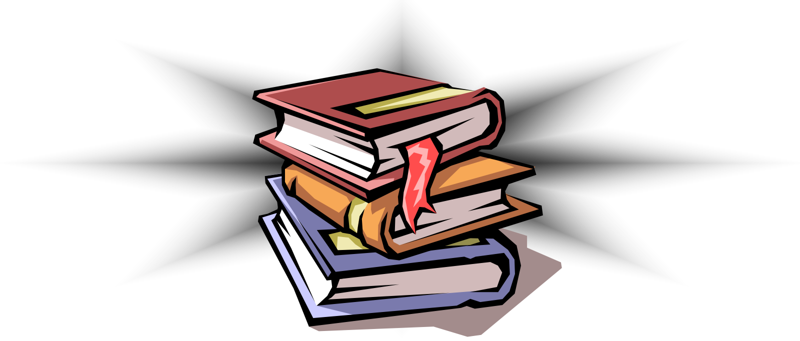
Tailieumontoan.com

Trịnh Bình sưu tầm tổng hợp



BỘ ĐỀ THI VÀO LỚP 10
MÔN TOÁN TỈNH THÁI BÌNH

Thanh Hóa, ngày 1 tháng 4 năm 2020

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 1

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. *(2,0 điểm)* Cho $A=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0$, $x\neq 1$.

a).Tính giá trị của biểu thức A khi $x=2$.

b).Rút gọn biểu thức B.

c).Tìm x sao cho $C=-A.B$ nhận giá trị là số nguyên.

Câu 2. *(2,0 điểm)*

a).Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x+y=3\\2x-y=1\end{cases}$ (không sử dụng máy tính cầm tay).

b).Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $150\,\text{m}^2$. Biết rằng, chiều dài mảnh vườn hơn chiều rộng mảnh vườn là $5\,\text{m}$. Tính chiều rộng mảnh vườn.

Câu 3. *(2,0 điểm)* Cho hàm số $y=(m-4)x+m+4$ (m là tham số)

a).Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b).Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt parabol $(P): y=x^2$ tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm, tìm m sao cho $x_1(x_1-1)+x_2(x_2-1)=18$.

c).Gọi đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng (d). Chứng minh khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ đến (d) không lớn hơn $\sqrt{65}$.

Câu 4. *(3,5 điểm)* Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Kẻ dây cung CD vuông góc với AB tại H (H nằm giữa A và O, H khác A và O). Lấy điểm G thuộc CH (G khác C và H), tia AG cắt đường tròn tại E khác A.

a).Chứng minh tứ giác $BEGH$ là tứ giác nội tiếp.

b).Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng BE và CD. Chứng minh: $KC.KD=KE.KB$.

c).Đoạn thẳng AK cắt đường tròn O tại F khác A. Chứng minh G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác HEF.

d).Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên đường thẳng EF. Chứng minh $HE+HF=MN$.

Câu 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c+ab+bc+ac=6$. Chứng minh rằng: $\dfrac{a^3}{b}+\dfrac{b^3}{c}+\dfrac{c^3}{a}\geq 3$.

----------Hết---------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 2

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. (*2,0 điểm*)

a) Tìm m để biểu thức sau có nghĩa: $P = \sqrt{5x+3} + 2018.\sqrt[3]{x}$

b) Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$. Điểm D có hoành độ $x = -2$ thuộc đồ thị hàm số. Tìm tọa độ điểm D.

c) Tìm giá trị của a và b để đường thẳng d: $y = ax + b - 1$ đi qua hai điểm A(1;1) và B(2;3)

Bài 2. (*2,0 điểm*) Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} - \frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2 - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - y$ (với $x > 0$; $y > 0$; $x \neq y$)

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Chứng minh rằng $P \leq 1$.

Bài 3. (*2,0 điểm*) Cho phương trình: $x^2 - 4mx + 4m^2 - 2 = 0$

a) Giải phương trình khi m = 1

b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là

x_1; x_2, khi đó tìm m để $x_1^2 + 4mx_2 + 4m^2 - 6 = 0$

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho hình chữ nhật ABCD nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại điểm C cắt các đường thẳng AB và AD theo thứ tự tại M, N. Dựng AH vuông góc với BD tại điểm H; K là giao điểm của hai đường thẳng MN và BD.

a) Chứng minh tứ giác AHCK nội tiếp.

b) Chứng minh: AD.AN = AB.AM.

c) Gọi E là trung điểm của MN. Chứng minh ba điểm A, H, E thẳng hàng.

d) Cho AB = 6 cm, AD = 8 cm. Tính độ dài đoạn MN.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Giải phương trình: $3\sqrt{3}\left(x^2 + 4x + 2\right) - \sqrt{x+8} = 0$

----------Hết---------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 3

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2017 – 2018
MÔN THI: TOÁN

*Thời gian làm bài: **120 phút** (Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. (*2,0 điểm*)

a) Tìm m để hàm số $y = (3m - 2)x + 2017$ đồng biến trên tập R.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)+(x+2y)=-2\\3(x+y)+(x-2y)=1\end{cases}$

Bài 2. (*2,0 điểm*) Cho biểu thức: $P=\dfrac{3x+5\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ với $x \ge 0$ và $x \ne 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x sao cho $P=-\dfrac{1}{2}$

Bài 3. (*2,0 điểm*) Cho phương trình: $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 1 = 0$

a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là

x_1; x_2 ($x_1 < x_2$), khi đó tìm m để $|x_2|-|x_1|=2$.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn (AB < AC), dựng AH vuông góc với BC tại H. Gọi M, N là hình

chiếu vuông góc của H trên AB, AC tương ứng. MN cắt BC tại D. Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa

điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính CD. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt nửa đường

tròn trên tại E.

a) Chứng minh tứ giác AMHN nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{EBM}=\widehat{DNH}$

c) Chứng minh DM.DN = DB.DC.

d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE. Chứng minh $OE \perp DE$

Bài 5: (*0,5 điểm*) Cho tam giác ABC, M là điểm bất kì nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh $MA.MB.MC \ge 8MP.MQ.MK$

---------Hết---------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 4

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2016 – 2017
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. *(2,0 điểm)*

a) Không dùng máy tính, hãy tính: $A=\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$.

b) Chứng minh rằng: $\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{3}{\sqrt{x}-3}\right).\dfrac{\sqrt{x}+3}{x+9}=\dfrac{1}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 9$.

Câu 2. *(2,0 điểm)*

Cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=2(m-1)x+m^2+2m$
(m là tham số, $m\in\mathbb{R}$).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $I(1;3)$.

b) Chứng minh rằng parabol (P) luôn cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm A, B; tìm m sao cho: $x_1^2+x_2^2+6x_1x_2>2016$.

Câu 3. *(2,0 điểm)*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x-y=1\\3x-4y=-6\end{cases}$

b) Cho tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 15cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 3cm. Tìm độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.

Câu 4. *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp.

b) Gọi H là trực tâm tam giác ABC, chứng minh tứ giác BOCH là hình thoi.

c) Gọi I là giao điểm của đoạn OA với đường tròn. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

d) Cho OB=3cm, OA=5cm. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 5. *(0,5 điểm)* Giải phương trình: $x^3+(3x^2-4x-4)\sqrt{x+1}=0$.

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 5

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2015 – 2016
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. (*2,0 điểm*) Cho biểu thức: $P = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{x-6\sqrt{x}+4}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của P khi $x = 9+4\sqrt{5}$. .

Câu 2. (*1,5 điểm*): Cho phương trình: $x^2 + 5x + m - 2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình khi m = -12.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn: $\frac{1}{x_1-1} + \frac{1}{x_2-1} = 2$

Câu 3. (*1,0 điểm*) Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 168 m^2. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Câu 4. (*1,5 điểm*) Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1; 2. Đường thẳng (d) có phương trình y = mx + n.

a) Tìm toạ độ hai điểm A, B. Tìm m, n biết (d) đi qua hai điểm A và B..

b) Tính độ dài đường cao OH của tam giác OAB. (điểm O là gốc toạ độ).

Câu 5. (*3,5 điểm*) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R. Điểm M di chuyển trên nửa đường tròn (M khác A và B). C là trung điểm của dây cung AM. Đường thẳng d là tiếp tuyến với nửa đường tròn tại B. Tia AM cắt d tại điểm N. Đường thẳng OC cắt d tại E.

a) Chứng minh: tứ giác OCNB nội tiếp.

b) Chứng minh: AC.AN = AO.AB.

c) Chứng minh: NO vuông góc với AE.

d) Tìm vị trí điểm M sao cho (2.AM + AN) nhỏ nhất.

Câu 6. (*0,5 điểm*): Cho ba số dương a, b, c thay đổi thoả mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 2(a+b+c) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 6

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2014 – 2015
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. (*2,0 điểm*) Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x-1}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$ với $x>0,\ x\neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tìm x để P = -1.

Câu 2. (*2,0 điểm*): Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x+my=m+1 \\ mx+y=2m \end{cases}$ (m là tham số).

1. Giải hệ phương trình khi m = 2.
2. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x; y) thoả mãn: $\begin{cases} x\geq 2 \\ y\geq 1 \end{cases}$.

Câu 3. (*2,0 điểm*) Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): y = 2x + m (m là tham số)

1. Tìm toạ độ giao điểm của (d) và (P) khi m = 3.
2. Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn:
   $x_1^2+x_2^2+x_1+x_2=2014$.

Câu 4. (*3,5 điểm*): Cho hình thang vuông ABCD (vuông tại A và D) với đáy lớn AB có độ dài gấp đôi đáy nhỏ DC. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HA, HB và I là trung điểm của AB.

1. Chứng minh: $MN \perp AD$ và $DM \perp AN$.
2. Chứng minh: các điểm A, I, N, C, D nằm trên cùng một đường tròn.
3. Chứng minh: AN.BD = 2DC.AC.

Câu 5. (*0,5 điểm*): Cho 3 số dương a, b, c thoả mãn: ab + bc + ca = 3abc. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$F=\frac{1}{a+2b+3c}+\frac{1}{2a+3b+c}+\frac{1}{3a+b+2c}.$$

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 8

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2013 – 2014
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1 (*2,0 điểm*): Cho biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}\right):\frac{1}{x-1}$ $(x>0;\, x\neq 1)$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để $P=\frac{9}{2}$

Bài 2 (*2,0 điểm*):

1) Xác định độ dài các cạnh của một hình chữ nhật, biết hình chữ nhật có chu vi bằng 28 cm và 5 lần chiều rộng hơn 3 lần chiều dài 6 cm.

2) Cho đường thẳng (Δ): $y = (m - 1)x + m^2 - 4$ (m là tham số khác 1). Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (Δ) với trục Ox và Oy. Xác định tọa độ điểm A, B và tìm m để 3OA = OB.

Bài 3 (*2,0 điểm*): Cho Parabol (P): $y=\frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (d): y = mx + m + 5 (m là tham số)

1) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì:

a. Đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định, tìm tọa độ điểm đó.

b. Đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Tìm tọa độ hai điểm A và B thuộc (P) sao cho A đối xứng với B qua điểm M(-1; 5)

Bài 4 (*3,5 điểm*): Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn đường kính AB với AC < BC và đường cao CH. Trên cung nhỏ BC lấy điểm M (M khác B và C), gọi E là giao điểm của CH và AM.

1) Chứng minh tứ giác EHBM là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh AC^2 = AH. AB và AC. EC = AE. CM

3) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CEM. Xácđịnh vị trí của điểm M để khoảng cách từ H đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEM là ngắn nhất.

Bài 5 (*0,5 điểm*): Cho các số thực dương x, y thảo mãn $(x + y - 1)^2 = xy$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{1}{xy}+\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{\sqrt{xy}}{x+y}$

---------Hết---------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 9

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2012 – 2013
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. *(2,0 điểm)*

1) Tính: $A = \dfrac{1}{\sqrt{5}+2} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$.
2) Cho biểu thức: $B = \dfrac{2(x+4)}{x-3\sqrt{x}-4} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{8}{\sqrt{x}-4}$ với $x \ge 0, x \ne 16$.
   a. Rút gọn B.
   b. Tìm x để giá trị của B là một số nguyên.

Bài 2. *(2,0 điểm)* Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (m là tham số).

1) Giải phương trình với m = 2.
2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu ($x_1 < 0 < x_2$). Khi đó nghiệm nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn?

Bài 3. *(2,0 điểm):* Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$ (m là tham số).

1) Tìm m để (d) cắt (P) tại một điểm duy nhất.
2) Cho hai điểm A(-2; m) và B(1; n). Tìm m, n để A thuộc (P) và B thuộc (d).
3) Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ O đến (d). Tìm m để độ dài đoạn OH lớn nhất.

Bài 4. *(3,5 điểm)* Cho đường tròn (O), dây cung BC (BC không là đường kính). Điểm A di động trên cung nhỏ BC (A khác B và C; độ dài đoạn AB khác AC). Kẻ đường kính AA' của đường tròn (O), D là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Hai điểm E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ B, C đến AA'. Chứng minh rằng:

1) Bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.
2) BD.AC = AD.A'C.
3) DE vuông góc với AC.
4) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Bài 5.*(0,5 điểm):* Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^4 - x^3 + 3x^2 - 4y - 1 = 0 \\ \sqrt{\dfrac{x^2+4y^2}{2}} + \sqrt{\dfrac{x^2+2xy+4y^2}{3}} = x + 2y \end{cases}$.

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 10

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2011 – 2012
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. *(2,0 điểm)* Cho biểu thức $A = \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-3}{x-1}$ với $x \ge 0$ và $x \ne 1$.

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Bài 2.*(2,0 điểm)* Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + 2y = 18 \\ x - y = -6 \end{cases}$ (m là tham số).

1. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x ; y) trong đó x = 2.
2. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x ; y) thoả mãn 2x + y = 9.

Bài 3. *(2,0 điểm)* Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parbol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): y = ax + 3 (a là tham số).

1. Vẽ parbol (P).
2. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
3. Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai giao điểm của (d) và (P). Tìm a để $x_1 + 2x_2 = 3$.

Bài 4. *(3,5 điểm)* Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Điểm C nằm trên tia đối của tia BA sao cho BC = R. Điểm D thuộc đường tròn tâm O sao cho BD = R. Đường thẳng vuông góc với BC tại C cắt tia AD tại M.

1. Chứng minh rằng:
   a) Tứ giác BCMD là tứ giác nội tiếp.
   b) AB.AC = AD.AM.
   c) CD là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.
2. Đường tròn tâm O chia tam giác ABM thành hai phần. Tính diện tích phần tam giác ABM nằm ngoài đường tròn tâm O theo R.

Bài 5. *(0,5 điểm)*Cho a, b, c là các số không âm thoả mãn: a + b + c = 1006.

Chứng minh rằng:

$$\sqrt{2012a + \frac{(b-c)^2}{2}} + \sqrt{2012b + \frac{(c-a)^2}{2}} + \sqrt{2012c + \frac{(a-b)^2}{2}} \le 2012\sqrt{2}.$$

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 11

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2010– 2011
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. (*2,0 điểm*)

1. Rút gọn biểu thức: $A=\left(\frac{3}{x-3\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right)\cdot\frac{x-9}{\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 9$.

2. Chứng minh rằng: $\sqrt{5}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}\right)=10$

Bài 2. (*2,0 điểm*) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y=(k-1)x+n$ và hai điểm A(0;2), B(-1;0).

1. Tìm các giá trị của *k* và *n* để:

a) Đường thẳng (d) đi qua hai điểm A và B.

b) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(\Delta): y=x+2-k$.

2. Cho $n=2$. Tìm *k* để đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm C sao cho diện tích tam giác OAC gấp hai lần diện tích tam giác OAB.

Bài 3. (*2,0 điểm*) Cho phương trình bậc hai: $x^2-2mx+m-7=0$ (1) (với m là tham số).

1. Giải phương trình (1) với $m=-1$.

2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của *m*.

3. Tìm *m* để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1;x_2$ thoả mãn hệ thức: $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=16$.

Bài 4. (*3,5 điểm*) Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB vuông góc với dây cung MN tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn (O;R) sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O;R) tại điểm K khác A, hai dây MN và BK cắt nhau ở E.

1. Chứng minh rằng AHEK là tứ giác nội tiếp và ΔCAE đồng dạng với ΔCHK.

2. Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia MK tại F. Chứng minh ΔNFK cân.

3. Giả sử KE = KC. Chứng minh: OK//MN và $KM^2 + KN^2 = 4R^2$.

Bài 5. (*0,5 điểm*) Cho *a, b, c* là các số thực không âm thoả mãn *a + b + c = 3* .

Chứng minh rằng: $(a-1)^3+(b-1)^3+(c-1)^3\geq -\frac{3}{4}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 12

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2009– 2010
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. (2,0 điểm) :

a. Cho k là số nguyên dương bất kì. Chứng minh bất đẳng thức sau:

$$\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}} < 2\left(\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}\right)$$

b. Chứng minh rằng: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{2010\sqrt{2009}} < \frac{88}{45}$

Bài 2. (2.5 điểm): Cho phương trình ẩn x: $x^2 + (m-1)x - 6 = 0$ (1) (m là tham số)

a. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm $x = 1 + \sqrt{2}$

b. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức: $A = (x_1^2 - 9)(x_2^2 - 4)$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3. (2,0 điểm):

a. Giải hệ phương trình sau : $\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 3 \\ x^3 + y^3 = 9 \end{cases}$

b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$

Bài 4. (3,0 điểm): Cho hình vuông ABCD tâm O, cạnh a. M là điểm di động trên đoạn OB (M không trùng với O; B). Vẽ đường tròn tâm I đi qua M và tiếp xúc với BC tại B, vẽ đường tròn tâm J đi qua M và tiếp xúc với CD tại D. Đường tròn (I) và đường tròn (J) cắt nhau tại điểm thứ hai là N.

a. Chứng minh rằng 5 điểm A, N, B, C, D cùng thuộc một đường tròn. Từ đó suy ra 3 điểm
C, M, N thẳng hàng.

b. Tính OM theo a để tích NA.NB.NC.ND lớn nhất.

Bài 5. (0.5 điểm): Cho góc xOy bằng 120°, trên tia phân giác Oz của góc xOy lấy điểm A sao cho độ dài đoạn thẳng OA là một số nguyên lớn hơn 1. Chứng minh rằng luôn tồn tại ít nhất ba đường thẳng phân biệt đi qua A và cắt hai tia Ox, Oy lần lượt tại B và C sao cho độ dài các đoạn thẳng OB và OC đều là các số nguyên dương.

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 13

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2008– 2009
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1 *(2,0 điểm)*Cho biểu thức : $P=\left(1+\frac{2}{\sqrt{x}+1}+\frac{3}{\sqrt{x}-1}\right).\left(1-\frac{6}{\sqrt{x}+5}\right)$ với $x\ge 0$ và $x\ne 1$

1. Rút gọn P ;
2. Tìm các giá trị của x để $P=\frac{2}{3}$.

Bài 2 *(2,0 điểm)* Cho hàm số bậc nhất y = (m – 2)x + m + 1 (m là tham số)

1. Với giá trị nào của m thì hàm số y là hàm số đồng biến ;
2. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua điểm M(2 ; 6) ;
3. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại A, cắt trục tung tại B (A và B không trùng với gốc toạ độ O). Gọi H là chân đường cao hạ từ O của tam giác OAB. Xác định giá trị của m, biết $OH=\sqrt{2}$.

Bài 3 *(2,0 điểm)* Cho phương trình $x^2 + (a – 1)x – 6 = 0$ (a là tham số)

1. Giải phương trình với a = 6 ;
2. Tìm a để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn :

$$x_1^2+x_2^2-3x_1x_2=34$$

Bài 4 *(3,5 điểm)* Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường tròn đường kính BC cắt cạnh AB, AC lần lượt tại F, E. Gọi H là giao điểm của BE với CF, D là giao điểm của AH với BC.

1. Chứng minh :
   a) Các tứ giác AEHF, AEDB nội tiếp đường tròn ;
   b) AF.AB = AE.AC
2. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.
   Chứng minh rằng, nếu AD + BE + CF = 9r thì tam giác ABC đều.

Bài 5 *(0,5 điểm)*

Giải hệ phương trình : $\begin{cases}x^6-y^6=1\\ |x+y|+|x-y|=2\end{cases}$

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 14

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2007– 2008
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1: *(1,5 điểm)*

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = \sqrt{2} + 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

Bài 2: *(2,0 điểm)* Cho biểu thức $A = \dfrac{2\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 2} + \dfrac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} - 1$

1. Rút gọn A ;
2. Tính giá trị của A khi x = 841.

Bài 3: *(2,5 điểm)*

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường thẳng (d) : $y = 2(m - 1)x - (m^2 - 2m)$ và đường Parabol (P) : $y = x^2$

1. Tìm m để (d) đi qua gốc toạ độ O ;
2. Tìm toạ độ giao điểm của (d) và (P) khi m = 3 ;
3. Tìm m sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm có tung độ y_1 và y_2 thoả mãn $|y_1 - y_2| = 8$.

Bài 4: *(3.0 điểm)* Cho Δ ABC có 3 góc nhọn AC > BC nội tiếp (O). Vẽ các tiếp tuyến với (O) tại A và B, các tiếp tuyến này cắt nhau tại M. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên MC.

1. Chứng minh rằng :
   a) MAOH là tứ giác nội tiếp ;
   b) Tia HM là phân giác của góc AHB ;
2. Qua C kẻ đường thẳng song song với AB cắt MA, MB lần lượt tại E, F. Nối EH cắt AC tại P, HF cắt BC tại Q. Chứng minh rằng QP // QF.

