**HÌNH HỌC 11 – CHƯƠNG 2**

**§2. HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG**

Thời lượng dự kiến: 3 tiết

Tên tệp: H11\_C2\_B2\_ **HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG**

**SONG SONG**

.

Facebook GV1 soạn bài: Ngô Thị Thu Hiền.

Facebook GV2 soạn bài: Lưu Công Hoàn.

Facebook GV3 phản biện lần 1:

Facebook GV4 phản biện lần 2:

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

**Câu hỏi vào bài**

**CH1:** Quan sát các cạnh tường trong phòng học và xem cạnh tường là hình ảnh của đường thẳng và quan sát bức tranh. Hãy chỉ ra 2 đường thẳng song song, 2 đường thẳng cắt nhau và 2 đường thẳng không song song mà cũng không cắt nhau.

**CH2:** Nếu hai đường thẳng phân biệt trong không gian không song song thì cắt nhau đúng hay sai. Cho ví dụ minh hoạ?

A picture containing indoor

Description automatically generated

**CH3:** Nếu hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng thì chúng có mấy vị trí tương đối.

**CH4:** Ngoài ba vị trí tương đối của hai đường thẳng đồng phẳng còn có vị trí tương đối nào nữa không?

**CH5:** Khi nào hai đường thẳng chéo nhau?

**I. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN.**

***Cho hai đường thẳng*** ***,***  ***trong không gian. Khi đó có thể xảy ra hai trường hợp sau:***

***TH1: Có một mặt phẳng chứa***  ***và*** ***. Ta nói và đồng phẳng***

***+***  ***và***  ***có điểm chung duy nhất. Ta nói*** ***,******cắt nhau***

***+***  ***và***  ***không có điểm chung. Ta nói***  ***và***  ***song song với nhau. Kí hiệu*** ***.***

***+*** ***trùng. Kí hiệu .***



***Như vậy hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.***

***TH2: Không có mặt phẳng nào chứa***  ***và*** ***.***

***Khi đó ta nói***  ***và***  ***chéo nhau.***



***Chú ý:*** Hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung thì chúng song song hoặc chéo nhau.

***VD1:*** Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng chéo nhau của hình hình tứ diện .

Lời giải

Shape, polygon

Description automatically generated

chéo ;  chéo ;  chéo .

**VD2:** Cho hình lập phương. hãy tìm những đường thẳng chứa cạnh của

hình lập phương chéo với đường thẳng .

Lời giải



Có  chéo với .

**II. TÍNH CHẤT**

**1. *ĐỊNH LÍ 1***

**CH:** Nêu tiên đề Euclid về đường thẳng song song trong hình học phẳng?

Trả lời: Qua một điểm không nằm trên một đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

**BÀI TOÁN:** Trong không gian, qua một điểm  không nằm trên một đường thẳng  cho trước, hỏi có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng song song với đường thẳng đã cho?

**CH2:** Có bao nhiêu mặt phẳng qua  và  (H2.30).

**CH3:** Trong mặt phẳng , có mấy đường thẳng đi qua và song song với đường thẳng . Vì sao?

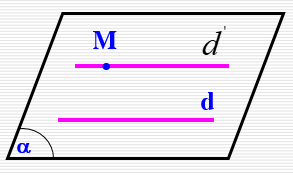
**CH4:** Giả sử có thêm một đường thẳng d” qua  và song song với , hãy tìm ra mâu thuẫn.

**CH5:** Nhận xét mối liên hệ giữa đường thẳng  và mặt phẳng 

**CH6:** Hãy xét vị trí tương đối giữa  và  trong trường hợp này.

**Lưu ý:** Trong không gian hai đường thẳng song song xác định một mặt phẳng.

***\*) Định lí 1:*** Trong không gian, qua một điểm không nằm trên một đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.



***Chú ý: Hai đường thẳng song song***  ***và***  ***xác định một mặt phẳng, kí hiệu là mặt phẳng*** ***hoặc*** ***.***

***2. ĐỊNH LÍ 2***

***Ví dụ 3: Cho hai mặt phẳng . Một mặt phẳng cắt  lần lượt theo các giao tuyến  và . Chứng minh rằng khi  và  cắt nhau tại thì  là điểm chung của và .***



***Lời giải***

***Chứng minh:***

***Ta có*** 



**Vậy** 

Mở rộng: Giả sử 3 mặt phẳng ******và ****** đôi một cắt nhau theo 3 giao tuyến phân biệt *a, b, c*.

Khi đó câu hỏi đặt ra là 3 giao tuyến đó có vị trí tương đối như thế nào với nhau?

