline{A'A} = c, \overline{AB} = x$.

$$\overline{A'C} = \overline{A'B'} + \overline{A'D'} + \overline{A'A} = a + b + c$$

$$\overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = b - a$$

$$\overline{A'C} \cdot \overline{BD} = (a + b + c) \cdot (b - a) = a \cdot b - (a)^2 + (b)^2 - b \cdot a + c \cdot b - c \cdot a$$

$$= 0 - x^2 + x^2 - 0 + 0 - 0 = 0 \quad (\text{Vì } ABCD \text{ là hình vuông nên } |a| = |b| = x).$$

Vậy $\overline{A'C} \perp \overline{BD}$ hay góc giữa $\overline{A'C}$ và $\overline{BD}$ bằng 90^0 .

Câu 73. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a , tính $\left| \cos(\overline{AB'}, \overline{BC'}) \right|$

*A. $\frac{1}{4}$.

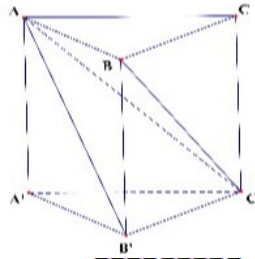
B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $\overline{AA'} = a, \overline{AB} = b, \overline{AC} = c$ theo giả thiết ta có: $|a| = |b| = |c| = a, ab = ac = 0, bc = \frac{1}{2}a^2$

Có $ABB'A'$ và $BCC'B'$ là các hình vuông nên $|\overline{AB'}| = |\overline{BC'}| = a\sqrt{2}$

Mà $\overline{AB'} = a + b$ và $\overline{BC'} = \overline{AC'} - \overline{AB} = a + c - b$ suy ra

$$\left| \cos(\overline{AB'}, \overline{BC'}) \right| = \frac{|\overline{AB'} \cdot \overline{BC'}|}{|\overline{AB'}| |\overline{BC'}|} = \frac{\left| a^2 + \frac{1}{2}a^2 - a^2 \right|}{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{4}$$

Câu 74. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc hợp bởi hai véc tơ $\overline{BC}$ và $\overline{OM}$ bằng

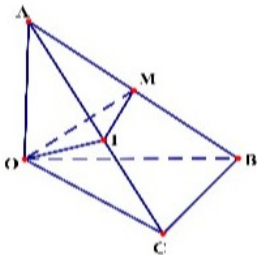
*A. 120^0 .

B. 150^0 .

C. 135^0 .

D. 60^0 .

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AC ta có góc hợp bởi hai véc tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng 180° trừ đi góc tạo bởi hai véc tơ $\overrightarrow{MI}$ và $\overrightarrow{MO}$

$$BC = a\sqrt{2} \quad MI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ta có:

$$OM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Tam giác OAB vuông cân tại O nên:

$$OI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Tam giác OAC vuông cân tại O nên:

Suy ra góc tạo bởi hai véc tơ $\overrightarrow{MI}$ và $\overrightarrow{MO}$ bằng 60°

Suy ra góc hợp bởi hai véc tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng 120°

Câu 75. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . M là trung điểm cạnh CC' . Tính cosin góc α giữa hai vectơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{BM}$.

A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{22}}{11}$

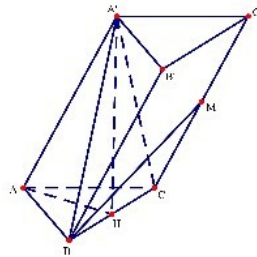
*B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{33}}{11}$

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{11}}{11}$

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{22}}{11}$

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $AH = A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AH \perp BC, A'H \perp BC \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp AA'$ hay $BC \perp BB'$. Do đó: $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

Khi đó: $CC' = AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow BM = \sqrt{a^2 + \frac{a^2 \cdot 6}{16}} = a \frac{\sqrt{22}}{4}$

Xét: $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AA'} \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM}) = 0 + \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{CM} = \frac{3a^2}{4}$

$$\cos(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BM}) = \frac{\left| \frac{3a^2}{4} \right|}{\frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{22}}{4}} = \frac{\sqrt{33}}{11}$$

Suy ra

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và góc $\angle SAB = 30^\circ$. Giá trị $\cos(\vec{AB}, \vec{SC})$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 0,83.

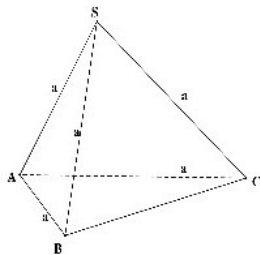
*B. 0,37.

C. 0,45.

D. 0,71.

Lời giải

Chọn B



+) Ta có:

$$\vec{AB} \cdot \vec{SC} = \vec{AB} \cdot (\vec{SA} + \vec{AC}) = \vec{AB} \cdot \vec{SA} + \vec{AB} \cdot \vec{AC} = a \cdot a \cdot \cos 120^\circ + a \cdot a \cdot \cos 30^\circ = -\frac{a^2}{2} + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

+) Do đó:

$$\cos(\vec{AB}, \vec{SC}) = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{SC}|}{|\vec{AB}| |\vec{SC}|} = \frac{-\frac{a^2}{2} + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}}{a^2} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \approx 0.37.$$

Chọn B

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\vec{MS} \cdot \vec{CB}$ bằng

*A. $\frac{a^2}{2}$.

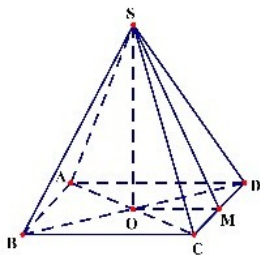
B. $-\frac{a^2}{2}$.

C. $\frac{a^2}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều $\Rightarrow \begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \perp BD \end{cases}$.

Do M là trung điểm của CD nên ta có:

$$\vec{MS} = \vec{OS} - \vec{OM} = -\frac{1}{2}\vec{OC} - \frac{1}{2}\vec{OD} + \vec{OS}, \quad \vec{CB} = \vec{OB} - \vec{OC} = -\vec{OD} - \vec{OC}.$$

Do $\vec{OC} \perp \vec{OS}$; $\vec{OS} \perp \vec{OD}$ đôi một vuông góc với nhau nên ta có:

$$\vec{MS} \cdot \vec{CB} = \frac{1}{2}\vec{OC}^2 + \frac{1}{2}\vec{OD}^2 = \vec{OC}^2 = \frac{a^2}{2}$$

---HẾT---