Bài 5: *(1.0 điểm)* Cho x, y, z ∈ R. Chứng minh rằng :

$$1019x^2 + 18y^4 + 1007z^2 \geq 30xy^2 + 6y^2z + 2008zx$$

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 15

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2006– 2007
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $Q=\dfrac{x+2\sqrt{x}-10}{x-\sqrt{x}-6}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ (với $x\ge 0$ và $x\ne 9$)

1. Rút gọn biểu thức Q.
2. Tìm giá trị của x để $Q=\dfrac{1}{3}$.

Bài 2: *(2,5 điểm)*

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=-m \\ x+my=-1 \end{cases}$ (m là tham số)

1. Giải hệ với m = -2
2. Tìm các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất (x ; y) thoả mãn $y = x^2$

Bài 3: *(1,5 điểm)*

Trong hệ toạ độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = x + 2$ và Parabol (P): $y = x^2$

1. Xác định toạ độ hai giao điểm A và B của (d) với (P)
2. Cho điểm M thuộc (P) có hoành độ là m (với $-1\le m\le 2$). CMR: $S_{MAB}\le\dfrac{27}{8}$

Bài 4: *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi I là trung điểm của AO. Qua I kẻ dây CD vuông góc với AB.

1. Chứng minh:
   a) Tứ giác ACOD là hình thoi.
   b) $\widehat{CBD}=\dfrac{1}{2}\widehat{CAD}$.
2. Chứng minh rằng O là trực tâm của ΔBCD.
3. Xác định vị trí điểm M trên cung nhỏ BC để tổng (MB + MC + MD) đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5: *(0,5 điểm)* Giải bất phương trình: $\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}+4x\sqrt{2x}\ge x^3+10$

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

Đề chính thức

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2005– 2006
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Đề số 16

Bài 1: *(2,0 điểm)*

1. Thực hiện phép tính: $\sqrt{5}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}$
2. Giải phương trình: $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

Bài 2 *(2,5 điểm)*

Cho hàm số: $y = (2m - 3)x + n - 4$ (d) $\left(m \neq \dfrac{3}{2}\right)$

1. Tìm các giá trị của m và n để đường thẳng (d) :
   a) Đi qua hai điểm A(1 ; 2) và B(3 ; 4)
   b) Cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 3\sqrt{2} - 1$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 1 + \sqrt{2}$
2. Cho n = 0. Tìm m để (d) cắt đường thẳng (d') có phương trình x – y + 2 = 0 tại điểm M (x ; y) sao cho biểu thức $P = y^2 - 2x^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3: *(1,5 điểm)*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 720 m^2, nếu tăng chiều dài thêm 6m và giảm chiều rộng đi 4m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính các kích thước của mảnh vườn.

Bài 4: *(3,5 điểm)* Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ hai tia tiếp tuyến Ax và By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B) kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt Ax và By ở C, D.

1. Chứng minh:
   a) CD = AC + BD ;
   b) $AC.BD = R^2$
2. Xác định vị trí điểm M để tứ giác ABDC có diện tích nhỏ nhất.
3. Cho R = 2 cm, diện tích tứ giác ABDC bằng 32cm^2. Tính diện tích ΔABM

Bài 5:*(0,5 điểm)* Cho các số dương x, y, z thoả mãn x + y + z = 1. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{2x^2+xy+2y^2}+\sqrt{2y^2+yz+2z^2}+\sqrt{2z^2+zx+2x^2}\geq\sqrt{5}$$

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 17

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2004– 2005
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1: (*2,0 điểm*)

Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{a}(2\sqrt{a}+1)}{8+2\sqrt{a}-a} + \dfrac{\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}+2} - \dfrac{\sqrt{a}+2}{4-\sqrt{a}}$

1. Rút gọn A
2. Tìm a để A nhận giá trị nguyên

Bài 2: (*2,0 điểm*) Cho hệ phương trình : $\begin{cases} 2x+3y=3+a \\ x+2y=a \end{cases}$

1. Tìm a biết y = 1
2. Tìm a để : $x^2 + y^2 = 17$

Bài 3: (*2,0 điểm*) Trên mặt phẳng toạ độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình : $y = 2x^2$, một đường thẳng (d) có hệ số góc bằng m và đi qua điểm I(0 ; 2).

1. Viết phương trình đường thẳng (d)
2. CMR (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B
3. Gọi hoành độ giao điểm của A và B là x_1, x_2 . CMR : $|x_1 - x_2| \geq 2$

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm D trên cung AB (D khác A và B), lấy điểm C nằm giữa O và B. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa D kẻ các tia Ax và By vuông góc với AB. Đường thẳng qua D vuông góc với DC cắt Ax và By lần lượt tại E và F.

1. Chứng minh : $\widehat{DFC} = \widehat{DBC}$
2. Chứng minh : ΔECF vuông
3. Giả sử EC cắt AD tại M, BD cắt CF tại N. Chứng minh : MN // AB
4. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp ΔEMD và đường tròn ngoại tiếp ΔDNF tiếp xúc nhau tại D.

Bài 5: (*0,5 điểm*)

Tìm x, y thoả mãn : $\sqrt{4x-y^2} - \sqrt{y+2} = \sqrt{4x^2+y}$

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 18

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2003– 2004
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1*(2 điểm):* Cho biểu thức $M = \dfrac{2}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{2(\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1} + \dfrac{x-10\sqrt{x}+3}{\sqrt{x^3}-1}$

1. Với giá trị nào của x thì biểu thức có nghĩa.
2. Rút gọn biểu thức.
3. Tìm x để biểu thức có giá trị lớn nhất.

Bài 2*(2,5 điểm):* Cho hàm số $y = 2x^2$ (P) và $y = 2(a - 2)x - \dfrac{1}{2}a^2$ (d)

1. Tìm a để (d) đi qua điểm A(0 ; -8)
2. Khi a thay đổi hãy xét số giao điểm của (P) và (d) tuỳ theo giá trị của a .
3. Tìm trên (P) những điểm có khoảng cách đến gốc toạ độ O(0 ; 0) bằng $\sqrt{3}$

Bài 3*(2 điểm):* Một tấm tôn hình chữ nhật có chu vi là 48cm. Người ta cắt bỏ 4 hình vuông có cạnh là 2cm ở 4 góc rồi gấp lên thành một hình hộp chữ nhật (không có nắp). Tính kích thước của tấm tôn đó, biết rằng thể tích hình hộp bằng 96 cm^3.

Bài 4*(3 điểm):* Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R. Hạ các đường cao AD, BE của tam giác. Các tia AD, BE lần lượt cắt (O) tại các điểm thứ hai là M, N.

1. Chứng minh rằng bốn điểm A, E, D, B nằm trên một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.
2. Chứng minh rằng: MN // DE
3. Cho (O) và dây AB cố định, điểm C di chuyển trên cung lớn AB. Chứng minh rằng độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔCDE không đổi.

Bài 5*(0,5 điểm):* Tìm các cặp số (x ; y) thoả mãn: $(x^2 + 1)(x^2 + y^2) = 4x^2y$

---------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 19

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2002– 2003
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1*(2 điểm):* Cho biểu thức $K = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1}\right) \cdot \frac{x+2003}{x}$

a) Tìm điều kiện đối với x để K xác định.
b) Rút gọn K
c) Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức K có giá trị nguyên?

Bài 2*(2 điểm):*

Cho hàm số $y = x + m$ (D). Tìm các giá trị của m để đường thẳng (D) :

a) Đi qua điểm A(1 ; 2003)
b) Song song với đường thẳng $x - y + 3 = 0$
c) Tiếp xúc với parabol $y = \frac{1}{4}x^2$

Bài 3*(3 điểm):*

1. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

   Một hình chữ nhật có đường chéo bằng 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính diện tích hình chữ nhật đó.

2. Chứng minh bất đẳng thức: $\frac{2002}{\sqrt{2003}} + \frac{2003}{\sqrt{2002}} > \sqrt{2002} + \sqrt{2003}$

Bài 4*(3 điểm):*

Cho ΔABC vuông ở A. Nửa đường tròn đường kính AB cắt BC tại D. Trên cung AD lấy một điểm E. Nối BE và kéo dài cắt AC tại F.

a) Chứng minh: CDEF là một tứ giác nội tiếp.
b) Kéo dài DE cắt AC ở K. Tia phân giác của góc CKD cắt EF và CD tại M và N. Tia phân giác của góc CBF cắt DE và CF tại P và Q. Tứ giác MPNQ là hình gì? Tại sao?
c) Gọi r, r_1, r_2 là theo thứ tự là bán kính của đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ADB, ADC. Chứng minh rằng $r^2 = r_1^2 + r_2^2$.

--------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 20

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2001– 2002
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1*(2 điểm):*

Cho biểu thức $K = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2-1}{x^2-x+1}$

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức K xác định.

b) Rút gọn biểu thức K và tìm giá trị của x để K đạt giá trị lớn nhất

Bài 2*(2 điểm):*

Cho phương trình bậc hai: $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi cho biết m = 1; m = 2.

b) Chứng minh rằng phương trình (1) không thể có hai nghiệm dương với mọi giá trị của m

Bài 3*(2 điểm):*

a) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

b) Chứng minh rằng $\sqrt{2000} - 2\sqrt{2001} + \sqrt{2002} < 0$

Bài 4*(4 điểm):*

Từ một điểm S ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến SA, SB và cát tuyến SCD của đường tròn đó.

a) Gọi E là trung điểm của dây CD. Chứng minh 5 điểm S, A, E, O, B cùng thuộc một đường tròn

b) Nếu SA = AO thì SAOB là hình gì? Tại sao?

c) Chứmg minh rằng: $AC.BD = BC.DA = \frac{AB.CD}{2}$

--------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 21

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 2000– 2001
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1*(2 điểm):*

So sánh hai số x và y trong mỗi trường hợp sau:

a) $x = \sqrt{50} - \sqrt{32}$ và $y = \sqrt{2}$;

b) $x = \sqrt{6\sqrt{7}}$ và $y = \sqrt{7\sqrt{6}}$;

c) x = 2000a và y = 2000 + a

Bài 2*(2 điểm):* Cho biểu thức : $A = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x^3}-x}{\sqrt{x}-1}$

a) Rút gọn rồi tính số trị của A khi $x = \dfrac{53}{9-2\sqrt{7}}$

b) Tìm x để A > 0

Bài 3*(2 điểm):*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2(x+y)^2 - 5(x+y) - 7 = 0 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases}$

b) Giải và biện luận phương trình: $mx^2 + 2(m+1)x + 4 = 0$

Bài 4*(3 điểm):* Trên đường thẳng d lấy ba điểm A, C, B theo thứ tự đó. Trên nửa mặt phẳng bờ d kẻ hai tia Ax, By cùng vuông góc với d. Trên tia Ax lấy I. Tia vuông góc với CI tại C cắt By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt IK tại P.

a) Chứng minh tứ giác BCPK nội tiếp được đường tròn .

b) Chứng minh: AI.BK = AC.CB

c) Giả sử A, B, I cố định. Hãy xác định vị trí điểm C sao cho diện tích hình thang vuông ABKI max.

Bài 5*(1 điểm):* Cho $P(x) = 3x^3 + ax^2 + b$. Tìm giá trị của a và b để P(2000) = P(-2000) = 0

--------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 22
(đề này năm ấy bị lộ)

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 1999– 2000
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1*(2 điểm):*

Với giá trị nào của x thì các biểu thức sau có nghĩa:

a) $\dfrac{1}{2x}$; b) $\dfrac{5x-1}{2x-x^2}$; c) $\dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$; d) $\sqrt{\dfrac{1}{1-x}}$;

Bài 2*(1 điểm):*

Giải phương trình: $\dfrac{3}{x+1}+\dfrac{x+1}{3}=2$

Bài 3*(1,5 điểm):*

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-my=2 \\ 2x+(m-1)y=6 \end{cases}$

a) Giải hệ với m = 1;
b) Tìm giá trị của m để hệ có nghiệm

Bài 4*(2 điểm):* Cho hàm số $y = 2x^2$ (P)

a) Vẽ đồ thị hàm số (P)
b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (0 ; -2) và tiếp xúc với (P)

Bài 5*(3,5 điểm):*

Cho nửa đường tròn đường kính AB. Gọi H là điểm chính giữa cung AB; M là một điểm nằm trên cung AH, N là một điểm nằm trên dây cung BM sao cho BN = AM. Chứng minh:

a) $\Delta AMH = \Delta BNH$.
b) ΔMHN là tam giác vuông cân.
c) Khi M chuyển động trên cung AH thì đường vuông góc với BM kẻ từ N luôn đi qua một điểm cố định ở trên tiếp tuyến của nửa đường tròn tại điểm B.

--------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 23

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 1999– 2000
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1*(2 điểm):* Cho biểu thức $A = \dfrac{(2x-3)(x-1)^2 - 4(2x-3)}{(x+1)^2(x-3)}$

a) Rút gọn A

b) Tìm x để A = 3

Bài 2*(2 điểm):*

Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 5 = 0$

a) Giải phương trình trên khi m = 1

b) Tìm m để phương trình trên có nghiệm .

Bài 3*(3 điểm):*

Cho (O) đường kính AC. Trên đoạn OC lấy điểm B và vẽ đường tròn (O′) đường kính BC. Gọi M là trung điểm đoạn AB. Từ M kẻ dây cung DE ⊥ AB. Gọi I là giao của DC với (O′). Chứng minh rằng :

a) ADBE là hình thoi.

b) BI // AD.

c) I, B, E thẳng hàng .

Bài 4*(3 điểm):*

Cho hai hàm số $y = -\dfrac{mx}{2} + 4$ (1) và $y = -\dfrac{x-4}{1-m}$ (2) $(m \neq 1)$

a) Vẽ đồ thị hàm số (1) và (2) trên cùng một hệ trục toạ độ Oxy với m = -1

b) Vẽ đồ thị hàm số (1) và (2) trên cùng một hệ trục toạ độ Oxy ở trên với m = 2

c) Tìm toạ độ giao điểm của các đồ thị hàm số (1) và (2).

--------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 24

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 1998– 1999
MÔN THI: TOÁN

*Thời gian làm bài: **120 phút** (Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1 *(2 điểm):*

So sánh x và y trong mỗi trường hợp sau:

a) $x = \sqrt{27} - \sqrt{2}$ và $y = \sqrt{3}$;

b) $x = \sqrt{5\sqrt{6}}$ và $y = \sqrt{6\sqrt{5}}$;

c) $x = 2m$ và $y = m + 2$.

Bài 2 *(2 điểm):*

a) Trên cùng hệ trục toạ độ vẽ đồ thị các hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ (P) và $y = x + \frac{3}{2}$ (d)

b) Dùng đồ thị cho biết (có giải thích) nghiệm của phương trình : $\sqrt{2x+3} = x$.

Bài 3 *(3 điểm):*

Xét hai phương trình: $x^2 + x + k + 1 = 0$ (1) và $x^2 - (k + 2)x + 2k + 4 = 0$ (2)

a) Giải phương trình (1) với k = -1; k = -4

b) Tìm k để phương trình (2) có một nghiệm bằng $\sqrt{2}$?

c) Với giá trị nào của k thì hai phương trình trên tương đương ?

Bài 4 *(0,5 điểm):*

Tam giác vuông ABC có $\widehat{A} = 90^0$, $\widehat{B} = 30^0$, BC = d quay một vòng chung quanh AC. Tính thể tích hình nón tạo thành.

Bài 5 *(2,5 điểm):* Cho ΔABC không cân, đường cao AH, nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi E, F thứ tự là hình chiếu của B, C lên đường kính AD của đường tròn (O) và M, N thứ tự là trung điểm của BC, AB. Chứng minh:

a) Bốn điểm A, B, H, E cùng nằm trên đường tròn tâm N và HE// CD.

b) M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔHEF.

--------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

Đề chính thức

Đề số 25

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT THÁI BÌNH
NĂM HỌC 1997– 1998
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: ***120 phút*** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1 *(1 điểm):*

Phân tích ra thừa số :

a) $a^3 + 1$;

b) $\sqrt{8} - \sqrt{5} - 2 + \sqrt{10}$

Bài 2 *(3 điểm):*

Trong hệ trục toạ độ Oxy cho ba điểm $A\left(-\sqrt{3}\ ;\ 6\right)$, B(1 ; 0), C(2 ; 8).

a) Biết điểm A nằm trên Parabol (P) có phương trình $y = ax^2$, xác định a ?
b) Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm B và C
c) Xét vị trí tương đối giữa đường thẳng (d) và Parabol (P)

Bài 3 *(2 điểm):*

Giải phương trình: $\dfrac{\sqrt{2}}{x - \sqrt{2}} - \dfrac{7}{5} = \dfrac{x}{x + \sqrt{2}}$

Bài 4 *(1,5 điểm):* Cho ΔABC có AB = AC = 5cm; BC = 6cm. Tính :

a) Đường cao ΔABC hạ từ đỉnh A ?
b) Độ dài đường tròn nội tiếp ΔABC ?

Bài 5 *(2 điểm):*

Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC, CD lần lượt lấy điểm E, F sao cho $\widehat{EAF} = 45^0$. Biết BD cắt AE, AF theo thứ tự tại G, H. Chứng minh:

a) ADFG, GHFE là các tứ giác nội tiếp
b) ΔCGH và tứ giác GHFE có diện tích bằng nhau

Bài 6 *(0,5 điểm)*

Tính thể tích của hình hộp chữ nhật ABCD.A’B’C’D’ biết AB’ = 5; AC = $\sqrt{34}$; AD’ = $\sqrt{41}$.

--------Hết----------

Họ và tên ....Số báo danh ....

HƯỚNG DẪN GIẢI

Đề số 1

Câu 1.

Cho $A=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$ *và* $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ *với* $x\ge 0,\ x\ne 1$.

a).Tính giá trị của biểu thức A ***khi*** $x=2$.

Có $A=\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{x-1}=\dfrac{\sqrt{x^3}-1}{x-1}$

Khi $x=2\Rightarrow A=2\sqrt{2}-1$.

b).Rút gọn biểu thức B.

c).Tìm x ***sao cho*** $C=-A.B$ ***nhận giá trị là số nguyên.***

Có $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$

$$B=\frac{x+\sqrt{x}+1-(x+2)-\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}=\frac{-x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}=\frac{-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

Có $C=-A.B=-\dfrac{\sqrt{x^3}-1}{x-1}.\left(\dfrac{-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}\right)=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=1-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$

Có $\sqrt{x}+1\ge 1,\ x\ge 0,\ x\ne 1$.

C nhận giá trị là số nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1=1\Leftrightarrow x=0$ (nhận).

Câu 2. *(2,0 điểm)*

a).Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x+y=3\\2x-y=1\end{cases}$ ***(không sử dụng máy tính cầm tay).***

Có $\begin{cases}4x+y=3\\2x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x=4\\2x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\y=\dfrac{1}{3}\end{cases}$.

Vậy nghiệm của hệ là $\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3}\right)$

b).Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $150\,\mathrm{m}^2$. Biết rằng, chiều dài mảnh vườn hơn chiều rộng mảnh vườn là $5\,\mathrm{m}$. Tính chiều rộng mảnh vườn.

Gọi x, y lần lượt là chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn, điều kiện $x>0$ $y>0$, $x>y$.

Có $\begin{cases} x-y=5 \\ xy=150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+5 \\ y(y+5)=150\ (1) \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow y^2+5y-150=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=10\ \ (\text{nhận}) \\ y=-15\ (\text{loại}) \end{array}\right.$.

Vậy chiều rộng mảnh vườn là $10(\mathrm{m})$

Câu 3. *(2,0 điểm)*

a).Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$y=(m-4)x+m+4$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m-4>0 \Leftrightarrow m>4$.

Vậy $m>4$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b).Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đồ thị hàm số đã cho luôn cắt parabol $(P): y=x^2$ tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm, tìm m sao cho $x_1(x_1-1)+x_2(x_2-1)=18$.

(d): $y=(m-4)x+m+4$, $(P): y=x^2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d), (P): $x^2=(m-4)x+m+4$

$\Leftrightarrow x^2-(m-4)x-(m+4)=0\ (1)$, Có $a=1\neq 0$

Có $\Delta=(m-4)^2+4(m+4)=m^2-4m+32=(m-2)^2+28>0, \forall m\in\mathbb{R}$

Do có $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0,\ \forall m\in\mathbb{R} \end{cases}$

Suy ra (d) cắt luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt .

Có $x_1(x_1-1)+x_2(x_2-1)=18 \Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-(x_1+x_2)-18=0$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-(x_1+x_2)-18=0$, mà $\begin{cases} x_1+x_2=m-4 \\ x_1x_2=-(m+4) \end{cases}$

$\Leftrightarrow (m-4)^2 + 2(m+4) - (m-4) - 18 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 7m + 10 = 0 \Leftrightarrow (m-5)(m-2) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Vậy $m=5$, $m=2$ thỏa yêu cầu bài

c).Gọi đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng (d). Chứng minh khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ đến (d) không lớn hơn $\sqrt{65}$.

(d): $y=(m-4)x+m+4$ cắt trục Ox, Oy lần lượt ở $A\left(-\frac{m+4}{m-4};0\right)$ và $B(0;m+4)$.

*Trường hợp 1: Xét $m-4=0 \Leftrightarrow m=4$, thì $(d): y=8$, (d) song song trục Ox, (d) cắt trục Oy tại $B(0;8)$

Có khoảng cách từ O đến đường thẳng (d) là $OB=8$

Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng (d).