Shape, rectangle

Description automatically generated

***\*) Định lí 2: Định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng.***

***Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.***

***\*) Hệ quả : Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.***

**Phương pháp tìm giao tuyến của hai mặt phẳng chứa 2 đường thẳng song song:**

**Cho**  **với** 

**B1:** Xác định một điểm chungcủa hai mặt phẳng.

**B2:** Từ kẻ đường thẳng .

**Vậy**

***Ví dụ 4:*** Cho hình chóp tứ giác có  là hình bình hành.

Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng và .

***Lời giải:***



Ta có: 

Ta có:  và 

Vậy:  với  đi qua  và .

***Nhận xét:*** Tương tự, ta cũng có , với là đường thẳng đi qua và song với .

***Ví dụ 5. Cho tứ diện*** ***. Gọi***  ***lần lượt là trung điểm của*** ***.***  ***là mặt phẳng qua*** ***và cắt***  ***lần lượt tại***  ***Chứng minh rằng tứ giác***  ***là hình thang. Nếu***  ***là trung điểm***  ***thì tứ giác*** ***là hình gì?***

***Lời giải***



Ta có: (vì là đường trung bình của tam giác ).



*Vậy* là hình thang.

*Nếu*  *là trung điểm*  *thì là trung điểm *

Khi đó  là hình bình hành (vì  và  vừa song song vừa bằng nhau).

***\*) ĐỊNH LÍ 3***

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Shape, rectangle

Description automatically generated

***Ví dụ 6: Cho tứ diện*** ***. Gọi***  ***lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng*** ***. Chứng minh rằng các đoạn thẳng***  ***đồng quy tại trung điểm mỗi đoạn.***

***Lời giải***

Diagram

Description automatically generated

Ta có  (Vì cùng song song ).

Có  là hình bình hành (Vì )

Giả sử 

Suy ra  là trung điểm .

Tương tự ta chứng minh được tứ giác  là hình bình hành.

Suy ra  nhận  là trung điểm.

**Vậy**  đồng quy.

**LUYỆN TẬP (Tiết 16)**

**I. Chữa bài tập SGK**

***Bài tập 1 SGK trang 59***

***Lời giải***



a) Ta có 4 điểm  này cùng thuộc một mặt phẳng (α).

Khi đó:  và .

**Vậy** theo định lí về giao tuyến của 3 mặt phẳng ta có hoặc là song song hoặc là đồng quy.

b) Tương tự

Khi đó: 

Vậy theo định lí về giao tuyến của 3 mặt phẳng ta có hoặc là song song hoặc là đồng quy.

***Bài tập 2a SGK trang 59***

***Lời giải***

A picture containing boat, antenna

Description automatically generated

Gọi .

Ta có: 

Mà 

Suy ra  qua  và song song với .

Trong , gọi .

***Chú ý: Phương pháp tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng  bằng cách chọn mặt phẳng phụ.***

Quy trình xác định 

**B1:** Xác định .

**B2:** Tìm 

**B3:** Xác định .

***Lưu ý:*** Chọn mặt phẳng  sao cho dễ tìm giao tuyến với mặt phẳng .

***Bài tập 2b SGK trang 59***

***Lời giải***



Gọi 

Ta có 



Chọn mặt phẳng 

Ta có: 



Khi đó , ta có:

Vậy: .

***Bài tập 3 SGK trang 60***



a) Gọi 

Ta có: 

.

b) Ta có 

Mà 

Suy ra ba điểm  thẳng hàng.

Khi đó 

Trong tam giác  có 

**Vậy:** .

c) Ta có:  và 

Suy ra  Do đó 

**II. Bài tập trắc nghiệm**

## . DẠNG 0: LÝ THUYẾT

1. **[Mức độ 1]** Cho hai đường thẳng phân biệt  và  trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa và ?

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

***Lời giải***

**Chọn B**

Vì hai đường thẳng  và có thể cắt nhau, song song hoặc chéo nhau.

1. **[Mức độ 1]** Cho hai đường thẳng  và . Điều nào sau đây đủ để kết luận  và chéo nhau?

**A.**  và không có điểm chung.

**B.**  và là hai cạnh của hình tứ diện.

**C.**  và không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào.

**D.**  và nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

***Lời giải***

**Chọn C**

1. **[Mức độ 1]** Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

**B.** Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

**C.** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

**D.** Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

***Lời giải***

**Chọn C**

1. **[Mức độ 1]** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

**A.** Hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng và không cắt nhau thì song song với nhau.

**B.** Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.

**C.** Hai đường thẳng không cắt nhau, cũng không chéo nhau thì song song với nhau.

**D.** Hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng và không có điểm chung thì song song với nhau.

***Lời giải***

**Chọn D**

1. **[Mức độ 1]** Trong không gian cho ba đường thẳng  và . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là đúng?

