**CHỦ ĐỀ 4**

**TIỆM CẬN CỦA HÀM SỐ ẨN LÀ HÀM HỢP**

**DẠNG 1**

**BIẾT ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ** 

1. Cho hàm số bậc ba  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

 **A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ đồ thị ta có 

 đồ thị hàm số  có ba đường tiệm cận đứng.

Lại có  là đường tiệm cận ngang của đồ thị.

Vậy đồ thị hàm số  có bốn đường tiệm cận.

1. Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ.

****

Tìm  để đồ thị hàm số  có tiệm cận đứng là trục ?

 **A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đồ thị hàm số  có tiệm cận đứng là đường thẳng .

Tịnh tiến theo véc tơ thì:

Đồ thị hàm số  biến thành đồ thị hàm số .

Tiệm cận  của đồ thị hàm số  biến thành tiệm cận  của đồ thị hàm số .

Đồ thị hàm số  có tiệm cận đứng là trục 

1. Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Tìm m để đồ thị hàm số  có đúng 6 tiệm cận đứng?

 **A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Xét hàm số 



Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số  có đúng 6 tiệm cận đứng  có 6 nghiệm phân biệt.

1. Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  thuộc đoạn  để đồ thị hàm số  có 5 đường tiệm cận?

 **A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ đồ thị hàm số  ta suy ra  có tập xác định  và các giới hạn: , , , , .

Vì hàm số  xác định trên  nên hàm số  xác định 

Vì  nên .

Do đó đồ thị hàm số  có đúng một đường tiệm cận ngang là đường thẳng  (về cả hai phía  và  ).

Để đồ thị hàm số  có 5 đường tiệm cận thì nó phải có 4 đường tiệm cận đứng.

Điều kiện cần:  phải có 4 nghiệm phân biệt

 có 4 nghiệm phân biệt .

Điều kiện đủ: Giả sử ,   là hai nghiệm phân biệt của phương trình ; ,  là hai nghiệm phân biệt của phương trình .

Xét đường thẳng , ta có .

Suy ra đường thẳng  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số .

Tương tự các đường thẳng , ,  cũng là các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số .

 Vậy để đồ thị hàm số  có  đường tiệm cận thì  .

Do  và  nên có tất cả  giá trị của  .

1. Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ

****

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số  có tiệm cận ngang nằm phía dưới đường thẳng  (không trùng với d).

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đồ thị hàm số  có được bằng cách thực hiện liên tiếp  phép tịnh tiến là tịnh tiến theo phương trục hoành sang phải  đơn vị và theo phương trục tung  đơn vị.

Từ hình vẽ:  

Do vậy đồ thị hàm số  có một tiệm cận ngang là , ta có 2 TH sau:

+) TH 1: Nếu  thì tiệm cận ngang của đồ thị  là 



mà , nên 

+) TH 2: Nếu  thì tiệm cận ngang của đồ thị  là 



mà , nên , 

+) KL: có  giá trị nguyên của m thỏa mãn bài ra.

1. Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm m để đồ thị hàm số  nhận đường thẳng làm tiệm cận đứng?

 **A.**  **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Xét hàm số  có đồ thị hàm số nhận đường thẳng  làm tiệm cận ngang, ,  làm tiệm cận đứng.

Suy ra đồ thị hàm số  nhận đường thẳng làm tiệm cận đứng, đường thẳng  làm tiệm cận ngang.

Suy ra đồ thị hàm số  nhận đường thẳng làm tiệm cận đứng, đường thẳng  làm tiệm cận ngang.

Theo đề bài, ta có 

1. Cho hàm số  có đạo hàm trên  và có đồ thị như hình vẽ



Với ,  là hai số nguyên dương, khi hàm số  có số tiệm cận lớn nhất là  hãy tính giá trị nhỏ nhất của 

 **A.**  **. B.**  **.**  **C**. **. D..**

**Lời giải**

**Chọn C.**

Để hàm số có tiệm cận đứng thì điều kiện:

  

Khi đó để hàm số có có nhiều tiệm cận đứng nhất thì:  

Xét  có 

nên  đồng biến trên khoảng

Khi  thì đường thẳng  gặp  tại điểm có hoành độ lớn hơn  .

Nên , . Do đó  

**DẠNG 2**

**BIẾT BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ** 

1. Cho hàm số  xác định, liên tục trên và có bảng biến thiên như sau :



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  là

 **A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn C.**

+ Ta có: ; .

Đồ thị hàm số  có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng .

+ Đặt , khi đó  trở thành:

 .

+ Với  

Xét hàm số  có ,  nên  đồng biến trên , mà phương trình bậc ba có ít nhất 1 nghiệm nên phương trình  có nghiệm duy nhất giả sử là .

+ Với   do chứng minh trên nên phương trình cũng có 1 nghiệm duy nhất giả sử là .

+ Do ,  không là nghiệm của tử số của  nên giới hạn của  khi  dần tới  và giới hạn của  khi  dần tới  đều là vô cực.

Suy ra đồ thị hàm số  có 2 tiệm cận đứng là  và .

+ Vậy, tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  là .

1. Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau.



Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc  của  để đồ thị hàm số  có 4 tiệm cận đứng.

 **A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đồ thị hàm số  có 4 tiệm cận đứng khi phương trình  có 4 nghiệm  phân biệt.

Đặt , . Từ bảng biến thiên của hàm số  ta thấy, phương trình  có 2 nghiệm dương  phân biệt khi .

Với mỗi giá trị  cho ta 2 giá trị đối nhau của , nên với điều kiện , phương trình  có 4 nghiệm  phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số có 4 tiệm cận đứng khi .

Vì  nên .

**DẠNG 3**

**BIẾT ĐẶC ĐIỂM CỦA HÀM SỐ** 

1. Cho  là hàm số bậc ba, liên tục trên . Đồ thị hàm số  có nhiều nhất bao nhiêu đường tiệm cận.

 **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đặt  .

Ta có bảng biến thiên:



 Xét . Vì là hàm số bậc ba nên phương trình  có nhiều nhất  nghiệm .

Từ bảng biến thiên ta suy ra với mỗi giá trị  có đúng một giá trị .

Khi đó phương trình  có nhiều nhất  nghiệm .

Do đó đồ thị hàm số  có nhiều nhất  tiệm cận đứng.

Xét  ( vì ).

Suy ra đồ thị hàm số  có  tiệm cận ngang là .

Vậy đồ thị hàm số  có nhiều nhất  đường tiệm cận.

1. Cho hàm sô . Hàm số  có bao nhiêu tiệm cận?.

 **A. 0**. **B. 1**. **C. 2**. **D. 3**

**Lời giải**

**Chọn B.**

Hàm số  có tập xác định 

Ham số  có tập xác định: 

Ta có 

Vây có 1 tiệm cận ngang.