ΔOAB vuông tại O có $OH \perp AB$, Có $OH.AB = OA.OB$

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{(m-4)^2}{(m+4)^2} + \frac{1}{(m+4)^2} = \frac{(m-4)^2+1}{(m+4)^2}$$

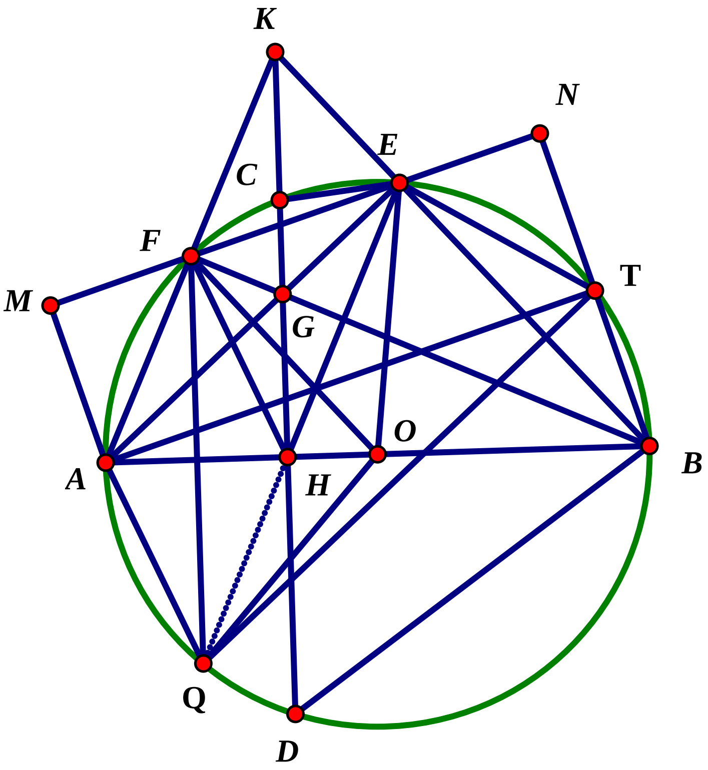
$$\Rightarrow OH^2 = \frac{(m+4)^2}{(m-4)^2+1}$$

Giả sử $OH > \sqrt{65} \Leftrightarrow OH^2 > 65 \Leftrightarrow \frac{(m+4)^2}{(m-4)^2+1} > 65 \Leftrightarrow m^2+8m+16 > 65(m^2-8m+17)$

$\Leftrightarrow 64m^2 - 528m + 1089 < 0 \Leftrightarrow (8m)^2 - 2.16.8m + 33^2 < 0 \Leftrightarrow (8m-33)^2 < 0$ (sai)

Vậy $OH \le \sqrt{65}$.

Câu 4. *(3,5 điểm)*



Lời giải

a).Chứng minh tứ giác $BEGH$ là tứ giác nội tiếp.

Có $\widehat{BHG} = \widehat{BEG} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BHG} + \widehat{BEG} = 180^\circ$.

$\Rightarrow$ Tứ giác $BEGH$ nội tiếp đường tròn đường kính BG.

b).Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng BE và CD. Chứng minh: $KC.KD = KE.KB$.

Có $\widehat{KEC} = \widehat{KDB}$, $\widehat{EKC} = \widehat{DKB}$ (góc chung) $\Rightarrow \Delta KEC \backsim \Delta KDB \Rightarrow \dfrac{KE}{KD} = \dfrac{KC}{KB}$

$\Rightarrow KC.KD = KE.KB$

c).Đoạn thẳng AK cắt đường tròn O tại F khác A. Chứng minh G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác HEF.

ΔKAB có ba đường cao AE, BF, KH đồng qui tại G. Suy ra G là trực tâm của ΔKAB.

Có $\widehat{GHE} = \widehat{GBE} = \dfrac{1}{2} sđ\overset{\frown}{GE}$ (trong đường tròn $BEGH$)

Có $\widehat{GBE} = \widehat{GAF} = \dfrac{1}{2} sđ\overset{\frown}{EF}$ (trong đường tròn (O))

Có $\widehat{GAF} = \widehat{GHF} = \dfrac{1}{2} sđ\overparen{EG}$ (tứ giác $AFGH$ nội tiếp đường tròn đường kính AG)

Suy ra $\widehat{GHE} = \widehat{GHF} \Rightarrow HG$ là tia phân giác của $\widehat{EHF}$.

Tương tự EG là tia phân giác của $\widehat{FEG}$.

ΔEHF có hai tia phân giác HG và EG cắt nhau tại G. Suy ra G là tâm đường tròn nội tiếp ΔEHF.

d).Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên đường thẳng EF. Chứng minh $HE + HF = MN$.

Gọi Q là giao điểm của tia EH và đường tròn (O).

Có $\widehat{EOB} = 2\widehat{EFB} = sđ\overparen{EB}$, $2\widehat{EFB} = \widehat{EFO}$ (do FG là tia phân giác của $\widehat{EFH}$)

$\Rightarrow \widehat{EOB} = \widehat{EFH} \Rightarrow$ Tứ giác $EFHO$ nội tiếp đường tròn.

$\Rightarrow \widehat{FOH} = \widehat{FEH} = \dfrac{1}{2} sđ\overparen{EQ} = \dfrac{1}{2}\widehat{FOQ} \Rightarrow \widehat{FOH} = \dfrac{1}{2}\widehat{FOQ}$.

$\Rightarrow OH$ là tia phân giác của $\widehat{FOQ}$

$\Delta OFH, \Delta OQH$ có OH chung, $OF = OQ$, $\widehat{FOH} = \widehat{QOH}$

$\Rightarrow \Delta OFH = \Delta OQH \Rightarrow HF = HQ$

Do đó $HE + HF = HE + HQ = EQ$.

Có $\widehat{AMN} = \widehat{MNT} = \widehat{NTA} = 90°$. Suy ra $AMNT$ là hình chữ nhật, nên $AT = MN$.

Suy ra $\overparen{AQ} = \overparen{FA} = \overparen{ET} \Rightarrow AE // \text{QT}$, mà $AETQ$ nội tiếp đường tròn (O).

$\Rightarrow AETQ$ là hình thang cân $\Rightarrow EQ = AT = MN$

Vậy $HE + HF = MN$.

Câu 5.

Đặt $P = \dfrac{a^3}{b} + \dfrac{b^3}{c} + \dfrac{c^3}{a}$.

Có a, b, c là các số thực dương, theo bất đẳng thức AM-GM có:

$\begin{cases} \dfrac{a^3}{b} + ab \geq 2a^2 \\ \dfrac{b^3}{c} + bc \geq 2b^2 \\ \dfrac{c^3}{a} + ac \geq 2c^2 \end{cases}$ $. \Rightarrow P = \dfrac{a^3}{b} + \dfrac{b^3}{c} + \dfrac{c^3}{a} \geq 2\left(a^2 + b^2 + c^2\right) - \left(ab + bc + ac\right)$, mà

$a + b + c + ab + bc + ac = 6$.

$\Rightarrow P \geq 2\left(a^2 + b^2 + c^2\right) + \left(a + b + c\right) - 6$.

Có $\left(a-b\right)^2 + \left(b-c\right)^2 + \left(a-c\right)^2 \geq 0 \Rightarrow 2\left(a^2 + b^2 + c^2\right) \geq 2\left(ab + bc + ca\right)$

$\Rightarrow 3\left(a^2 + b^2 + c^2\right) \geq \left(a + b + c\right)^2$.

Suy ra $P \geq \dfrac{2}{3}\left(a + b + c\right)^2 + \left(a + b + c\right) - 6$.

Có $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow 3\left(ab + bc + ac\right) \leq \left(a + b + c\right)^2$.

Do đó $6 = a + b + c + ab + bc + ac \leq a + b + c + \dfrac{1}{3}\left(a + b + c\right)^2$

$\Rightarrow \dfrac{1}{3}\left(a + b + c\right)^2 + \left(a + b + c\right) - 6 \geq 0 . \Rightarrow \left(a + b + c\right) \geq 3$, $\left(a + b + c\right)^2 \geq 9$.

Suy ra $P \geq \dfrac{2}{3}.9 + 3 - 6 = 3$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$.

Vậy $\dfrac{a^3}{b} + \dfrac{b^3}{c} + \dfrac{c^3}{a} \geq 3$.

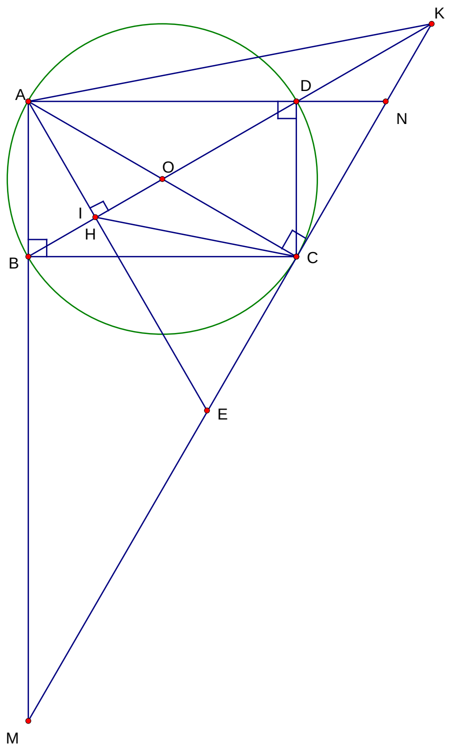
Đề số 2

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Câu 1 *(2,0 điểm)*	a) Tìm x để biểu thức sau có nghĩa: $P = \sqrt{5x + 3} + 2018.\sqrt[3]{x}$ b) Cho hàm số $y = \dfrac{1}{2}x^2$. Điểm *D* có hoành độ $x = -2$ thuộc đồ thị hàm số. Tìm toạ độ điểm *D*. c) Tìm giá trị của a và b để đường thẳng d: $y = ax + b - 1$ đi qua hai	

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
	điểm $A(1;1)$ và $B(2;3)$	
0,5 điểm	a) Tìm x để biểu thức sau có nghĩa: $P=\sqrt{5x+3}+2018.\sqrt[3]{x}$ +) Biểu thức P có nghĩa khi: $5x+3\ge 0$	0.25
	$\Leftrightarrow x\ge \frac{-3}{5}$ +) Vậy $x\ge \frac{-3}{5}$	0,25
0,5 điểm	b) Cho hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$. Điểm D có hoành độ $x=-2$ thuộc đồ thị hàm số. Tìm toạ độ điểm D.	
	Với $x=-2\Rightarrow y=\frac{1}{2}(-2)^2=2$	0,25
	Suy ra điểm $D(-2;2)$	0,25
1,0 điểm	c) Tìm giá trị của a và b để đường thẳng d: $y=ax+b-1$ đi qua hai điểm $A(1;1)$ và $B(2;3)$ Đường thẳng d: $y=ax+b-1$ đi qua hai điểm $A(1;1)$ và $B(2;3)$ nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases}a+b-1=1\\2a+b-1=3\end{cases}$	0.5
	$\Leftrightarrow \begin{cases}a+b=2\\2a+b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=0\end{cases}$ Vậy $a=2;\ b=0$ là giá trị cần tìm.	0,5

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Câu 2. (*2,0 điểm)*	Cho biểu thức: $P=\dfrac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}-\dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2-4\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-y$ (với $x>0;y>0;x\neq y$) a) Rút gọn biểu thức P. b) Chứng minh rằng $P\leq 1$.	
1,5 điểm	a) Rút gọn biểu thức P. +) $P=\dfrac{\sqrt{xy}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{xy}}-\dfrac{x-2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-y$	0,5
	+) $P=\sqrt{x}+\sqrt{y}-\dfrac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-y$	0,5
	+) $P=\sqrt{x}+\sqrt{y}-\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)-y$	0,25
	+) $P=2\sqrt{y}-y$	0,25
0,5 điểm	b) Chứng minh rằng $P\leq 1$ $P\leq 1\Leftrightarrow 2\sqrt{y}-y\leq 1\Leftrightarrow\ y-2\sqrt{y}+1\geq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow\left(\sqrt{y}-1\right)^2\geq 0$ (luôn đúng với mọi y thỏa mãn điều kiện đã cho)	0,25
Câu 3. *(2,0 điểm)*	Cho phương trình: $x^2-4mx+4m^2-2=0$ (1) a) Giải phương trình (1) khi $m=1$. b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là $x_1;x_2$, khi đó tìm m để $x_1^2+4mx_2+4m^2-6=0$.	

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1,0 điểm	Cho phương trình: $x^2-4mx+4m^2-2=0$ (1) a) Giải phương trình (1) khi $m=1$. +) Thay $m=1$, ta có phương trình: $x^2-4x+2=0$	0,5
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2-\sqrt{2} \\ x=2+\sqrt{2} \end{array}\right.$ Vậy phương trình có hai nghiệm: $x_1=2-\sqrt{2}$, $x_2=2+\sqrt{2}$	0,5
1,0 điểm	b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là $x_1;x_2$, khi đó tìm m để $x_1^2+4mx_2+4m^2-6=0$.	
	+) Ta có: $\Delta'=(2m)^2-\left(4m^2-2\right)=2>0,\ \forall m$	0,25
	Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ với mọi m.	0,25
	Khi đó, theo định lý Viet: $x_1+x_2=4m$ và: $x_1^2+4mx_2+4m^2-6=0 \Leftrightarrow \left(x_1^2-4mx_1+4m^2-2\right)+4m\left(x_1+x_2\right)-4=0$	0,25
	$\Leftrightarrow 0+4m.4m-4=0 \Leftrightarrow m=\pm\frac{1}{2}$ Vậy $m=\pm\frac{1}{2}$	0,25
Câu 4. *(3,5 điểm)*	Cho hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại điểm C cắt các đường thẳng AB và AD theo thứ tự tại M,N. Gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống BD, K là giao điểm của hai đường thẳng MN và BD . a) Chứng minh tứ giác $AHCK$ là tứ giác nội tiếp b) Chứng minh: $AD.AN=AB.AM$	

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
	c) Gọi E là trung điểm của MN. Chứng minh ba điểm A, H, E thẳng hàng d) Cho $AB = 6cm; AD = 8cm$. Tính độ dài đoạn MN.	
		
1,0 điểm	a) Chứng minh tứ giác $AHCK$ là tứ giác nội tiếp Xét tứ giác $AHCK$ có : $\widehat{AHK} = 90^0$ (gt)	0,25
	CK là tiếp tuyến của đường tròn tâm O, AC là đường kính nên $AC \perp CK$ Suy ra:$\widehat{ACK} = 90^0$.	0,25
	Vậy hai đỉnh H và C cùng nhìn AK dưới một góc vuông nên $AHCK$ là tứ giác nội tiếp.	0,25 0,25
1,0 điểm	b) Chứng minh: $AD.AN = AB.AM$ +) ABCD là hình chữ nhật $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ACB}$ $\widehat{AMN} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ với $\widehat{BAC}$) Do đó $\widehat{ADB} = \widehat{AMN}$	0,25
	Xét tam giác ΔAMN và ΔADB có:	

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
	$\widehat{DAB}=\widehat{MAN}=90^0$	0,25
	$\widehat{ADB}=\widehat{AMN}$ (cmt)	
	Nên ΔAMN đồng dạng với ΔADB (gg)	0,25
	Suy ra: $$\frac{AM}{AD}=\frac{AN}{AB}\Leftrightarrow AD.AN=AB.AM$$	0,25
1,0 điểm	c) Gọi E là trung điểm của MN. Chứng minh ba điểm A,H,E thẳng hàng +) Giả sử AE cắt BD tại I, ta chứng minh $I\equiv H$. Thật vậy: Tam giác AMN vuông tại A có E là trung điểm MN nên tam giác AEN cân tại E, do đó $\widehat{EAN}=\widehat{ENA}$ (3)	0,25
	Theo chứng minh trên: $\widehat{ADB}=\widehat{AMN}$ (4)	0,25
	+) Từ (3) và (4) ta có: $\widehat{EAN}+\widehat{ADB}=\widehat{AMN}+\widehat{ENA}=90^0$ Hay $\widehat{AID}=90^0$.	0,25
	Suy ra $AI\perp BD$ tại I. Do đó $I\equiv H$ hay A,H,E thẳng hàng.	0,25
0,5 điểm	d) Cho $AB=6cm; AD=8cm$. Tính độ dài đoạn MN. +)Đặt $AN=x; AM=y\left(x>0; y>0\right)$. Khi đó $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=10\left(cm\right)$ và: $\begin{cases}AM.AB=AN.AD\\ \frac{1}{AN^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AC^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x=3y\\ \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{1}{100}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{25}{2}\\ y=\frac{50}{3}\end{cases}$	0,25
	+) Mặt khác: $AM.AN=AC.MN\Rightarrow MN=\frac{125}{6}\left(cm\right)$	0,25

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Câu 5. *(0,5 điểm)*	Giải phương trình: $3.\sqrt{3}\left(x^2+4x+2\right)-\sqrt{x+8}=0$	
	Điều kiện: $x \ge -8$ $3.\sqrt{3}.\left(x^2+4x+2\right)-\sqrt{x+8}=0 \Leftrightarrow 9x^2+36x+18=\sqrt{3x+24}$ $\Leftrightarrow \left(3x+\frac{13}{2}\right)^2=\left(\sqrt{3x+24}+\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+6=\sqrt{3x+24}\ (1) \\ -3x-7=\sqrt{3x+24}\ (2) \end{array}\right.$	0,25
	$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -2 \\ 3x^2+11x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{-11+\sqrt{73}}{6}$ $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x \le \frac{-7}{3} \\ 9x^2+39x+25=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{-13-\sqrt{69}}{6}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{\frac{-11+\sqrt{73}}{6};\frac{-13-\sqrt{69}}{6}\right\}$	0,25

Đề số 3

Câu 1.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên tập R khi $3m-2>0 \Leftrightarrow m>\frac{2}{3}$

Vậy $m>\frac{3}{2}$ với thì hàm số đã cho đồng biến trên tập R

b) Ta có $\begin{cases} (x+y)+(x+2y)=-2 \\ 3(x+y)+(x-2y)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=-2 \\ 4x+y=1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y=-4 \\ 4x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y=-5 \\ 4x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x, y) = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$

Câu 2.

a) Với $x \geq 0, x \neq 1$, ta có:

$$P = \frac{3x + 5\sqrt{x} - 3 - (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{3x + 5\sqrt{x} - 4 - x + 1 - x - 6\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{x - \sqrt{x} - 12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$$

Vậy với $x \geq 0, x \neq 1$ thì $P = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$

b) Với $P = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$ thì $P = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(\sqrt{x}-4) = -(\sqrt{x}-1)$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 8 = -\sqrt{x} + 1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9 \quad (TM)$

Vậy với $x = 9$ thì $P = -\frac{1}{2}$

Câu 3.

a) Với m = -1 thì phương trình (1) trở thành $x^2 + 2x - 3 = 0$

Có $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$ nên phương trình trên có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = -3$

Vậy với m = - 1 thì (1) có nghiệm $x_1 = 1; x_2 = -3$

b) Xét (1) có:

$$ac = -m^2 + m - 1 = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} < 0 \ \forall m$$

Do đó (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu $x_1 < 0 < x_2$

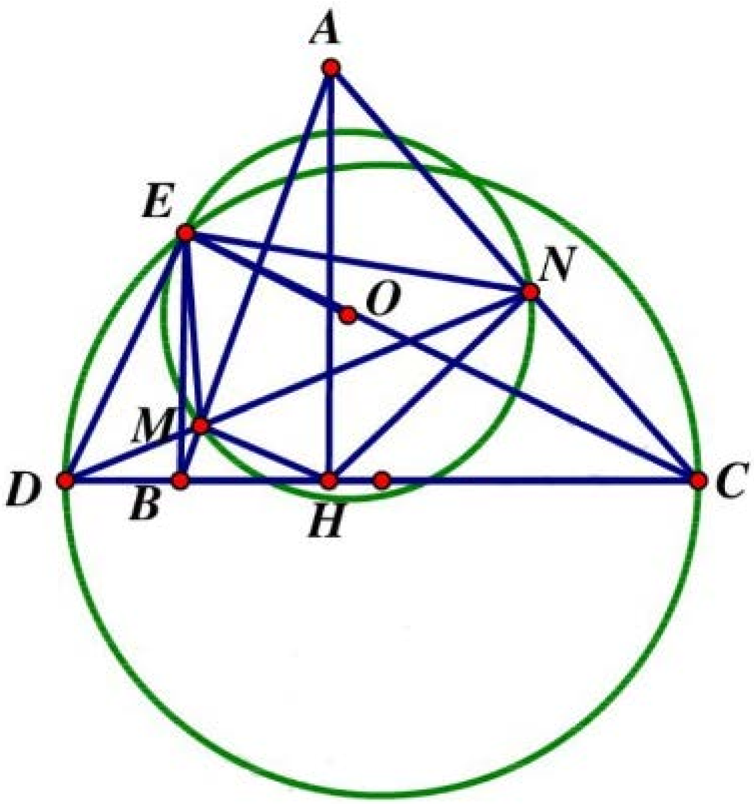
Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -m^2 + m - 1 \end{cases}$

Ta có $|x_2| - |x_1| = 2 \Leftrightarrow x_2 + x_1 = 2$ (vì $x_1 < 0 < x_2$)

$\Leftrightarrow m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 3$

Vậy m $= 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 4.



a) Vì M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB ca AC
$\Rightarrow HM \perp AB, HN \perp AC$
$\Rightarrow \angle AMH = \angle ANH = 90^o$

Xét tứ giác AMHN có: $\angle AMH + \angle ANH = 90^o + 90^o = 180^o$

Do đó tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp

b) Ta có $EB \perp CD\ (GT), AH \perp DC\ (do\ AH \perp BC(gt)) \Rightarrow EB//AH$

$\Rightarrow \angle EBM = \angle MAH$ (hai góc so le trong) (1)

Tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \angle MAH = \angle MNH$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MH) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle EBM = \angle MNH\ hay\ \angle EBM = \angle DNH\ (dpcm)$

c) Tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp nên $\angle AMN = \angle AHN$ (hai góc cùng chắn cung AN)
Mà $\angle DMB = \angle AMN$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \angle DMB = \angle AHN \quad (3)$

Tam giác AHC vuông tại H có $HN \perp AC(GT) \Rightarrow \angle AHN = \angle ACH$ (cùng phụ với $\angle NHC$) hay $\angle AHN = \angle DCN \quad (4)$

Từ (3) và (4) suy ra $\angle DMB = \angle DCN$

Xét tam giác DMB và tam giác DCN có góc NDC chung , góc DMB = góc DCN (cmt) nên hai tam giác DMB và DCN đồng dạng.

$$\Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{DB}{DN} \Rightarrow DM.DN = DB.DC\ (dpcm)$$

d) Tam giác EDC nội tiếp đường tròn đường kính DC nên tam giác EDC vuông tại E
Tam giác EDC vuông tại E có EB vuông góc với CD (gt) nên áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông suy ra: $DE^2 = DB.DC$

Mà $DM.DN = DB.DC \quad (cmt) \Rightarrow DE^2 = DM.DN \Rightarrow \frac{DE}{DM} = \frac{DN}{DE}$

Xét tam giác DEM và tam giác DNE có góc EDN chung; $\frac{DE}{DM} = \frac{DN}{DE}\,(cmt)$

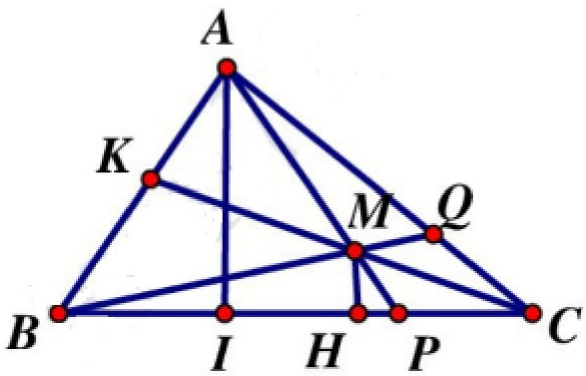
$\Rightarrow \Delta DEM \sim \Delta DNE$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle$DEM $= \angle$DNE

Xét đường tròn (O) có góc DEM = góc DNE và tia EM nằm giữa hai tia ED và EN

Do đó DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Vậy $DE \perp OE\ (dpcm)$

Câu 5.