**A.** Nếu hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

**B.** Nếu hai đường thẳng cùng chéo nhau với một đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.

**C.** Nếu hai đường thẳng  và  cắt nhau,  và cắt nhau thì  và  cắt nhau hoặc song song.

**D.** Nếu đường thẳng  song song với , đường thẳng  và  chéo nhau thì  và  chéo nhau hoặc cắt nhau.

***Lời giải***

**Chọn D**

## DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

1. **[Mức độ 2]**​​ Cho hình hộp​​ . Khẳng định nào sau đây​​ sai?

**A. ** và​​ ​​  chéo nhau. **B. ** và​​ ​​  chéo nhau.

**C. ** và​​ ​​  chéo nhau. **D. ** và​​ ​​  chéo nhau.

***Lời giải***

**Chọn C**

Shape, rectangle

Description automatically generated

Ta có: 

Mà 

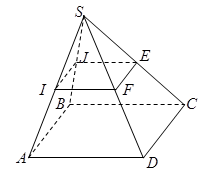
 là hình bình hành .

1. **[Mức độ 2]**​​ Cho hình chóp​​ có đáy​​  là hình bình hành. Gọi​​  ​​ lần lượt là trung điểm​​ . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào​​ không song song​​ với​​ ?

**A.** .​​   **B.** .​​   **C.** .​​   **D.** .

***Lời giải***

**Chọn A**



Ta có​​:

​​ là hình bình hành nên​​ . Suy ra​​ .​​ **B.** ​​ đúng.

là đường trung bình tam giác​​ ​​ nên​​ . Suy ra​​ .​​ **C.**​​ đúng.

 là đường trung bình tam giác​​ ​​ nên​​ . **D.** đúng.

Do đó chọn đáp án​​ **A.**

**DẠNG 2: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT BẰNG QUAN HỆ SONG SONG**

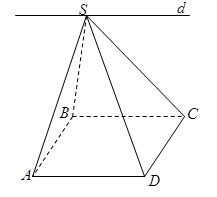
1. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp​​ ​​ có đáy​​  ​​ là hình bình hành. Gọi​​  là giao tuyến của hai mặt phẳng​​ ​​ và​​ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** ​​ qua​​ ​​ và song song với​​ .  **B.** qua​​ ​​ và song song với​​ .

**C.** qua​​ ​​ và song song với​​ .  **D.** qua​​ ​​ và song song với​​ .

***Lời giải***

**Chọn A**



Ta có​​ 

1. **[Mức độ 3]** Cho tứ diện .​​ ​​theo thứ tự là trung điểm của​​  và​​ ,​​ ​​ là trọng tâm tam giác . Giao tuyến của hai mặt phẳng​​ ​​ và​​ (BCD)​​ là đường thẳng:

**A.** qua​​  và song song với .  **B.** qua​​ ​​ và song song với​​ .

**C.** qua​​ ​​ và song song với .​​ ​​   **D.** ​​ qua​​ ​​ và song song với​​ .

***Lời giải***

**Chọn C**

Radar chart

Description automatically generated

Gọi​​ 

Ta có​​  đi qua​​ ​​ và song song với​​ .

DẠNG 3: CHỨNG MINH BỐN ĐIỂM ĐỒNG PHẲNG VÀ BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUI

1. **[Mức độ 3]** Cho hình chóp . Gọi​​  lần lượt là trung điểm .​​ Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

**A.**    **B.** .   **C.** .​​   **D.** 

***Lời giải***

**Chọn B**

Diagram

Description automatically generated

Ta có​​ ​​ là đường trung bình của tam giác​​  nên​​ .

​​ là đường trung bình của tam giác​​  nên​​ .

Suy ra​​ . Do đó​​  đồng phẳng.

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1.** Cho hình chóp  đáy ABCD là hình bình hành. Trên  và  lần lượt lấy các điểm  sao cho .

a) Chứng minh: .

b) Gọi , c/m .

c) Qua  dựng . Tìm 

**Bài 2.** Cho hình chóp có đáy là hình thang với các cạnh đáy là . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và  là trọng tâm tam giác . Tìm thiết diện của hình chóp  cắt bởi ?

**A.** Thiết diện là tam giác .

**B.** Thiết diện là hình thang , với  là giao điểm của đường thẳng đi qua  và song song với  với hai đường thẳng .

**C.** Thiết diện là hình bình hành , với  là giao điểm của đường thẳng đi qua  và song song với  với hai đường thẳng .

**D.** Thiết diện là tam giác , với  là giao điểm của  với .