Kẻ $MH \perp BC, AI \perp BC \Rightarrow AI\,//\,MH \Rightarrow \frac{MH}{AI} = \frac{MP}{AP}$ (hệ quả định lý Talet)

Lại có $\frac{MH}{AI} = \frac{\frac{1}{2}MH.BC}{\frac{1}{2}AI.BC} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}} \Rightarrow \frac{MP}{AP} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$

Chứng minh tương tự ta có: $\frac{MQ}{BQ} = \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}}; \frac{MK}{CK} = \frac{S_{MAB}}{S_{ABC}}$

Suy ra $\frac{MP}{AP} + \frac{MQ}{BQ} + \frac{MK}{CK} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{MAB}}{S_{ABC}} = 1$

Đặt $x = \frac{MP}{AP}, y = \frac{MQ}{BQ}, z = \frac{MK}{CK}$ thì x, y, z > 0 ; x + y + z = 1

Bất đẳng thức đã cho tương đương với:

$$\frac{MA}{MP}.\frac{MB}{MQ}.\frac{MC}{MK}\ge 8\Leftrightarrow\left(\frac{AP}{MP}-1\right)\left(\frac{BQ}{MQ}-1\right)\left(\frac{CK}{MK}-1\right)\ge 8$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\frac{1}{y}-1\right)\left(\frac{1}{z}-1\right)\ge 8\Leftrightarrow\frac{1}{xyz}-\left(\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}\right)+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-1\ge 8$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{xyz}-\frac{x+y+z}{xyz}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-1\ge 8\Leftrightarrow\frac{1}{xyz}-\frac{1}{xyz}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-1\ge 8\Leftrightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\ge 9$$

$$\Leftrightarrow(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\ge 9\quad(do\, x+y+z=1)$$

$$\Leftrightarrow 1+\frac{x}{y}+\frac{x}{z}+1+\frac{y}{z}+\frac{y}{x}+1+\frac{z}{x}+\frac{z}{y}\ge 9$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right)+\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}-2\right)+\left(\frac{z}{x}+\frac{x}{z}-2\right)\ge 0$$

$$\Leftrightarrow\frac{(x-y)^2}{xy}+\frac{(y-z)^2}{yz}+\frac{(z-x)^2}{zx}\ge 0$$

Bất đẳng thức cuối hiển nhiên đúng do x, y, z > 0 và

$(x-y)^2\ge 0,(y-z)^2\ge 0,(z-x)^2\ge 0\ \ \forall x,y,z>0$

Dấu "=" xảy ra khi $x=y=z=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{MP}{AP}=\frac{MQ}{BQ}=\frac{MK}{CK}=\frac{1}{3}$

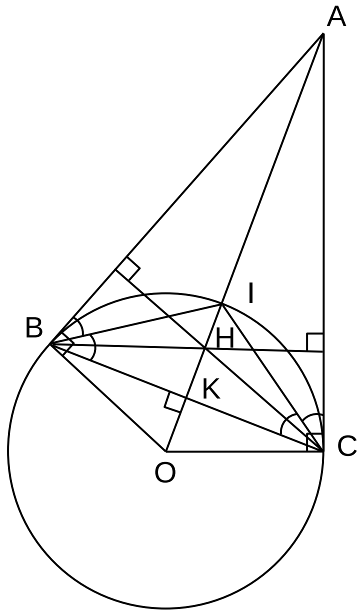
Hay M là trọng tâm của tam giác ABC

Vậy $MA.MB.MC\ge 8MP.MQ.MK$

Đề số 4

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1. **(2,0đ)**	*a) Không dùng máy tính, hãy tính* $A=\sqrt{3+2\sqrt{2}}-\frac{1}{1+\sqrt{2}}$	*1,0*
	$A=\sqrt{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}-\frac{1-\sqrt{2}}{1-2}$ $=1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+1=2$	0,5 0,5
	b) Chứng minh rằng: $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{3}{\sqrt{x}-3}\right).\frac{\sqrt{x}+3}{x+9}=\frac{1}{\sqrt{x}-3}$ *với* $x\ge 0$ *và* $x\ne 9$.	*1,0*
	$VT=\left(\frac{x-3\sqrt{x}+3\sqrt{x}+9}{x-9}\right).\frac{\sqrt{x}+3}{x+9}=$ $=\frac{x+9}{x-9}.\frac{\sqrt{x}+3}{x+9}=\frac{\sqrt{x}+3}{x-9}=\frac{1}{\sqrt{x}-3}=VP$	0,25 0,75

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 2. (2,0đ)	*Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m-1)x + m^2 + 2m$ (m là tham số, $m \in \mathbb{R}$).* *a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm I(1;3).*	*1,0*
	Đường thẳng (d) đi qua điểm I(1;3) $\Leftrightarrow 2(m-1) + m^2 + 2m = 3$ $\Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -5 \end{array}\right.$	0,50 0,25 0,25
	b) Chứng minh rằng parabol (P) luôn cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm A, B, tìm m sao cho: $x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 > 2016$.	*1,0*
	Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) $x^2 = 2(m-1)x + m^2 + 2m \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - m^2 - 2m = 0$ Ta có $\Delta' = 2m^2 + 1 > 0\ \forall m \in R$ (P) cắt (d) tại 2 điểm phân biệt với mọi giá trị của m.	0,25 0,25
	Theo định lí Viét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = -m^2 - 2m \end{cases}$ $x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 > 2016 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 4x_1x_2 > 2016$ $\Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 4m^2 - 8m - 2016 > 0$ $\Leftrightarrow m < \frac{-503}{4}$	0,25 0,25
Câu 3. (2,0đ)	*a) Giải hệ phương trình* $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$	*1,0*
	$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 4y = 4 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 3x - 4y = -6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$	0,5 0,5
	b) Cho tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 15cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 3cm. Tìm độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông đó.	*1,0*
	Gọi x là độ dài cạnh góc vuông ngắn nhất $(0 < x < 12)$	0,25
	Độ dài cạnh góc vuông còn lại là $x + 3$	0,25
	Áp dụng định lí Pitago ta có $x^2 + (x+3)^2 = 15^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 108 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 9 \\ x = -12\ (loai) \end{array}\right.$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	Vậy độ dài 2 cạnh góc vuông là 9cm; 12cm.	0,25
Câu 4. *(3,5đ)*	*Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm).* *a) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp.* *b) Gọi H là trực tâm tam giác ABC, chứng minh tứ giác BOCH là hình thoi.* *c) Gọi I là giao điểm của đoạn OA với đường tròn, Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.* *d) Cho OB=3cm. OA=5cm. Tính diện tích tam giác ABC.*	
	a) Ta có $AB \perp OB \Rightarrow \widehat{OBA} = 90^0$ $AC \perp OC \Rightarrow \widehat{OCA} = 90^0$ $\widehat{OBA} + \widehat{OCA} = 180^0$ Từ đó suy ra tứ giác ABOC nội tiếp . 	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) Ta có $\begin{cases} OB \perp AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow$ OB // CH	0,25
	Chứng minh tương tự ta có OC // BH	0,25
	OBHC là hình bình hành.	0,25
	Mặt khác OB = OC suy ra OBHC là hình thoi.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
	c) I là giao điểm của đoạn AO với đường tròn $\Rightarrow$ I là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Ta có AO là đường phân giác của $\widehat{BAC}$ (1)	0,25
	Mặt khác $\widehat{ABI} = \frac{1}{2} sđ\,\overset{\frown}{BI}$ $\widehat{IBC} = \frac{1}{2} sđ\,\overset{\frown}{IC}$ Mà $sđ\,\overset{\frown}{BI} = sđ\,\overset{\frown}{IC} \Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{IBC}$	0,25
	BI là đường phân giác của $\widehat{ABC}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.	0,25

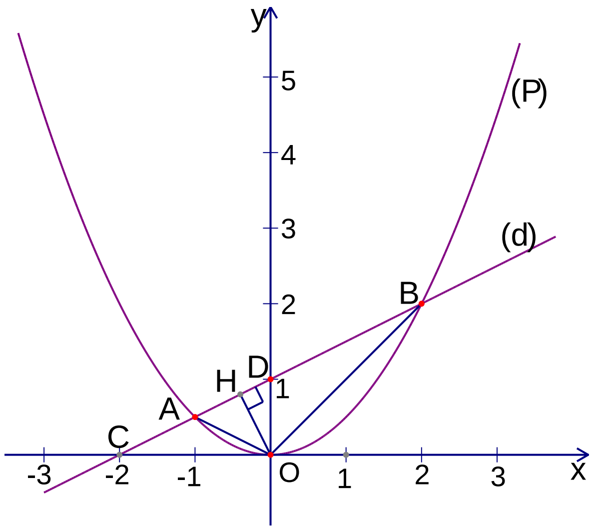
	d) Gọi K là giao điểm của OA và BC $\Rightarrow$K là trung điểm của BC Áp dụng định lí Pitago cho tam giác vuông AOB ta có AB=4 Áp dụng hệ thức lượng tam giác vuông ABO ta có $\frac{1}{BK^2}=\frac{1}{BA^2}+\frac{1}{BO^2}=\frac{25}{9.16}\Rightarrow BK=\frac{12}{5}\Rightarrow AK^2=AB^2-BK^2=\frac{256}{25}$	0,25
	$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AK.BC=\frac{1}{2}.\frac{16}{5}.\frac{24}{5}=\frac{192}{25}cm^2$	0,25
Câu 5. ***(0,5đ)***	Giải phương trình $x^3+\left(3x^2-4x-4\right)\sqrt{x+1}=0$ Đk $x\ge -1$. Đặt $y=\sqrt{x+1}$ $\left(y\ge 0\right)\Rightarrow x=y^2-1$ Phương trình trở thành $x^3+3x^2y-4y^3=0$ Nếu y=0 phương trình vô nghiệm. Nếu $y\ne 0$ phương trình trở thành $\left(\frac{x}{y}\right)^3+3\left(\frac{x}{y}\right)^2-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x=-2y \end{array}\right.$	0,25
	+ với $x=y$ $\Rightarrow y^2-y-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\ \ (\text{loại}) \\ y=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$ + Với $x=-2y\Rightarrow y^2+2y-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1-\sqrt{2}\ \ \ (\text{loại}) \\ y=-1+\sqrt{2}\Rightarrow x=2-2\sqrt{2} \end{array}\right.$ Vậy phương trình có 2 nghiệm $\left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2};2-2\sqrt{2}\right\}$	0,25

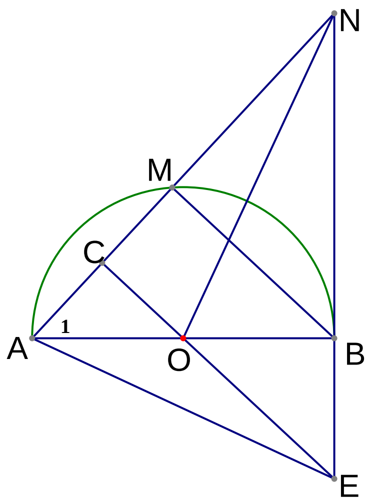
Đề số 5

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	Cho biểu thức: $P=\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{x-6\sqrt{x}+4}{x-4}$ với $x\ge 0$, $x\ne 4$. Rút gọn biểu thức P. Tìm giá trị của P khi x = $9+4\sqrt{5}$.	**2,0**
	a) Với $x\ge 0$, $x\ne 4$, ta có: $=\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{x-6\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25

	$=\dfrac{(x+\sqrt{x})(\sqrt{x}+2)-(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)+x-6\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	
	$=\dfrac{x\sqrt{x}+2x+x+2\sqrt{x}-2x+4\sqrt{x}+\sqrt{x}-2+x-6\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$=\dfrac{x\sqrt{x}+2x+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$=\dfrac{x(\sqrt{x}+2)+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\dfrac{(x+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$=\dfrac{x+1}{\sqrt{x}-2}$ Vậy với $x\ge 0, x\ne 4$ thì $P=\dfrac{x+1}{\sqrt{x}-2}$.	0,25
	b) Ta có: $x=9+4\sqrt{5}=(2+\sqrt{5})^2$ (thoả mãn ĐKXĐ) $\Rightarrow \sqrt{x}=2+\sqrt{5}$.	0,25
	Khi đó: $P=\dfrac{9+4\sqrt{5}+1}{2+\sqrt{5}-2}=\dfrac{10+4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}+4$	0,25
	Vậy với $x=9+4\sqrt{5}$ thì $P=2\sqrt{5}+4$.	0,25
2	Cho phương trình: $x^2+5x+m-2=0$ (m là tham số). Giải phương trình khi m = -12. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn: $\dfrac{1}{x_1-1}+\dfrac{1}{x_2-1}=2$	**1,5**
	a) Với m = -12, phương trình đã cho trở thành: $x^2+5x-14=0$	0,25
	$\Delta=5^2+4.14=81>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=9$	0,25
	$\Rightarrow$ phương trình trên có hai nghiệm phân biệt: $x_1=\dfrac{-5-9}{2}=-7;\ x_1=\dfrac{-5+9}{2}=2;$	0,25
	Vậy với m = -12, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt: $x_1=-7$; $x_2=2$.	0,25
	b) Phương trình: $x^2+5x+m-2=0$ có nghiệm hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=5^2-4(m-2)=33-4m>0\\1^2+5.1+m-2\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<\dfrac{33}{4}\\m\ne -4\end{cases}$ (*)	

	Theo định lí Viet, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$.	0,25
	Từ giả thiết: $\dfrac{1}{x_1 - 1} + \dfrac{1}{x_2 - 1} = 2$ $\Rightarrow x_2 - 1 + x_1 - 1 = 2(x_1 - 1)(x_2 - 1)$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2) - 2 = 2[x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1]$ $\Leftrightarrow -5 - 2 = 2(m - 2 + 5 + 1) \Leftrightarrow -7 = 2(m + 4) \Leftrightarrow m = \dfrac{-15}{2}$ (thoả mãn (*)). Vậy giá trị cầm tìm là $m = \dfrac{-15}{2}$.	0,25
3	Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 168 m^2. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.	**1,0**
	Gọi chiều dài của mảnh vườn là x (m). ĐK: $x > 1$. Thì chiều rộng của mảnh vườn là: $\dfrac{168}{x}$ (m).	0,25
	Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn có: - Chiều dài là $x - 1$ (m). - Chiều rộng là $\dfrac{168}{x} + 1$ (m). Vì mảnh vườn trở thành hình vuông nên ta có phương trình: $\dfrac{168}{x} + 1 = x - 1$	0,25
	$\Rightarrow 168 + x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0 \Leftrightarrow (x - 14)(x + 12) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 14 \text{ (thoả mãn)} \\ x = -12 \text{ (loại)} \end{array}\right.$	0,25
	Vậy mảnh vườn có chiều dài là 14m, chiều rộng là $168:14 = 12$m.	0,25
	Cho parabol (P): $y = \dfrac{1}{2}x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1; 2. Đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + n$. Tìm toạ độ hai điểm A, B. Tìm m, n biết (d) đi qua hai điểm A và B.. Tính độ dài đường cao OH của tam giác OAB. (điểm O là gốc toạ độ).	**1,5**

	a) Ta có: $A(x_A; y_A) \in (P)$ có hoành độ $x_A = -1 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2}.(-1)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow A(-1; \frac{1}{2})$.	0,25
	$B(x_B; y_B) \in (P)$ có hoành độ $x_B = 2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2}.2^2 = 2 \Rightarrow B(2; 2)$.	0,25
	Vì đường thẳng y = mx + n đi qua hai điểm $A(-1; \frac{1}{2})$ và B(2; 2) nên ta có hệ: $\begin{cases} -m+n=\frac{1}{2} \\ 2m+n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m=\frac{3}{2} \\ 2m+n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ 2.\frac{1}{2}+n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=1 \end{cases}$.	0,25
	Vậy với $m = \frac{1}{2}$, n = 1 thì (d) đi qua hai điểm $A(-1; \frac{1}{2})$ và B(2; 2).	0,25
	a) Vẽ (P) và (d) (với $m = \frac{1}{2}$, n = 1) trên cùng một hệ trục toạ độ như hình vẽ bên. Dễ thấy (d) cắt Ox tại C(-2; 0) và cắt Oy tại D(0; 1) $\Rightarrow$ OC = 2, OD = 1. 	0,25
	Độ dài đường cao OH của ΔOAB chính là độ dài đường cao OH của tam giác vuông OCD. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OCD, ta có:	0,25

	$\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OC^2}+\dfrac{1}{OD^2}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{1}=\dfrac{5}{4}$ $\Rightarrow OH^2=\dfrac{4}{5}\Rightarrow OH=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ (đvđd). Vậy $OH=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ (đvđd).	
5	Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R. Điểm M di chuyển trên nửa đường tròn (M khác A và B). C là trung điểm của dây cung AM. Đường thẳng d là tiếp tuyến với nửa đường tròn tại B. Tia AM cắt d tại điểm N. Đường thẳng OC cắt d tại E. Chứng minh: tứ giác OCNB nội tiếp. Chứng minh: AC.AN = AO.AB. Chứng minh: NO vuông góc với AE. Tìm vị trí điểm M sao cho (2.AM + AN) nhỏ nhất. 	**3,5**
	a) Phần đường kính OC đi qua trung điểm C của AM $\Rightarrow OC\perp AM\Rightarrow \widehat{OCN}=90^o$.	0,25
	BN là tiếp tuyến của (O) tại B $\Rightarrow OB\perp BN\Rightarrow \widehat{OBN}=90^o$.	0,25
	Xét tứ giác OCNB có tổng hai góc đối: $\widehat{OCN}+\widehat{OBN}=90^o+90^o=180^o$	0,25
	Do đó tứ giác OCNB nội tiếp.	0,25
	b) Xét ΔACO và ΔABN có: $\widehat{A_1}$ chung; $\widehat{ACO}=\widehat{ABN}=90^o$	0,25
	$\Rightarrow \Delta ACO\sim\Delta ABN$ (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AO}{AN}$	0,25
	Do đó AC.AN = AO.AB (đpcm).	0,25
	c) Theo chứng minh trên, ta có: $OC\perp AM\Rightarrow EC\perp AN\Rightarrow EC$ là đường cao của ΔANE (1)	0,25
	$OB\perp BN\Rightarrow AB\perp NE\Rightarrow AB$ là đường cao của ΔAME (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra O là trực tâm của ΔANE (vì O là giao điểm của AB và EC). $\Rightarrow$ NO là đường cao thứ ba của ΔANE.	0,25

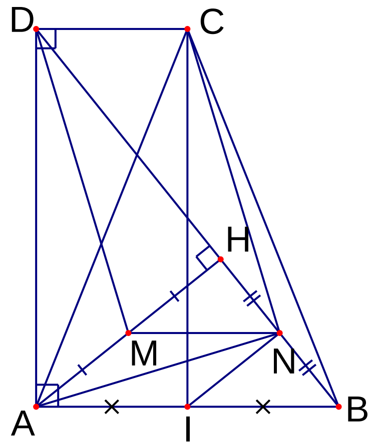
	Do đó; $NO \perp AE$ (đpcm).	0,25
	d) Ta có: 2.AM + AN = 4AC + AN (vì C là trung điểm của AM). $4AC.AN = 4AO.AB = 4R.2R = 8R^2$ Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương, ta có: $4AC + AN \geq 2\sqrt{4AC.AN} = 2\sqrt{8R^2} = 4\sqrt{2}R$ $\Rightarrow$ Tổng 2.AM + AN nhỏ nhất = $4\sqrt{2}R \Leftrightarrow 4AC = AN$	0,25
	$\Leftrightarrow$ AN = 2AM $\Leftrightarrow$ M là trung điểm của AN. ΔABN vuông tại B có BM là đường trung tuyến nên AM = MB $\Rightarrow \overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{BM} \Rightarrow$ M là điểm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB. Vậy với M là điểm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB thì (2.AM + AN) nhỏ nhất = $4\sqrt{2}R$.	0,25
5	Cho ba số dương a, b, c thay đổi thoả mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 2(a+b+c) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$	**0,5**
	Trước hết, ta chứng minh bất đẳng thức phụ sau: Với $0 < x < \sqrt{3}$ thì $2x + \frac{1}{x} \geq 3 + \frac{1}{2}(x^2 - 1)$ (1) Thật vậy, (1) $\Leftrightarrow 4x^2 + 2 \geq 6x + x^3 - x$ (vì $x > 0$) $\Leftrightarrow (x^3 - x) - (4x^2 - 6x + 2) \leq 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x) - 2(x-1)(2x-1) \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 3x + 2) \leq 0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2(x-2) \leq 0$ (luôn đúng vì $(x-1)^2 \geq 0$, $x - 2 < 0$ với $0 < x < \sqrt{3}$) Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = 1$.	
	Từ giả thiết: $a^2 + b^2 + c^2 = 3 \Rightarrow 0 < a^2, b^2, c^2 < 3 \Rightarrow 0 < a, b, c < \sqrt{3}$ Áp dụng bất đẳng thức (1), với $0 < a, b, c < \sqrt{3}$, ta có: $2a + \frac{1}{a} \geq 3 + \frac{1}{2}(a^2 - 1)$ (2) $2b + \frac{1}{b} \geq 3 + \frac{1}{2}(b^2 - 1)$ (3) $2c + \frac{1}{c} \geq 3 + \frac{1}{2}(c^2 - 1)$ (4)	

	Cộng (1), (2) và (3) vế theo vế, ta được: $P \ge 9+\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2-3)=9$ (vì $a^2+b^2+c^2=3$) Dấu "=" xảy ra khi a = b = c =1. Vậy $P_{min} = 9 \Leftrightarrow a = b = c = 1$.	

Đề số 7

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	Cho biểu thức: $P=\left(\frac{1}{x-\sqrt{x}}+\frac{1}{x-1}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$ với $x>0, x\ne 1$. 1. Rút gọn biểu thức P. 2. Tìm x để P = -1.	2,0
	1. Với $x>0, x\ne 1$ thì: $P=\left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}+\frac{1}{x-1}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)^2}$	0,25
	$=\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\cdot\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+1}$	0,25
	$=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$.	0,25
	Vậy với $x>0, x\ne 1$ thì $P=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$.	0,25
	2. Với $x\ge 0, x\ne 1$, thì: $P=-1\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}=-1\Leftrightarrow\sqrt{x}-1=-\sqrt{x}$	0,25
	$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}=1\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$ (thoả mãn $x>0, x\ne 1$)	0,25
	Vậy với $x=\frac{1}{4}$ thì P = -1.	0,25
2	Cho hệ phương trình: $\begin{cases}x+my=m+1\\mx+y=2m\end{cases}$ (m là tham số). 1. Giải hệ phương trình khi m = 2. 2. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x; y) thoả mãn: $\begin{cases}x\ge 2\\y\ge 1\end{cases}$.	2,0

	1. Với m = 2, hệ phương trình đã cho trở thành: $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+y=4 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=5 \\ 2x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{3} \\ y=4-2x \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{3} \\ y=4-2.\dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{3} \\ y=\dfrac{2}{3} \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{5}{3},\ y=\dfrac{2}{3}$.	0,25
	2. Xét hệ: $\begin{cases} x+my=m+1 & (1) \\ mx+y=2m & (2) \end{cases}$ Từ (2) $\Rightarrow$ y = 2m – mx, thay vào (1) ta được: x + m(2m – mx) = m + 1 $\Leftrightarrow$ $(m^2 - 1)x = 2m^2 - m - 1$ (3)	0,25
	Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ (3) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m^2 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$ (*)	0,25
	Khi đó hệ đã cho có nghiệm duy nhất: $x=\dfrac{2m^2-m-1}{m^2-1}=\dfrac{(m-1)(2m+1)}{(m-1)(m+1)}=\dfrac{2m+1}{m+1}$; $y=2m-mx=m(2-x)=m(2-\dfrac{2m+1}{m+1})=\dfrac{m}{m+1}$.	0,25
	Ta có: $\begin{cases} x\geq 2 \\ y\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2m+1}{m+1}\geq 2 \\ \dfrac{m}{m+1}\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-1}{m+1}\geq 0 \\ \dfrac{-1}{m+1}\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m+1<0 \Leftrightarrow m<-1.$ Kết hợp với (*) ta được giá trị m cần tìm là: m < -1.	0,25
3	Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): y = 2x + m (m là tham số) 1. Tìm toạ độ giao điểm của (d) và (P) khi m = 3. 2. Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn: $x_1^2+x_2^2+x_1+x_2=2014$.	**2,0**
	1. Với m = 3 $\Rightarrow$ (d): y = 2x + 3 Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là $x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$	0,25
	Vì a – b + c = 1 + 2 – 3 = 0 nên phương trình trên có hai nghiệm: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$.	0,25
	Với $x = x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = (-1)^2 = 1$. Với $x = x_2 = 3 \Rightarrow y_1 = 3^2 = 9$.	0,25
	Vậy toạ độ giao điểm của (d) và (P) lần lượt là: (-1 ; 1) và (3 ; 9)	0,25
	2. Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 -$	0,25

	$2x - m = 0$	
	(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình hoành độ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1$.	0,25
	Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$. Theo giả thiết: $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 = 2014 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1 + x_2 = 2014$ $\Leftrightarrow 4 + 2m + 2 = 2014 \Leftrightarrow 2m = 2008 \Leftrightarrow m = 1004 > -1$ (thoả mãn)	0,25
	Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 1004$.	0,25
4	Cho hình thang vuông ABCD (vuông tại A và D) với đáy lớn AB có độ dài gấp đôi đáy nhỏ DC. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HA, HB và I là trung điểm của AB. 1. Chứng minh: $MN \perp AD$ và $DM \perp AN$. 2. Chứng minh: các điểm A, I, N, C, D nằm trên cùng một đường tròn. 3. Chứng minh: AN.BD = 2DC.AC. 	**3,5**
	1. ΔHAB có MH = MA (gt), NH = NB (gt) $\Rightarrow$ MN là đường trung bình của $\Delta HAB \Rightarrow MN // AB$	0,25
	Mà $AD \perp AB$ (vì $\widehat{A} = 90^\circ$) $\Rightarrow MN \perp AD$.	0,25
	ΔADN có $MN \perp AD$ (chứng minh trên), $AH \perp BD$ (gt) $\Rightarrow$ NM và AH là hai đường cao của $\Delta ADN \Rightarrow$ M là trực tâm của ΔADN	0,25
	$\Rightarrow$ AM là đường cao thứ ba $\Rightarrow DM \perp AN$.	0,25
	2. Vì MN là đường trung bình của $\Delta HAB \Rightarrow MN // AB,\ MN = \frac{1}{2}AB$ Lại có: $DC // AB,\ DC = \frac{1}{2}AB$ (gt) $\Rightarrow DC // MN, DC = MN$	0,25
	$\Rightarrow$ CDMN là hình bình hành $\Rightarrow DM // CN$.	0,25
	Mà $DM \perp AN$ (chứng minh trên) $\Rightarrow CN \perp AN \Rightarrow \widehat{ANC} = 90^\circ$	0,25

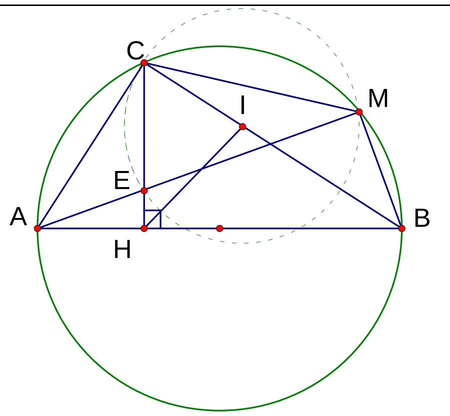
	Mặt khác, xét tứ giác ADCI có: DC // AI (vì DC // AB), DC = AI (vì cùng bằng $\frac{1}{2}$AB) $\Rightarrow$ ADCI là hình bình hành	0,25
	$\Rightarrow \widehat{AIC}=\widehat{ADC}=90^o$	0,25
	Ta có: $\widehat{ADC}=\widehat{ANC}=\widehat{AIC}=90^o$ $\Rightarrow$ các điểm A, I, N, C, D nằm trên cùng một đường tròn đường kính AC.	0,25
	3. Xét đường tròn đường kính AC có: $\widehat{ADN}=\widehat{ACN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AN}$) hay $\widehat{ADB}=\widehat{ACN}$	0,25
	Xét ΔABD và ΔNAC có: $\widehat{DAB}=\widehat{CNA}=90^o$, $\widehat{ADB}=\widehat{ACN}$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta NAC$ (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{AB}{AN}=\frac{BD}{AC}$ Mà $AB=2DC \Rightarrow \frac{2DC}{AN}=\frac{BD}{AC}$	0,25
	$\Rightarrow AN.BD=2DC.AC$ (đpcm).	0,25
5	Cho 3 số dương a, b, c thoả mãn: $ab+bc+ca=3abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $F=\frac{1}{a+2b+3c}+\frac{1}{2a+3b+c}+\frac{1}{3a+b+2c}$.	**0,5**
	Với a, b > 0 ta có: $4ab\le(a+b)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{a+b}\le\frac{a+b}{4ab} \Leftrightarrow \frac{1}{a+b}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ Dấu bằng có $\Leftrightarrow a=b$. Áp dụng kết quả trên, ta có: $\frac{1}{a+2b+3c}=\frac{1}{(a+2b)+3c}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a+2b}+\frac{1}{3c}\right)$ Lại có: $\frac{1}{a+2b}=\frac{1}{\left(a+\frac{b}{2}\right)+\frac{3b}{2}}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a+\frac{b}{2}}+\frac{1}{\frac{3b}{2}}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{6b}$ Tương tự: $\frac{1}{b+2a}\le\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{a+2b}+\frac{1}{6a}$ $\Rightarrow \frac{1}{a+2b}\le\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{6b}\le\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{a+2b}+\frac{1}{12a}+\frac{1}{6b}$ $\Rightarrow \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{a+2b}\le\frac{1}{12a}+\frac{1}{6b} \Leftrightarrow \frac{1}{a+2b}\le\frac{1}{9a}+\frac{2}{9b}$	0,25
	Suy ra: $\frac{1}{a+2b+3c}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a+2b}+\frac{1}{3c}\right)\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{9a}+\frac{2}{9b}+\frac{1}{3c}\right)$ (1) Tương tự: $\frac{1}{2a+3b+c}\le\frac{1}{4}\left(\frac{2}{9a}+\frac{1}{3b}+\frac{1}{9c}\right)$ (2)	0,25

	$\frac{1}{3a+b+2c} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3a}+\frac{1}{9b}+\frac{2}{9c}\right)$ (3) Suy ra: $\frac{1}{a+2b+3c}+\frac{1}{2a+3b+c}+\frac{1}{3a+b+2c} \le \frac{1}{4}\left(\frac{2}{3a}+\frac{2}{3b}+\frac{2}{3c}\right)=\frac{1}{6}\cdot\frac{ab+bc+ca}{abc}=\frac{1}{6}\cdot 3=$ (4) Các bất đẳng thức (1), (2) và (3) có dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c$. Còn bất đẳng thức (4) có dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=1$ Vậy $F_{max}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow a=b=c=1$		

Đề số 8

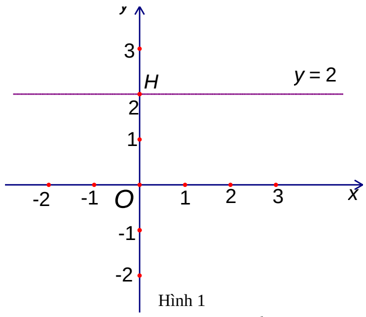
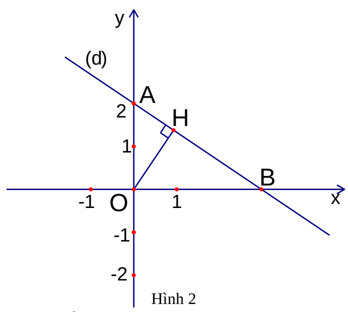
Bài	Ý	Nội dung	Điểm
Bài 1 (2đ)	1. (1,5đ)	Với $x>0$ và $x\ne 1$, ta có:	
		$P=\left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}\right):\frac{1}{x-1}=\left[\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}+\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}\right].(x-1)$	0,25
		$P=\frac{(\sqrt{x}+1)^2+\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(x-1)}.(x-1)$	0,25
		$P=\frac{x+2\sqrt{x}+1+x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$	0,5
		$P=\frac{2x+1}{\sqrt{x}}$	0,25
		Vậy với $x>0$ và $x\ne 1$ thì $P=\frac{2x+1}{\sqrt{x}}$	0,25
	2. (0,5đ)	$P=\frac{2x+1}{\sqrt{x}}=\frac{9}{2}\quad (x>0;\ x\ne 1)$	
		$\Rightarrow 4x-9\sqrt{x}+2=0$ (1)	0,25
		Đặt $y=\sqrt{x}$ $(1)\Rightarrow 4y^2-9y+2=0\ (y>0;\ y\ne 1)$	0,25
		$\Delta=81-4.4.2=49>0\ (\sqrt{\Delta}=7)$	
		$y_1=\frac{9+7}{8}=2(tmdkxd);\ y_1=\frac{9-7}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}(tmdkxd)$	
		$*y=2\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Rightarrow x=4(tmdkxd)$	
		$*y=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{4}\Rightarrow x=\frac{1}{16}(tmdkxd)$	
		Vậy $P=\frac{9}{2}\Leftrightarrow x\in\left\{4;\frac{1}{16}\right\}$	
Bài 2	1. (1đ)	* Gọi độ dài chiều rộng hình chữ nhật là x (cm, $0<x<7$) và độ dài chiều dài là y (cm, $7<y<14$)	0,25
		* Vì 5 lần chiều rộng hơn 3 lần chiều dài 6cm. Ta có pt: $5x - 3y = 6$ (1)	0,25

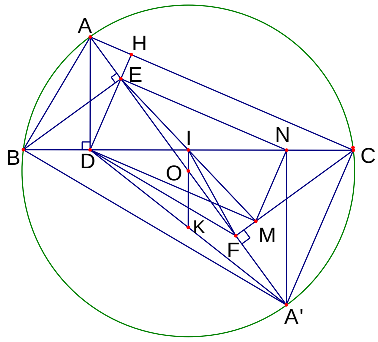
		* Chu vi hình chữ nhật là 28 cm. Ta có phương trình: 2(x + y) = 28 $\Leftrightarrow x + y = 14$ (2)	
		* Kết hợp (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 5x - 3y = 6 \\ x + y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 6 \\ 3x + 3y = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 48 \\ x + y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6(tmdkxd) \\ y = 8(tmdkxd) \end{cases}$	0,25
		Vậy hình chữ nhật có chiều dài là 8cm, chiều rộng là 6cm	0,25
	2. (1đ)	* Để đường thẳng (Δ) cắt 2 trục tọa độ tại 2 điểm A và B $m \neq 1$. Ta có điểm A, B lần lượt là giao điểm của (Δ) với trục Ox và Oy nên: $A\left(\dfrac{m^2-4}{1-m};0\right)$; $B\left(0;m^2-4\right)$	0,5
		Ta có $3AO = OB \Leftrightarrow 3\dfrac{\lvert m^2-4\rvert}{\lvert m-1\rvert} = \lvert m^2-4\rvert$ $\Rightarrow \lvert m^2-4\rvert(\lvert m-1\rvert-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2-4=0 \\ \lvert m-1\rvert=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\pm 2 \\ m=-2 \ v\ m=4 \end{array}\right.$	0,25
		Vậy m = ±2, m = 4	0,25
Bài 3	1.a. (0,5)	* Gọi M(x_0, y_0) là điểm cố định mà đt (d) luôn đi qua ∀m∈R Khi đó ta có: $y_0 = mx_0 + m + 5$ đúng với mọi giá trị của m thuộc R ⇔ $y_0 - 5 = m(x_0 + 1)$ đúng với mọi giá trị của m thuộc R ⇔ $y_0 = 5$ và $x_0 = -1$. Vậy đt (d) luôn đi qua điểm cố định M(- 1; 5) ∀m ∈R	0,25 0,25
	1.b (0,75)	* Xét pt hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 - 2mx - 2m - 10 = 0$ (1) $\Delta' = m^2 + 2m + 10 = (m + 1)^2 + 9 \geq 9 \Rightarrow \Delta' > 0$ ∀m ∈R ⇒ pt (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m ⇒ đt (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B với mọi giá trị của m	0,25 0,25 0,25
	2. (1đ)	+ Gọi tọa độ điểm A là A(a; b). Do A ∈ (P) nên $b = a^2/2$ $\Rightarrow A\left(a;\dfrac{a^2}{2}\right)$ Theo gt: A đối xứng với B qua M(-1; 5) nên M là trung điểm của AB Ta có: $\begin{cases} x_A + x_B = 2 \\ y_A + y_B = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = -2 - x_A = -2 - a \\ y_B = 10 - y_A = 10 - \dfrac{a^2}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(-2-a;10-\dfrac{a^2}{2}\right)$ + Do B ∈ (P) nên $10 - \dfrac{a^2}{2} = \dfrac{(-2-a)^2}{2} \Leftrightarrow 2a^2 + 4a - 16 = 0$ $\Leftrightarrow a^2 + 2a - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2 \\ a = -4 \end{array}\right.$ + Với a = 2 ta có: A(-2; 2), B(-4; 8) + Với a = -4 ta có: A(-4; 8), B(2; 2)	0,25 0,25 0,25

Bài 4	1. (1đ)	 * Xét tứ giác EHBM có: $\begin{cases} \widehat{EHB} = 90^0 \left(\text{vì } EH \perp AB\right) \\ \widehat{EMB} = 90^0 \text{ (gnt chắn nửa đt đk AB)} \end{cases}$ $\Rightarrow \widehat{EHM} + \widehat{EMB} = 180^0$ $\Rightarrow$ tg EHBM nội tiếp (Tứ giác có tổng 2 góc đối bằng 180^0)	0,25 0,25 0,25 0,25
	2. (2)	* Ta có $\widehat{ACB} = 90^0$ (Gnt chắn nửa đt đk AB) $\Rightarrow$ ΔABC vuông tại C Xét ΔABC vuông tại C, đường cao CH có AC^2 = AH. AB (htl trong Δv) * Ta có $\widehat{CME} = \widehat{CBA}$ (2 gnt cùng chắn cung AC) mà $\widehat{ACE} = \widehat{CBA}$ (cùng phụ với $\widehat{ECB}$) $\Rightarrow \widehat{ACE} = \widehat{CME}$ Xét ΔACE và ΔACM có: $\widehat{ACE} = \widehat{CME}$ (cmt) $\widehat{CAE} = \widehat{CAM}$ (góc chung) Suy ra ΔACE ~ ΔAMC (gg) $\Rightarrow$ AE: AC = CE: CM $\Rightarrow$ AC.EC = AE.CM (đpcm)	0,5 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25
	3. (0,5đ)	* Xét đt tâm I ngoại tiếp tam giác CEM có: $\widehat{ACE} = \widehat{CME}$ (cmt) Mà $\widehat{CME}$ là gnt chắn $\overset{\frown}{CE}$, nên $\widehat{CME} = 0{,}5Sd\overset{\frown}{CE} \Rightarrow \widehat{ACE} = 0{,}5Sd\overset{\frown}{CE}$ Mà $\overset{\frown}{CE}$ nằm trong $\widehat{ACE}$ nên AC là tiếp tuyến của (I) ngoại tiếp Δ CEM * Vì AC là tiếp tuyến của (I) nên AC ⊥ CI, mà AC ⊥ CB (cmt) Nên I ∈ CB. * Ta có khoảng cách HI nhỏ nhất ⇔ HI ⊥ CB ⇔ M là giao điểm của đường tròn (I; IC) với đường tròn đường kính AB (I là chân đường vuông góc kẻ từ H xuống CB)	0,25 0,25
Bài 5	0,5đ	Từ giả thiết $\Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 - xy \Rightarrow xy \le 1 \Rightarrow (x+y-1)^2 \le 1 \Rightarrow x+y \le 2$ Áp dụng BĐT $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \ge \frac{4}{x+y}$ và BĐT côsi ta có: $P = \frac{1}{xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{\sqrt{xy}}{x+y} = \left(\frac{1}{2xy} + \frac{1}{x^2+y^2}\right) + \left(\frac{\sqrt{xy}}{x+y} + \frac{1}{2xy}\right)$ $\ge \frac{4}{(x+y)^2} + 2\sqrt{\frac{1}{2\sqrt{xy}(x+y)}} \ge 1 + 1 = 2$ Dấu "=" xảy ra khi x = y Thay x = y vào đẳng thức: $(x + y - 1)^2$ = xy tìm được x = y = 1 Vậy min P = 2 ⇔ x = y = 1	0,25 0,25

Đề số 9

Bài 1. *(2,0 điểm)*	1) $A = \dfrac{\sqrt{5}-2}{5-4} - \sqrt{(\sqrt{5}+2)^2} = \sqrt{5}-2-\sqrt{5}-2 = -4.$	0,75
	2) a) $B = \dfrac{2(x+4)}{x-3\sqrt{x}-4} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{8}{\sqrt{x}-4}$ với $x \ge 0,\ x \ne 16.$ Với $x \ge 0,\ x \ne 16$, thì: $B = \dfrac{2(x+4)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{8}{\sqrt{x}-4} = \dfrac{2x+8+\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)-8(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)}$ $= \dfrac{2x+8+x-4\sqrt{x}-8\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)} = \dfrac{3x-12\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)} = \dfrac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-4)} = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ Vậy $B = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với $x \ge 0,\ x \ne 16.$	0,25 0,25 0,25
	b) Dễ thấy $B \ge 0$ (vì $\sqrt{x} \ge 0$). Lại có: $B = 3 - \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} < 3$ (vì $\dfrac{3}{\sqrt{x}+1} > 0\ \forall x \ge 0,\ x \ne 16$). Suy ra: $0 \le B < 3 \Rightarrow B \in \{0; 1; 2\}$ (vì $B \in Z$). - Với $B = 0 \Rightarrow x = 0;$ - Với $B = 1 \Rightarrow \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = 1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = \sqrt{x}+1 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{4}.$ - Với $B = 2 \Rightarrow \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = 2 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 2(\sqrt{x}+1) \Leftrightarrow x = 4.$ Vậy để $B \in Z$ thì $x \in \{0; \dfrac{1}{4}; 4\}.$	0,25 0,25
Bài 2. *(2,0 điểm)*	1) $m = 2$, phương trình đã cho thành: $x^2 - 4x + 3 = 0$. Phương trình này có $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên có hai nghiệm: $x_1 = 1;\ x_2 = 3$. Vậy với $m = 2$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1;\ x_2 = 3$.	1,0
	2) Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m + 1 < 0$ $\Leftrightarrow m < -1$.	0,5
	Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1x_2 = m+1 \end{cases}$.	0,5

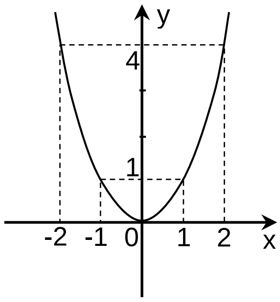
	Xét hiệu: $\lvert x_1\rvert - \lvert x_2\rvert = -x_1 - x_2 = -4 < 0$ (vì $x_1 < 0 < x_2$) $\Rightarrow \lvert x_1\rvert < \lvert x_2\rvert$. Vậy nghiệm x_1 có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn nghiệm x_2.	
Bài 3. *(2,0điểm)*	1) (d) cắt (P) tại một điểm duy nhất $\Leftrightarrow$ Phương trình hoành độ của (d) và (P) $-x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 + mx + 2 = 0$ có nghiệm duy nhất. $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow m = \pm\ 2\sqrt{2}$. Vậy giá trị m cần tìm là $m = \pm\ 2\sqrt{2}$.	0,75
	2) Cho hai điểm A(-2; m) và B(1; n). Tìm m, n để A thuộc (P) và B thuộc (d). $\begin{cases} A \in (P) \\ B \in (d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -(-2)^2 \\ n = m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = -2 \end{cases}.$ Vậy m = -4, n = -2.	0,75
	3) Nếu m = 0 thì (d) thành: y = 2 $\Rightarrow$ khoảng cách từ O đến (d) = 2 $\Rightarrow$ OH = 2 (Hình 1).  Hình 1  Hình 2 Nếu $m \neq 0$ thì (d) cắt trục tung tại điểm A(0; 2) và cắt trục hoành tại điểm B($-\frac{2}{m}$; 0) (Hình 2). $\Rightarrow$ OA = 2 và OB = $\left\lvert -\frac{2}{m} \right\rvert = \frac{2}{\lvert m\rvert}$. ΔOAB vuông tại O có OH $\perp$ AB $\Rightarrow$ $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{4} + \frac{m^2}{4} = \frac{m^2+1}{4}$ $\Rightarrow OH = \frac{2}{\sqrt{m^2+1}}$. Vì $m^2 + 1 > 1\ \forall m \neq 0 \Rightarrow \sqrt{m^2+1} > 1 \Rightarrow OH < 2$. So sánh hai trường hợp, ta có $OH_{max} = 2 \Leftrightarrow m = 0$.	

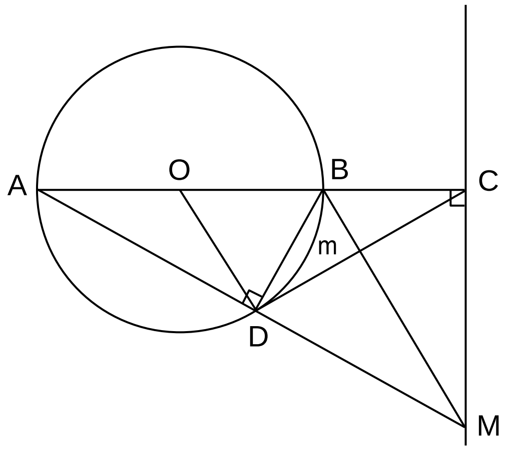
Bài 4. *(3,5 điểm)*	 	
	1) Vì $\widehat{ADB} = \widehat{AEB} = 90^0 \Rightarrow$ bốn điểm A, B, D, E cùng thuộc đường tròn đường kính AB.	1,0
	2) Xét ΔADB và ΔACA′ có: $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = 90^0$ ($\widehat{ACB} = 90^0$ vì là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); $\widehat{ABD} = \widehat{AA'C}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC) $\Rightarrow$ ΔADB ~ ΔACA′ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{BD}{A'C} \Rightarrow$ BD.AC = AD.A′C (đpcm).	1,0
	3) Gọi H là giao điểm của DE với AC. Tứ giác AEDB nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HDC} = \widehat{BAE} = \widehat{BAA'}$. $\widehat{BAA'}$ và $\widehat{BCA}$ là hai góc nội tiếp của (O) nên: $\widehat{BAA'} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BA'}$; $\widehat{BCA} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BA}$. $\Rightarrow \widehat{BAA'} + \widehat{BCA} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BA'} + \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{BA} = \dfrac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{ABA'} = 90^0$ (do AA′ là đường kính) Suy ra: $\widehat{HDC} + \widehat{HCD} = \widehat{BAA'} + \widehat{BCA} = 90^0 \Rightarrow$ ΔCHD vuông tại H. Do đó: DE ⊥ AC.	1,0
	4) Gọi I là trung điểm của BC, K là giao điểm của OI với DA′, M là giao điểm của EI với CF, N là điểm đối xứng với D qua I. Ta có: OI ⊥ BC $\Rightarrow$ OI // AD (vì cùng ⊥ BC) $\Rightarrow$ OK // AD. ΔADA′ có: OA = OA′ (gt), OK // AD $\Rightarrow$ KD = KA′. ΔDNA′ có ID = IN, KD = KA′ $\Rightarrow$ IK // NA′; mà IK ⊥ BC (do OI ⊥ BC) $\Rightarrow$ NA′ ⊥ BC. Tứ giác BENA′ có $\widehat{BEA'} = \widehat{BNA'} = 90^0$ nên nội tiếp được đường tròn $\Rightarrow \widehat{EA'B} = \widehat{ENB}$. Ta lại có: $\widehat{EA'B} = \widehat{AA'B} = \widehat{ACB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB của (O)). $\Rightarrow \widehat{ENB} = \widehat{ACB} \Rightarrow$ NE // AC (vì có hai góc ở vị trí đồng vị bằng nhau). Mà DE ⊥ AC, nên DE ⊥ EN (1) Xét ΔIBE và ΔICM có: $\widehat{EIB} = \widehat{CIM}$ (đối đỉnh) IB = IC (cách dựng)	0,5

	$\widehat{IBE} = \widehat{ICM}$ (so le trong, BE // CF (vì cùng ⊥ AA')) ⇒ ΔIBE = ΔICM (g.c.g) ⇒ IE = IM ΔEFM vuông tại F, IE = IM = IF. Tứ giác DENM có IE = IM, ID = IN nên là hình bình hành (2) Từ (1) và (3) suy ra DENM là hình chữ nhật ⇒ IE = ID = IN = IM ⇒ ID = IE = IF. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF. I là trung điểm của BC nên I cố định. Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.	
Bài 5. *(0,5 điểm)*	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^4 - x^3 + 3x^2 - 4y - 1 = 0 & (1) \\ \sqrt{\dfrac{x^2+4y^2}{2}} + \sqrt{\dfrac{x^2+2xy+4y^2}{3}} = x + 2y & (2) \end{cases}$ Từ (2) suy ra $x + 2y \geq 0$. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có: $2(x^2+4y^2) = (1^2+1^2)[x^2+(2y)^2] \geq (x+2y)^2$ $\Rightarrow \sqrt{\dfrac{x^2+4y^2}{2}} \geq \sqrt{\dfrac{(x+2y)^2}{4}} = \dfrac{x+2y}{2}$ (3) Dấu bằng xảy ra ⇔ x = 2y. Mặt khác, dễ dàng chứng minh được: $\sqrt{\dfrac{x^2+2xy+4y^2}{3}} \geq \dfrac{x+2y}{2}$ (4) Thật vậy, $\sqrt{\dfrac{x^2+2xy+4y^2}{3}} \geq \dfrac{x+2y}{2} \Leftrightarrow \dfrac{x^2+2xy+4y^2}{3} \geq \dfrac{(x+2y)^2}{4}$ (do cả hai vế đều ≥ 0) $4(x^2 + 2xy + 4y^2) \geq 3(x^2 + 4xy + 4y^2) \Leftrightarrow (x - 2y)^2 \geq 0$ (luôn đúng ∀x, y). Dấu bằng xảy ra ⇔ x = 2y. Từ (3) và (4) suy ra: $\sqrt{\dfrac{x^2+4y^2}{2}} + \sqrt{\dfrac{x^2+2xy+4y^2}{3}} \geq x + 2y$. Dấu bằng xảy ra ⇔ x = 2y. Do đó (2) ⇔ $x = 2y \geq 0$ (vì $x + 2y \geq 0$). Khi đó, (1) trở thành: $x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^3+3x+1) = 0$ $\Leftrightarrow x = 1$ (vì $x^3 + 3x + 1 \geq 1 > 0\ \forall x \geq 0$) $\Rightarrow y = \dfrac{1}{2}$. Vậy nghiệm của hệ đã cho là $(x = 1; y = \dfrac{1}{2})$.	0,5

Đề số 10

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1. *(2,0đ)*		
1. *(1,25đ)*	$A=\frac{3}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}-3}{x-1}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 1$	
	$=\frac{3}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$	0,25đ
	$=\frac{3\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}+1\right)-\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$	0,25đ
	$=\frac{3\sqrt{x}-3-\sqrt{x}-1-\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$	0,25đ
	$=\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$	0,25đ
	$=\frac{1}{\sqrt{x}+1}$	0,25đ
2. *(0,75đ)*	+) $x=3-2\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ thoả mãn $x\ge 0$ và $x\ne 1$	0,25đ
	+) Thay $x=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ vào A $A=\frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}+1}$	0,25đ
	$=\frac{1}{\sqrt{2}-1+1}$ (do $\sqrt{2}>1$) $=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ Kết luận $x=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ thì $A=\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,25đ
Bài 2. *(2,0đ)*		
1. *(1,0đ)*	+ Hệ phương trình có nghiệm (x ; y) trong đó x = 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} m.2+2y=18 \\ 2-y=-6 \end{cases}$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+2y=18 \\ y=8 \end{cases}$	0,25đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ y=8 \end{cases}$	0,25đ
	+ Kết luận: m = 1	0,25đ

Bài	Đáp án	Điểm
2. *(1,0đ)*	+ Xét $\begin{cases}2x+y=9\\x-y=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x=3\\y=x+6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=7\end{cases}$	0,25đ
	+ Thay $x = 1; y = 7$ vào phương trình $mx + 2y = 18$ ta có $m + 2.7 = 18 \Leftrightarrow m = 4$	0,25đ
	+ Thử lại: $m = 4$ hệ $\begin{cases}mx+2y=18\\x-y=-6\end{cases}$ có $\begin{cases}x=1\\y=7\end{cases}$ là nghiệm duy nhất	0,25đ
	+ Kết luận: $m = 4$	0,25đ
<u>Bài 3</u>. *(2,0đ)*		
1. *(0,5đ)*	(P) là Parabol xác định qua các điểm sau: $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c\|c} x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 4 & 1 & 0 & 1 & 4 \end{array}$	0,25đ
		0,25đ
2. *(0,75đ)*	+ Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = ax + 3$ $\Leftrightarrow x^2 - ax - 3 = 0 \quad (*)$	0,25đ
	+ Phương trình (*) có $\Delta = a^2 + 12 \geq 12 > 0$ nên có 2 nghiệm phân biệt $\forall a$	0,25đ
	+ Chứng tỏ rằng (P) cắt (d) tại 2 điểm phân biệt	0,25đ
3. *(0,75đ)*	+ (P) cắt (d) tại A và B có hoành độ x_1, x_2 nên x_1, x_2 là nghiệm của (*) Áp dụng Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=a\\x_1.x_2=-3\end{cases}$	0,25đ
	+ Xét: $\begin{cases}x_1+x_2=a\\x_1+2x_2=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1=2a-3\\x_2=3-a\end{cases}$	0,25đ
	+ Thay: $x_1 = 2a - 3$; $x_2 = 3 - a$ vào $x_1.x_2 = -3$. Giải và tìm được $a = \dfrac{9+\sqrt{33}}{4}$; $a = \dfrac{9-\sqrt{33}}{4}$	0,25đ
<u>Bài 4</u>. *(3,5đ)*		

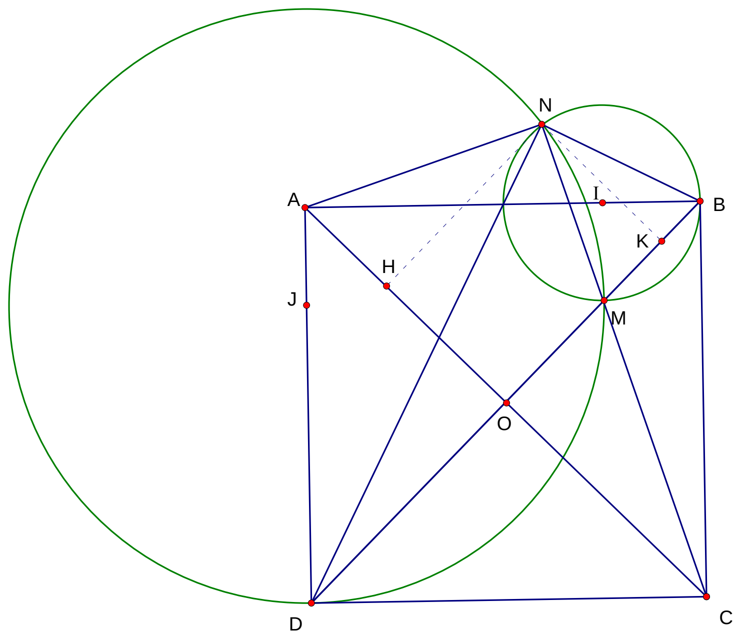
Bài	Đáp án	Điểm
		
1. (2,5đ)		
a. (1,0đ)	+ Có $\widehat{ADB}=90^o$ (Hệ quả góc nội tiếp) $\Rightarrow$ $\widehat{BDM}=90^o$ (1)	0,25đ
	+ Có $\widehat{BCM}=90^o$ (giả thiết CM $\perp$BC) (2)	0,25đ
	+ Từ (1) (2) có $\widehat{BDM}+\widehat{BCM}=180^o$	0,25đ
	$\Rightarrow$ Tứ giác BCMD nội tiếp đường tròn	0,25đ
b. (0,5đ)	+) Xét ΔADB và ΔACM có: $\begin{cases}\widehat{DAB}=\widehat{CAM} & \text{(góc chung)}\\ \widehat{ADB}=\widehat{ACM} & \text{(cùng bằng } 90^o\text{)}\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\Delta ADB \backsim \Delta ACM$ (g.g)	0,25đ
	+) $\Rightarrow \dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AB}{AM} \Rightarrow AD.AM = AC.AB$	0,25đ
c. (1,0đ)	+) ΔOBD có OB = OD = BD (cùng bằng R) $\Rightarrow$ ΔOBD đều $\Rightarrow$ $\widehat{OBD}=\widehat{ODB}=60^o$	0,25đ
	+) ΔBDC có BD = BC (cùng bằng R) $\Rightarrow$ ΔBDC cân tại B $\Rightarrow$ $\widehat{BDC}=\dfrac{\widehat{OBD}}{2}=\dfrac{60^o}{2}=30^o$	0,25đ
	Có $\widehat{ODC}=\widehat{ODB}+\widehat{BDC}=60^o+30^o=90^o$ $\Rightarrow OD \perp DC$ tại D	0,25đ
	mà D $\in$ (O) nên DC là tiếp tuyến của (O)	0,25đ
2. (1,0đ)	+ Gọi S là diện tích phần ΔABM nằm ngoài (O) $S = S_{ABM} - S_{AOD} - S_{OBmD}$	0,25đ

Bài	Đáp án	Điểm
	$+\ S_{ABM}=\dfrac{BD.AM}{2}=BD.AD=R\sqrt{4R^2-R^2}$ $=R.R\sqrt{3}$ $=R^2\sqrt{3}$	0,25đ
	$+\ S_{AOD}=\dfrac{1}{2}S_{ABD}$ $=\dfrac{1}{4}S_{ABM}=\dfrac{R^2\sqrt{3}}{4}$ $+\ S_{OBmD}=\dfrac{1}{6}\pi R^2$	0,25đ
	$+\ S=R^2\sqrt{3}-\dfrac{R^2\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\pi R^2}{6}$ $=\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\pi}{6}\right)R^2$ (đơn vị diện tích)	0,25đ
Bài 5. *(0,5đ)*	Ta có: $\sqrt{2012a+\dfrac{(b-c)^2}{2}}=\sqrt{2012a+\dfrac{(b+c)^2}{2}-bc}\le\sqrt{2012a+\dfrac{(b+c)^2}{2}}$ (vì $bc\ge 0$) $\Rightarrow\sqrt{2012a+\dfrac{(b-c)^2}{2}}\le\sqrt{2012a+\dfrac{(1006-a)^2}{2}}$ $\Rightarrow\sqrt{2012a+\dfrac{(b-c)^2}{2}}\le\sqrt{\dfrac{(1006+a)^2}{2}}$ $\Rightarrow\sqrt{2012a+\dfrac{(b-c)^2}{2}}\le\dfrac{1006+a}{\sqrt{2}}$ dấu = xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}bc=0\\a+b+c=1006\end{cases}$	0,25đ
	Tương tự: $\sqrt{2012b+\dfrac{(c-a)^2}{2}}\le\dfrac{1006+b}{\sqrt{2}}$ $\sqrt{2012c+\dfrac{(c-b)^2}{2}}\le\dfrac{1006+c}{\sqrt{2}}$ Vậy: $\sqrt{2012a+\dfrac{(b-c)^2}{2}}+\sqrt{2012b+\dfrac{(c-a)^2}{2}}+\sqrt{2012c+\dfrac{(a-b)^2}{2}}\le\dfrac{3.1006+a+b+c}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow\sqrt{2012a+\dfrac{(b-c)^2}{2}}+\sqrt{2012b+\dfrac{(c-a)^2}{2}}+\sqrt{2012c+\dfrac{(a-b)^2}{2}}\le\dfrac{4.1006}{\sqrt{2}}=2012\sqrt{2}$ Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=1006\\ab=bc=ca=0\end{cases}$ (Khi trong ba số a, b, c có một số bằng 1006 và hai số bằng 0)	0,25đ

Đề số 12

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Bài 1. (2điểm)		**a. Cho k là số nguyên dương bất kì. CMR:** $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}}<2(\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{\sqrt{k+1}})$ b. **Chứng minh rằng:** $\frac{1}{2}+\frac{1}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{4\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{2010\sqrt{2009}}<\frac{88}{45}$	
	a. (1.0đ)	Bđt $\Leftrightarrow \frac{1}{(k+1)\sqrt{k}}<\frac{2\sqrt{k+1}-2\sqrt{k}}{\sqrt{k}.\sqrt{k+1}}$	0.25
		$\Leftrightarrow 2k+1-2\sqrt{k(k+1)}>0$	0.25
		$\Leftrightarrow (\sqrt{k+1}-\sqrt{k})^2>0$ Luôn đúng với mọi k nguyên dương.	0.25
		$\Rightarrow \frac{1}{(k+1)\sqrt{k}}<2(\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{\sqrt{k+1}})$	0.25
	b. (1.0đ)	Áp dụng kết quả câu a ta có: $VT=\frac{1}{2\sqrt{1}}+\frac{1}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{4\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{2010\sqrt{2009}}$	0.25
		$<2\left(\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\cdots+2\left(\frac{1}{\sqrt{2009}}-\frac{1}{\sqrt{2010}}\right)$	0.25
		$=2\left(1-\frac{1}{\sqrt{2010}}\right)$	0.25
		$<2\left(1-\frac{1}{45}\right)=\frac{88}{45}=VP$ (đpcm)	0.25

Bài 2 (2.5 điểm)		**Cho phương trình ẩn x:** $x^2+(m-1)x-6=0$ **(1)** **(m là tham số)** c. **Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm** $x=1+\sqrt{2}$ d. **Tìm m để (1) có 2 nghiệm** x_1,x_2 **sao cho biểu thức:** $A=(x_1^2-9)(x_2^2-4)$ **max**	
	a. (1,5đ)	Pt (1) có nghiệm $x=1+\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow \left(1+\sqrt{2}\right)^2+(m-1)\left(1+\sqrt{2}\right)-6=0$	0.5
		Tìm được $m=5\sqrt{2}-6$ và KL.	1.0
	b. (1,0đ)	Tính $\Delta=(m-1)^2+24>0\ \forall m$ suy ra pt (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2.	0.5
		$A=\left(x_1x_2+6\right)^2-\left(2x_1+3x_2\right)^2$ Theo ĐL Vi-et ta có $x_1x_2=-6 \Rightarrow A=-\left(2x_1+3x_2\right)^2\le 0$	0.25
		Max A = 0 khi và chỉ khi $\begin{cases}2x_1+3x_2=0\\x_1x_2=-6\\x_1+x_2=1-m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1=3\\x_2=-2\\m=0\end{cases} \vee \begin{cases}x_1=-3\\x_2=2\\m=2\end{cases}$ KL : Vậy m = 0 ; m = 2 là các giá trị cần tìm.	0.25
Bài 3 (2 điểm)		a. **Giải hệ phương trình sau :** $\begin{cases}x^2+y^2-xy=3\\x^3+y^3=9\end{cases}$ b. **Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình:** $x^3+2x^2+3x+2=y^3$	
	a (1.0đ)	Hệ phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-xy=3\\(x+y)(x^2+y^2-xy)=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y=3\\(x+y)^2-3xy=3\end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases}x+y=3\\xy=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$	0.5
	b (1.0đ)	Ta có $y^3-x^3=2x^2+3x+2=2\left(x+\dfrac{3}{4}\right)^2+\dfrac{7}{8}>0 \Rightarrow x<y$ (1)	0.25
		$(x+2)^3-y^3=4x^2+9x+6=\left(2x+\dfrac{9}{4}\right)^2+\dfrac{15}{16}>0 \Rightarrow y<x+2$ (2)	0.25
		Từ (1) và (2) ta có x < y < x+2 mà x, y nguyên suy ra y = x + 1	0.25

		Thay y = x + 1 vào pt ban đầu và giải phương trình tìm được x = -1; x = 1 từ đó tìm được hai cặp số (x, y) thỏa mãn bài toán là (1 ; 2), (-1 ; 0)	0.25
Bài 4. (3 điểm)		**Cho hình vuông ABCD tâm O, cạnh a. M là điểm di động trên đoạn OB (M không trùng với O; B). Vẽ đường tròn tâm I đi qua M và tiếp xúc với BC tại B, vẽ đường tròn tâm J đi qua M và tiếp xúc với CD tại D. Đường tròn (I) và đường tròn (J) cắt nhau tại điểm thứ hai là N.** **c. Chứng minh rằng 5 điểm A, N, B, C, D cùng thuộc một đường tròn. Từ đó suy ra 3 điểm C, M, N thẳng hàng.** **d. Tính OM theo a để tích NA.NB.NC.ND lớn nhất.**  	
	a. 2.0đ	$\angle MNB = \angle MBC$ (Cùng chắn cung BM) $\angle MND = \angle MDC$ (Cùng chắn cung DM) $\angle BND = \angle MNB + \angle MND = \angle MBC + \angle MDC = 90^\circ$ Do đó 5 điểm A, B, C, D, M cùng thuộc một đường tròn	1.5
		Suy ra NC là phân giác của góc BND (do cung BC = cung BD) Mặt khác, theo CM trên ta có NM là phân giác của góc BND Nên M, N, C thẳng hàng.	0.5
	b. 1.0đ	Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của N trên AC và BD $\Rightarrow$ NHOK là hình chữ nhật Ta có : $NA.NC = NH.AC = NH.a\sqrt{2}$	0.5

		$NB.ND = NK.BD = NK.a\sqrt{2}$ Suy ra $NA.NB.NC.ND = 2a^2.NH.NK \le 2a^2.\dfrac{NH^2 + NK^2}{2} = a^2.NO^2 = \dfrac{a^4}{2}$	
		Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $NH = NK = \dfrac{a}{2} \Leftrightarrow OM = \dfrac{(2-\sqrt{2})a}{2}$	0.5

Đề số 13

Bài 1 *(2,0 điểm)*

1. Với điều kiện $x \ge 0$ và $x \ne 1$ thì :

$$P = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) + 2(\sqrt{x}-1) + 3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+5-6}{\sqrt{x}+5}\right)$$

$$= \frac{x + 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+5} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+5}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}.$$

2. Với điều kiện $x \ge 0$ và $x \ne 1$ thì khi $P = \dfrac{2}{3}$ ta có :

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 2(\sqrt{x}+1) \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (thoả mãn ĐKXĐ)}$$

Vậy với $x = 4$ thì $P = \dfrac{2}{3}$.

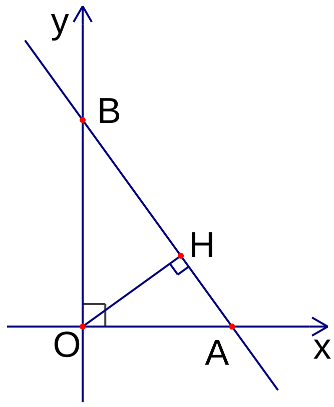
Bài 2 *(2,0 điểm)*

1. Hàm số đã cho đồng biến khi và chỉ khi $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.
2. Thay toạ độ $M(2 ; 6)$ vào hàm số ta có : $6 = (m-2).2 + m + 1 \Leftrightarrow m = 3$.
   Vậy với $m = 3$ thì đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2 ; 6)$.
3. *(Hình 1)*

Đồ thị hàm số cắt cả hai trục toạ độ và vì hai điểm A và B không trùng với gốc toạ độ nên đồ thị hàm số đã cho không đi qua gốc toạ độ và không song song với hai trục. Điều này xảy ra khi và chỉ khi : $m - 2 \ne 0$ và $m + 1 \ne 0$ hay $m \ne 2$ và $m \ne -1$.

Khi đó ta có $A(\frac{m+1}{m-2}; 0)$ và $B(0 ; m + 1) \Rightarrow OA = \left|\frac{m+1}{m-2}\right|$ và $OB = |m + 1|$

Ta thấy tam giác OAB vuông tại O có đường cao OH nên áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có :



Hình 1

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{(m-2)^2}{(m+1)^2} + \frac{1}{(m+1)^2}$$

Hay : $\frac{1}{(\sqrt{2})^2} = \frac{m^2 - 4m + 5}{(m+1)^2}$

$\Rightarrow (m + 1)^2 = 2(m^2 - 4m + 5)$

$\Leftrightarrow m^2 - 10m + 9 = 0$

$\Leftrightarrow m = 1$ (loại) hoặc $m = 9$ (thoả mãn).

Vậy giá trị của m cần tìm là $m = 9$.

Bài 3 *(2,0 điểm)*

1. Với $a = 6$, phương trình trở thành : $x^2 + 5x - 6 = 0$
Vì $1 + 5 + (-6) = 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = 1 \text{ và } x_2 = -6$$

2. Vì tích $a.c = 1.(-6) < 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi a.

Áp dụng định lý Viet ta có : $x_1 + x_2 = -(a - 1) = 1 - a$ và $x_1.x_2 = -6$.

Biến đổi hệ thức đã cho thành : $(x_1 + x_2)^2 - 5x_1.x_2 = 34$ hay :

$$(1 - a)^2 - 5.(-6) = 34 \Leftrightarrow (a - 1)^2 = 64 \Leftrightarrow a - 1 = \pm 8 \Leftrightarrow a = 9 \text{ hoặc } a = -7.$$

Vậy với $a \in \{-7 ; 9\}$ thì $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 34$

Bài 4 *(3,5 điểm)*

1. (H. 2)

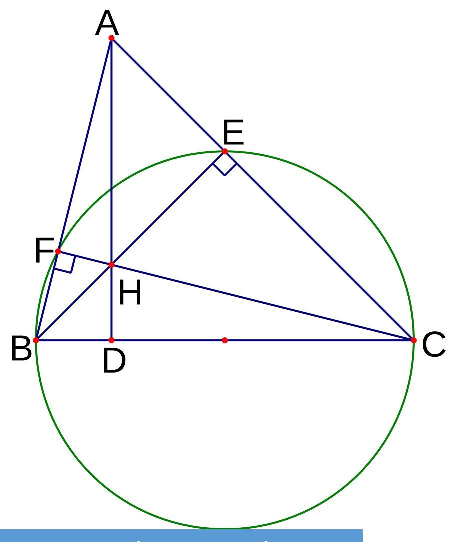
a) Vì E, F cùng thuộc đường tròn đường kính BC nên :

$\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác AEHF nội tiếp.



Mặt khác, do $\widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90^0$ nên BE và CF là hai đường cao của tam giác ABC. Suy ra H là trực tâm của tam giác ABC. Do đó AD là đường cao còn lại của tam giác. Từ đó $\widehat{ADB} = 90^0$.

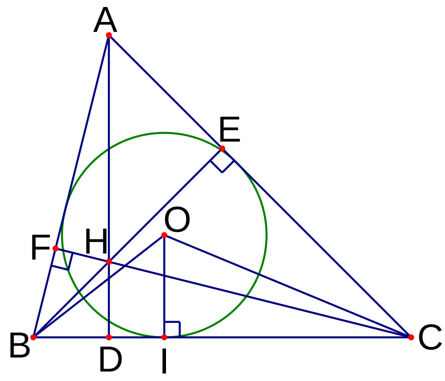
Hai điểm E và D cùng nhìn AB dưới một góc vuông nên cùng nằm trên đường tròn đường kính AB. Hay tứ giác AEDB nội tiếp.

Vậy các tứ giác AEHF và AEDB cùng nội tiếp được đường tròn (đpcm).

b) Các tam giác vuông AEB (vuông tại E) và AFC (vuông tại F) có $\widehat{A}$ chung nên :

$\Delta AEB \sim \Delta AFC$ (g.g).

Suy ra : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC} \Rightarrow AF.AB = AE.AC$ (đpcm).



Hình 3

2. (H. 3) Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC; I là tiếp điểm của (O) và BC thì OI = r và OI ⊥ BC.

Hai tam giác ABC và OBC có chung cạnh BC, hai đường cao tương ứng là AD và OI nên:

$$\frac{S_{OBC}}{S_{ABC}} = \frac{OI}{AD} = \frac{r}{AD};$$

Chứng minh tương tự ta có :

$$\frac{S_{OAC}}{S_{ABC}} = \frac{r}{BE}; \frac{S_{OAB}}{S_{ABC}} = \frac{r}{CF}.$$

Suy ra : $\dfrac{r}{AD} + \dfrac{r}{BE} + \dfrac{r}{CF} = \dfrac{S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB}}{S_{ABC}} = 1 \Rightarrow \dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{BE} + \dfrac{1}{CF} = \dfrac{1}{r}$ (1)

Mà AD + BE + CF = 9r. Suy ra $(AD + BE + CF)\left(\dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{BE} + \dfrac{1}{CF}\right) = 9r.\dfrac{1}{r}$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{AD}{BE} + \frac{AD}{CF} + \frac{BE}{AD} + 1 + \frac{BE}{CF} + \frac{CF}{AD} + \frac{CF}{BE} + 1 = 9$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{AD}{BE} + \frac{BE}{AD}\right) + \left(\frac{BE}{CF} + \frac{CF}{BE}\right) + \left(\frac{AD}{CF} + \frac{CF}{AD}\right) = 6$$

Áp dung bất đẳng thức Côsi cho hai số dương ta có :

$$\frac{AD}{BE} + \frac{BE}{AD} \geq 2\sqrt{\frac{AD}{BE}.\frac{BE}{AD}} \text{ hay } \frac{AD}{BE} + \frac{BE}{AD} \geq 2.$$

Dấu bằng có khi và chỉ khi $\frac{AD}{BE} = \frac{BE}{AD} \Leftrightarrow AD = BE$.

Chứng minh tương tự ta có : $\frac{BE}{CF} + \frac{CF}{BE} \geq 2$ và $\frac{AD}{CF} + \frac{CF}{AD} \geq 2$.

Dấu bằng có khi và chỉ khi BE = CF và AD = CF.

Do đó : $\left(\frac{AD}{BE} + \frac{BE}{AD}\right) + \left(\frac{BE}{CF} + \frac{CF}{BE}\right) + \left(\frac{AD}{CF} + \frac{CF}{AD}\right) \geq 6$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $AD = BE = CF \Leftrightarrow AB = BC = CA \Leftrightarrow \Delta ABC$ đều.

Vậy nếu AD + BE + CF = 9r thì tam giác ABC đều

Bài 5 *(0,5 điểm)*

Từ $x^6 - y^6 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x^6 > y^6 \\ x^6 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| > |y| \\ |x| \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| > |y| \\ x \geq 1 \text{ hoặc } x \leq -1 \end{cases}$

Xét hai trường hợp :

– Nếu $x \geq 1$ thì $|x| > |y| \Leftrightarrow -x < y < x \Leftrightarrow \begin{cases} x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$

Khi đó : $|x+y| + |x-y| = 2 \Leftrightarrow x + y + x - y = 2 \Leftrightarrow x = 1$ (thoả mãn)

Vì $x^6 - y^6 = 1$ nên y = 0. Thử lại thấy x = 1, y = 0 thoả mãn hệ.

– Nếu $x \leq -1$ thì $|x| > |y| \Leftrightarrow -x > |y| \Leftrightarrow x < y < -x \Leftrightarrow \begin{cases} x + y < 0 \\ x - y < 0 \end{cases}$

Khi đó : $|x+y| + |x-y| = 2 \Leftrightarrow -(x + y) - (x - y) = 2 \Leftrightarrow x = -1$ (thoả mãn)

Vì $x^6 - y^6 = 1$ nên y = 0. Thử lại thấy x = −1, y = 0 thoả mãn hệ.

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm là (−1 ; 0) và (1 ; 0)

Đề số 14

Bài 1: *(1,5 điểm)*

$$\begin{cases} 2x + y = \sqrt{2} + 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Bài 2: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức $A = \dfrac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} - 1$

1. ĐKXĐ : $x \geq 0, x \neq 4$.

A

$$= \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - 1 = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} - 1 = \frac{2\sqrt{x}-3+1-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$$

A $= \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ $(x \geq 0, x \neq 4)$

2. Với $x = 841$ thoả mãn ĐKXĐ nên giá trị của $A = \dfrac{\sqrt{841}}{\sqrt{841}-2} = \dfrac{29}{27}$

Bài 3: *(2,5 điểm)*

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường thẳng (d) : $y = 2(m-1)x - (m^2 - 2m)$ và đường Parabol (P) : $y = x^2$

1. Vì (d) đi qua gốc toạ độ O (0 ; 0) nên ta có :

$$0 = -(m^2 - 2m) \Leftrightarrow m(m-2) = 0 \Leftrightarrow m = 0 \,;\, m = 2.$$

Vậy với $m \in \{0 ; 2\}$ thì (d) đi qua gốc toạ độ.

2. Khi m = 3 thì (d) trở thành : $y = 4x - 3$ (d).

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình :

$$x^2 = 4x - 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

Vì $a + b + c = 1 + (-4) + 3 = 0$ nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = 1,\ x_2 = 3 \Rightarrow y_1 = 1,\ y_2 = 9.$$

Vậy với m = 3 thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có toạ độ là (1 ; 1) và (3 ; 9).

3. Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình :

$$x^2 = 2(m-1)x - (m^2 - 2m) \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$$

Vì $\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 2m) = 1 > 0$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Theo định lí Vi-et, ta có : $x_1 + x_2 = 2(m-1)$; $x_1x_2 = m^2 - 2m$.

Khi đó : $y_1 = 2(m-1)x_1 - (m^2 - 2m)$, $y_2 = 2(m-1)x_2 - (m^2 - 2m)$

$\Rightarrow y_1 - y_2 = 2(m-1)(x_1 - x_2)$.

Theo bài ra : $|y_1 - y_2| = 8 \Leftrightarrow (y_1 - y_2)^2 = 64 \Leftrightarrow 4(m-1)^2(x_1 - x_2)^2 = 64$

$\Leftrightarrow (m-1)^2[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2] = 16$

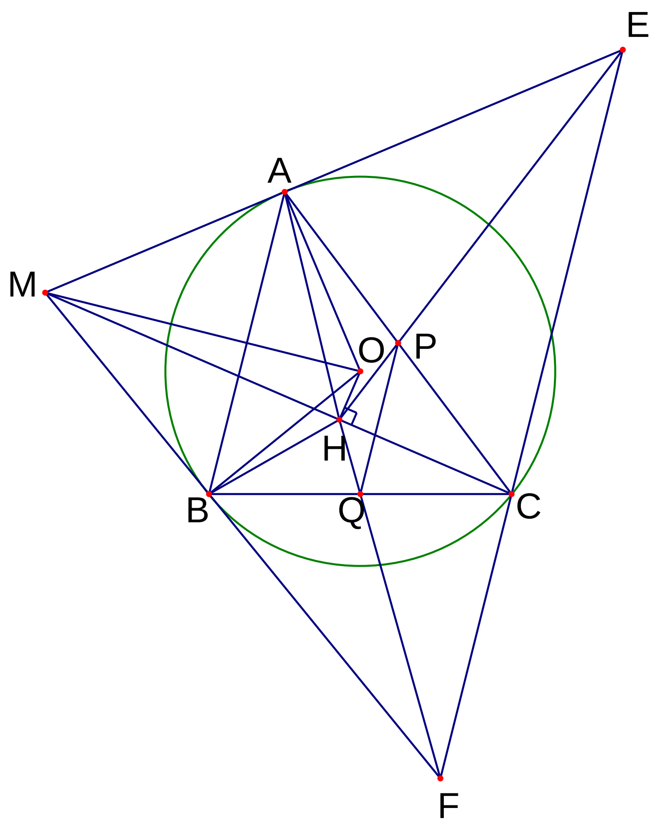
$\Leftrightarrow (m-1)^2[4(m-1)^2 - 4(m^2 - 2m)] = 16 \Leftrightarrow (m-1)^2.4 = 16$

$\Leftrightarrow (m-1)^2 = 4 \Leftrightarrow m = -1$ hoặc $m = 3$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m \in \{-1 ; 3\}$

Bài 4: *(3.0 điểm)*

1. Xem hình bên



a) MA là tiếp tuyến với (O) tại A nên OA $\perp$ MA hay $\widehat{MAO} = 90^0$.

H là hình chiếu của O trên MC nên OH $\perp$ MC hay $\widehat{MHO} = 90^0$.

Tứ giác MAOH có $\widehat{MAO} + \widehat{MHO} = 180^0$ nên là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh tương tự như trên ta có $\widehat{MBO} = 90^0$.

Ta có $\widehat{MAO} = \widehat{MHO} = \widehat{MBO} = 90^0$ nên 5 điểm M, A, O, H, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO.

Suy ra $\widehat{AHM} = \widehat{ABM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM) và $\widehat{BHM} = \widehat{BAM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BM).

Xét đường tròn (O):

$\widehat{BAM} = \widehat{ABM}$ (tính chất góc tạo bởi tia tiếp tuyến và một dây cung).

Do đó $\widehat{AHM} = \widehat{BHM}$ hay HM là tia phân giác của góc AHB.

2. Qua C kẻ đường thẳng song song với AB cắt MA, MB lần lượt tại E, F. Nối EH cắt AC tại P, HF cắt BC tại Q. Chứng minh rằng PQ // EF.

Bài 5: *(1.0 điểm)*

Ta có : $1019x^2 + 18y^4 + 1007z^2 \geq 30xy^2 + 6y^2z + 2008zx$

$\Leftrightarrow (1004x^2 - 2008zx + 1004z^2) + (15x^2 - 30xy^2 + 15y^4) + (3y^4 - 6y^2z + 3z^2) \geq 0$

$\Leftrightarrow 1004(x - z)^2 + 15(x - y^2)^2 + 3(y^2 - z)^2 \geq 0$

Bất đẳng thức cuối cùng đúng vì :

$$1004(x - z)^2 \geq 0,\ 15(x - y^2)^2 \geq 0,\ 3(y^2 - z)^2 \geq 0\ \forall x, y, z \in R.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = z = y^2 \geq 0$.

Đề số 15

Bài 1: *(2,0 điểm)*

1. Với $x \geq 0, x \neq 9$ thì :

$$Q = \frac{x + 2\sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3} - \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$$

$$= \frac{x + 2\sqrt{x} - 10 - (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2) - (\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)}$$

$$= \frac{x + 2\sqrt{x} - 10 - x + 4 - \sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$$

Vậy $Q = \dfrac{1}{\sqrt{x} + 2}$ $(x \geq 0, x \neq 9)$

2. Với điều kiện $x \geq 0, x \neq 9$ thì : $Q = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x} + 2} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = 3$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (t/m).

Vậy với $x = 1$ thì $Q = \dfrac{1}{3}$.

Bài 2: *(2,5 điểm)*

1. Với m = -2, hệ đã cho trở thành : $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Vậy với m = -2 thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất (x ; y) = (1 ; 1).

2. Hệ phương trình đã cho tương đương với : $\begin{cases} x + y = -m \\ (m - 1)y = m - 1 \end{cases}$ (*)

Hệ đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi hệ (*) có nghiệm duy nhất. Điều này xảy ra khi và chỉ khi $m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$. Khi đó nghiệm duy nhất của hệ (*) là :

$$x = -m - 1,\ y = 1.$$

Theo giả thiết $y = x^2$, ta có : $1 = (-m - 1)^2 \Leftrightarrow m(m + 2) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = -2$.

Kết hợp với điều kiện của m thì có hai giá trị của m cần tìm là $m \in \{0 ; -2\}$.

Bài 3: *(1,5 điểm)*

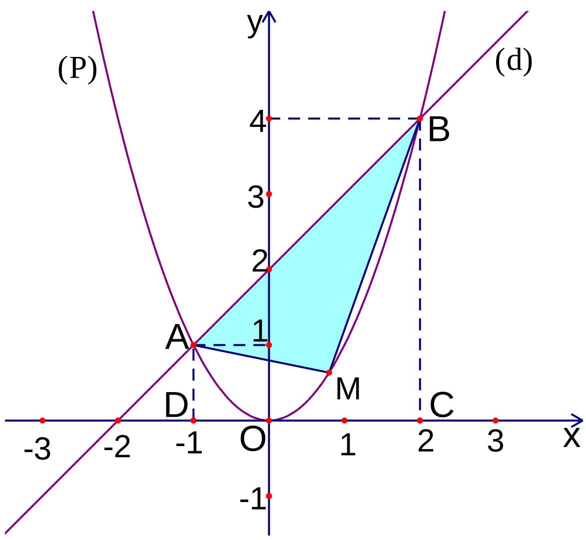
1. Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình :

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

Vì $a - b + c = 1 + 1 - 2 = 0$ nên phương trình trên có hai nghiệm $x_1 = -1$, $x_2 = 2$.

Từ đó, toạ độ hai giao điểm của (d) và (P) lần lượt là : A(-1 ; 1) và B(2 ; 4).

2. Parabol (P) và đường thẳng (d) được vẽ như hình 1.



Hình 1

Vì M thuộc (P) nên toạ độ của $M(m ; m^2)$

Gọi D, N, C lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ A, M, B xuống Ox.

Khi đó D(-1 ; 0), N(m ; 0) và C(2 ; 0).

Suy ra $AD = 1$, $BC = 4$, $MN = m^2$, $CD = 3$

$$DN = |m + 1| = m + 1$$

và $CN = |m - 2| = 2 - m$ (vì $-1 \le m \le 2$)

Ta có : $S_{AMB} = S_{ABCD} - (S_{AMND} + S_{BMNC})$.

Các tứ giác ABCD, AMND và BMNC đều là hình thang vuông (có hai cạnh đối song song và có một góc vuông) nên :

$$S_{AMB} = \frac{(AD + BC)CD}{2} - \left(\frac{(MN + AD)DN}{2} + \frac{(MN + BC)CN}{2}\right)$$

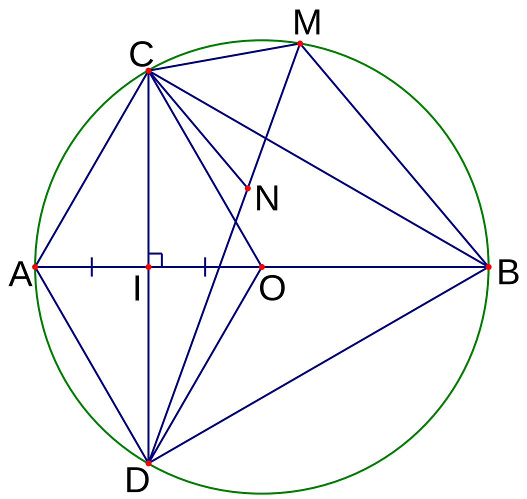
$$= \frac{(1 + 4).3}{2} - \left(\frac{(m^2 + 1)(m + 1)}{2} + \frac{(m^2 + 4)(2 - m)}{2}\right)$$

$$= \frac{15}{2} - \left(\frac{m^3 + m^2 + m + 1}{2} + \frac{-m^3 + 2m^2 - 4m + 8}{2}\right)$$

$$=\frac{6+3m-3m^2}{2}=\frac{3}{2}\left[\frac{9}{4}-(m-\frac{1}{2})^2\right]\le\frac{3}{2}\cdot\frac{9}{4}=\frac{27}{8}\ (\text{do } (m-\frac{1}{2})^2\ge 0\ \forall m\in[-1;2])$$

Vậy $S_{AMB}\le\frac{27}{8}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$, khi đó $M(\frac{1}{2}\ ;\ \frac{1}{4})$

Bài 4: *(3,5 điểm)*



Hình 2

1. a) Theo tính chất đường kính đi qua trung điểm của một dây cung không đi qua tâm, ta có IC = ID.

Tứ giác ACOD có hai đường chéo OA và AC vuông góc với nhau và đi qua trung điểm của mỗi đường nên là hình thoi

b) Hai góc $\widehat{COD}$ (góc ở tâm) và $\widehat{CBD}$ (góc nội tiếp) cùng chắn $\widehat{CAD}$ nên : $\widehat{CBD}=\frac{1}{2}\widehat{COD}$.

Nhưng $\widehat{COD}=\widehat{CAD}$ (hai góc đối của hình thoi ACOD).

Do đó $\widehat{CBD}=\frac{1}{2}\widehat{CAD}$.

2. Theo giả thiết $BI\perp CD\Rightarrow BI$ là một đường cao của ΔBCD (1)

Lại có DO // AC (do ACOD là hình thoi), $AC\perp BC$ (vì $\widehat{ACB}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)) nên $DO\perp BC\Rightarrow DO$ là đường cao thứ hai của ΔBCD (2)

Từ (1) và (2) suy ra giao điểm O của BI và DO chính là trực tâm của ΔBCD.

3. Vì BI là đường trung trực của CD (gt) nên ΔBCD cân tại B.

ΔACO có OA = OC (bán kính của (O)) và AC = OC (cạnh của hình thoi ACOD) nên OA = OC = AC. Do đó ΔACO là tam giác đều

$$\Rightarrow \widehat{COA}=60^0\Rightarrow\widehat{COD}=120^0\Rightarrow\widehat{CBD}=\frac{1}{2}\widehat{COD}=60^0$$

ΔBCD cân có $\widehat{CBD}=60^0$ nên là tam giác đều. Suy ra BC = CD và $\widehat{CDB}=60^0$

Xét ΔCMD có $\widehat{MCD}=\frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{MBD}$, $\widehat{MDC}=\frac{1}{2}\text{sđ}\overset{\frown}{MC}$. Dễ thấy $\text{sđ}\overset{\frown}{MBD}>\text{sđ}\overset{\frown}{MC}$

nên $\widehat{MCD}>\widehat{MDC}\Rightarrow MC<MD$.

Trên đoạn CD lấy điểm N sao cho MC = MN.

Tam giác AMN cân tại M có $\widehat{CMN} = \widehat{CBD} = 60^0$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{CAD}$) nên là tam giác đều. Suy ra CM = CN và $\widehat{MCN} = 60^0$.

Xét ΔCMB và ΔCND có :

$$CD = CB,\ CM = CN\ (\text{cmt})\ \text{và}\ \widehat{DCN} = \widehat{BCM}\ (= \widehat{DCM} - 60^0)$$

nên ΔCMB = ΔCND (c.g.c). Suy ra MB = ND.

Từ đó MB + MC + MD = ND + MN + MD = 2MD.

Trong đường tròn, đường kính là dây cung lớn nhất nên MD ≤ 2R

⇒ MB + MC + MD ≤ 4R.

Do đó tổng (MB + MC + MD) đạt giá trị lớn nhất bằng 4R

⇔ MN là đường kính của (O).

Mà DO ⊥ BC (cmt) nên MN ⊥ BC ⇒ MN là đường trung trực của BC ⇒ MB = MC

⇒ $\overset{\frown}{MB} = \overset{\frown}{MC}$ hay M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.

Vậy để tổng (MB + MC + MD) đạt giá trị lớn nhất bằng 4R thì M phải là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.

Bài 5: *(0,5 điểm)*

ĐK : $1 \le x \le 3$. Khi đó bất phương trình đã cho tương đương với :

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} \ge x^3 - 4x\sqrt{2x} + 10$$

- Xét vế trái :

Đặt $t = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} \ge 0 \Rightarrow t^2 = 2 + 2\sqrt{(x-1)(3-x)}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm, ta có :

$$2\sqrt{(x-1)(3-x)} \le x - 1 + 3 - x = 2$$

$\Rightarrow t^2 \le 2 + 2 = 4 \Rightarrow t \le 2$ (do $t \ge 0$). Dấu bằng xảy ra ⇔ x = 2.

- Xét vế phải :

Ta có : $x^3 - 4x\sqrt{2x} + 10 = (x\sqrt{x} - 2\sqrt{2})^2 + 2 \ge 2$ (do $(x\sqrt{x} - 2\sqrt{2})^2 \ge 0$)

Dấu bằng xảy ra ⇔ x = 2

Như vậy : $2 \ge \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} \ge x^3 - 4x\sqrt{2x} + 10 \ge 2$

Điều này chỉ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}=2 \\ x^3-4x\sqrt{2x}+10=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm duy nhất x = 2.

Đề số 16

Bài 1: *(2,0 điểm)*

1. $\sqrt{5}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}=\sqrt{5}+\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}=\sqrt{5}+|\sqrt{5}-2|=\sqrt{5}+\sqrt{5}-2=-2$
2. Đặt $t=x^2\geq 0$, phương trình đã cho trở thành : $t^2+5t-36=0$

   Vì $\Delta = 25 + 4.36$

Bài 2 *(2,5 điểm)*

Xét hàm số: $y=(2m-3)x+n-4$ (d) $\left(m\neq \frac{3}{2}\right)$

1. a) Đồ thị hàm số đi qua hai điểm A(1 ; 2) và B(3 ; 4) nên ta có hệ :

$$\begin{cases} 2m-3+n-4=2 \\ 3(2m-3)+n-4=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+n=9 \\ 6m+n=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m=8 \\ 2m+n=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=5 \end{cases}$$

Vậy m = 2, n = 5.

b) Vì d cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=3\sqrt{2}-1$ nên hoành độ x = 0; cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=1+\sqrt{2}$ nên tung độ y = 0. Do đó ta có hệ :

$$\begin{cases} n-4=3\sqrt{2}-1 \\ (1+\sqrt{2})(2m-3)+3\sqrt{2}-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=3\sqrt{2}+3 \\ 2m-3=\dfrac{1-3\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=3\sqrt{2}+3 \\ 2m=3+\dfrac{1-3\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{4}{1+\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n=3\sqrt{2}+3 \\ m=\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{2(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\dfrac{2(\sqrt{2}-1)}{2-1}=2\sqrt{2}-2 \end{cases}$$

Vậy $m=2\sqrt{2}-2$, $n=3\sqrt{2}+3$.

2. Với n = 0 hàm số đã cho trở thành : $y=(2m-3)x-4$ (d)

Phương trình đường thẳng (d′) viết lại thành : $y=x+2$ (d′)

Để (d) cắt (d′) ta phải có : 2m – 3 ≠ 1 ⇔ m ≠ 2.

Toạ độ giao điểm của (d) và (d′) là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} y = (2m-3)x - 4 \\ y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-3)x - 4 = x + 2 \\ y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-4)x = 6 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{6}{2m-4} = \dfrac{3}{m-2} \\ y = \dfrac{3}{m-2} + 2 = \dfrac{2m-1}{m-2} \end{cases} \text{(do } m \neq 2\text{).}$$

Khi đó: $P = y^2 - 2x^2 = \left(\dfrac{2m-1}{m-2}\right)^2 - 2\left(\dfrac{3}{m-2}\right)^2 = \left(2 + \dfrac{3}{m-2}\right)^2 - 2\left(\dfrac{3}{m-2}\right)^2$

Đặt $t = \dfrac{3}{m-2}$ thì $P = (2 + t)^2 - 2t^2 = 4 + 4t - t^2 = 8 - (t-2)^2 \leq 8$ (do $-(t-2)^2 \leq 0\ \forall t$)

$\Rightarrow \max P = 8 \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow \dfrac{3}{m-2} = 2 \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2} + 2 = 3{,}5$ (thoả mãn $m \neq 2$)

Vậy giá trị m thoả mãn yêu cầu đề bài là m = 3,5.

Bài 3: *(1,5 điểm)*

Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là x (m), y (m). Đk : x, y > 0.

Theo bài ra ta có hệ :

$$\begin{cases} xy = 720 \\ (x+6)(y-4) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 720 \\ xy - 4x + 6y - 24 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 720 \\ -2x + 3y = 12 \end{cases}$$

Xét $-2x + 3y = 12 \Leftrightarrow -2x^2 + 3xy = 12x$ (vì $x > 0$)

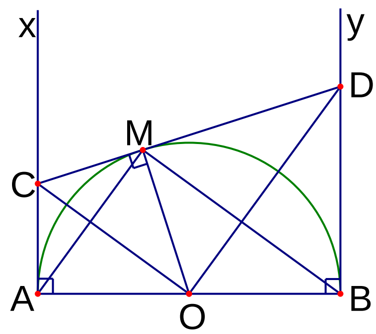
$\Leftrightarrow -2x^2 + 2160 = 12x \Leftrightarrow x^2 + 6x - 1080 = 0$

$\Delta' = 3^2 + 1080 = 1089 = 33^2 > 0$, nên phương trình trên có hai nghiệm :

$x_1 = -3 - 33 = -36 < 0$ (loại), $x_2 = -3 + 33 = 30 > 0$ (thoả mãn)

Với $x = x_2 = 30$ thì $y = 720 : 30 = 24$ (thoả mãn)

Vậy mảnh vường hình chữ nhật có chiều dài 30m, chiều rộng 24m.



Bài 4: *(3,5 điểm)*

1. *(Hình vẽ)*

a) Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, thì :

$$AC = MC, BD = MD$$

$\Rightarrow AC + BD = MC + MD = CD.$

Vậy $CD = AC + BD$.

b) Cũng theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có :

OC là tia phân giác của $\widehat{MOA}$; OD là tia phân giác của $\widehat{MOB}$

Mà $\widehat{MOA}$ và $\widehat{MOB}$ là hai góc kề bù nên $OC \perp OD \Rightarrow \Delta COD$ vuông tại O.

Xét ΔCOD vuông tại O có đường cao OM nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông : $OC.MD = OM^2$ hay $AC.BD = R^2$ (đpcm).

2. Tứ giác ABDC có AC // BD (cùng $\perp$ AB) và $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^0$ nên là hình thang vuông.

$$\Rightarrow S_{ABDC} = \frac{(AC + BD).AB}{2} = \frac{(AC + BD).2R}{2} = (AC + BD).R$$

$\Rightarrow S_{ABDC}$ min $\Leftrightarrow AB + BD$ min

Do tích $AC.BD = R^2$ không đổi nên tổng $AC + BD$ min $\Leftrightarrow AC = BD \Leftrightarrow MC = MD$

$\Leftrightarrow$ M nằm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB.

Vậy điểm M nằm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB thì diện tích tứ giác ABDC sẽ nhỏ nhất.

3. Ta có : $S_{ABDC} = (AC + BD).R$ hay $32 = (AC + BD).2 \Rightarrow CD = AC + BD = 16$ (cm).

Tứ giác OACM có $\widehat{OMC} + \widehat{OAC} = 180^0$ nên nội tiếp được đường tròn.

$\Rightarrow \widehat{OAM} = \widehat{OCM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OM)

Xét ΔAMB và ΔCOD có : $\widehat{AMB} = \widehat{COD} = 90^0$, $\widehat{OAM} = \widehat{OCM}$ (chứng minh trên)

nên $\Delta AMB \sim \Delta COD$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta COD}} = \left(\dfrac{AB}{CD}\right)^2 = \left(\dfrac{4}{16}\right)^2 = \dfrac{1}{16}$,

mà $S_{\Delta COD} = \dfrac{1}{2}OM.CD = \dfrac{1}{2} \cdot 2.16 = 16$ (cm²) $\Rightarrow S_{\Delta AMB} = \dfrac{1}{16} S_{\Delta COD} = \dfrac{1}{16}.16 = 1$ (cm²).

Vậy $S_{\Delta AMB} = 1$ (cm²).

Bài 5:*(0,5 điểm)*

$$2x^2 + xy + 2y^2 = \frac{8x^2 + 4xy + 8y^2}{4} = \frac{1}{4}[5(x+y)^2 + 3(x-y)^2] \geq \frac{5}{4}(x+y)^2 \ \text{(do } (x-y)^2 \geq 0)$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{2x^2 + xy + 2y^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(x+y) \ \text{(do } x, y > 0) \quad (1)$$

Chứng minh tương tự, ta có :

$$\sqrt{2y^2 + yz + 2z^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(y+z) \qquad (2)$$

$$\sqrt{2z^2 + zx + 2x^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(z+x) \qquad (3)$$

Cộng (1), (2), (3) vế theo vế ta được :

$$\sqrt{2x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{2y^2 + yz + 2z^2} + \sqrt{2z^2 + zx + 2x^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(2x + 2y + 2z)$$

$$\sqrt{2x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{2y^2 + yz + 2z^2} + \sqrt{2z^2 + zx + 2x^2} \geq \sqrt{5}(x+y+z) = \sqrt{5} \Rightarrow$$

đpcm.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1/3$.

Đề số 17

Bài 1: (2,0 *điểm*)

1. ĐKXĐ : $a \geq 0$, $a \neq 16$.

$$A = \frac{-\sqrt{a}(2\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-4)} + \frac{\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}+2} + \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-4}$$

$$= \frac{-\sqrt{a}(2\sqrt{a}+1) + (\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}-4) + (\sqrt{a}+2)^2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-4)}$$

$$= \frac{-2a - \sqrt{a} + a - 16 + a + 4\sqrt{a} + 4}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-4)} = \frac{3\sqrt{a} - 12}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-4)} = \frac{3(\sqrt{a}-12)}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-4)}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{a}+2} \ \text{(với } a \geq 0, a \neq 16).$$

Vậy $A = \dfrac{3}{\sqrt{a}+2}$ (với a ≥ 0, a ≠ 16).

2. $A = \dfrac{3}{\sqrt{a}+2} \in Z \Leftrightarrow 3 \vdots (\sqrt{a}+2) \Leftrightarrow \sqrt{a}+2$ là ước dương Ư(3) = {1 ; 3} (do $\sqrt{a}+2>0$)

Với $\sqrt{a}+2 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{a} = -1$ (loại vì $\sqrt{a} \geq 0$ còn -1 < 0)

Với $\sqrt{a}+2 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{a} = 1 \Leftrightarrow a = 1$ (thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy giá trị cần tìm của a là a = 1.

Bài 2: (*2,0 điểm*)

Cho hệ phương trình : $\begin{cases} 2x+3y=3+a \\ x+2y=a \end{cases}$

1. Với y = 1, hệ đã cho trở thành : $\begin{cases} 2x+3=3+a \\ x+2=a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=3 \\ x+2=a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ a=4 \end{cases}$

Vậy giá trị cần tìm là a = 4.

2. Hệ đã cho tương đương với hệ :

$$\begin{cases} 2(a-2y)+3y=3+a \\ x=a-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-4y+3y=3+a \\ x=a-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=a-3 \\ x=a-2(a-3)=6-a \end{cases}$$

Khi đó : $x^2 + y^2 = 17 \Leftrightarrow (6-a)^2 + (a-3)^2 = 17 \Leftrightarrow 2a^2 - 18a + 28 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 - 9a + 14 = 0$

$\Delta = 9^2 - 4.14 = 25 = 5^2 > 0$, phương trình trên có hai nghiệm :

$$a_1 = \frac{9-5}{2} = 2 \ ; \ a_1 = \frac{9+5}{2} = 7$$

Vậy với a ∈ {2 ; 7} thì $x^2 + y^2 = 17$.

Bài 3: (*2,0 điểm*)

Trên mặt phẳng toạ độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình : $y = 2x^2$, một đường thẳng (d) có hệ số góc bằng m và đi qua điểm I(0 ; 2).

1. Phương trình đường thẳng (d) có dạng: y = ax + b

(d) có hệ số góc bằng m ⇒ a = m.

(d) đi qua điểm I(0 ; 2) nên : 2 = m.0 + b ⇒ b = 2.

Vậy phương trình đường thẳng (d) là y = mx + 2.

2. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

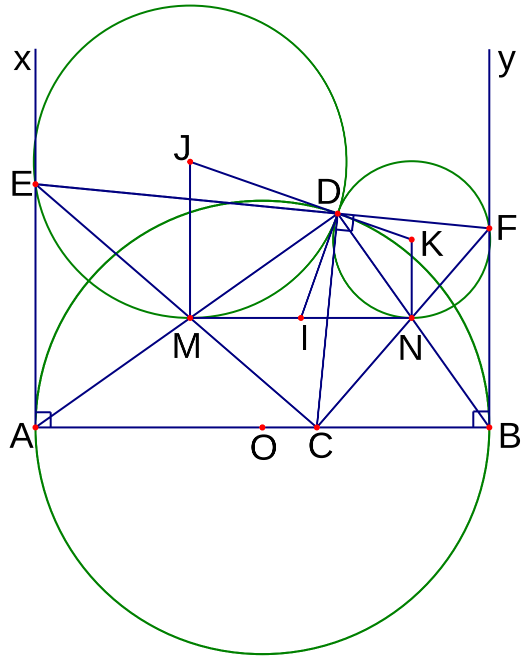
$$2x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow 2x^2 - mx - 2 = 0 \qquad (1)$$

$\Delta = m^2 + 16 > 0\ \forall m \Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\forall m$.

3. Áp dụng định lí Viet cho phương trình (1), ta có : $x_1 + x_2 = \dfrac{m}{2}$; $x_1.\ x_2 = -1$

Xét $|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1.x_2} = \sqrt{\dfrac{m^2}{4} + 4} \geq \sqrt{4} = 2$ (do $\dfrac{m^2}{4} \geq 0\ \forall m$)

$\Rightarrow$ đpcm.



Bài 4: (3,5 *điểm*)

1. Xét tứ giác BCDF có :

$\widehat{CDF} + \widehat{CBD} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

nên tứ giác BCDF là tứ giác nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{DFC} = \widehat{DBC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{CD}$)

2. Chứng minh tương tự như trên, ta có :

$$\widehat{DEC} = \widehat{DAC}$$

ΔADB có $\widehat{ADB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên là tam giác vuông tại D

$\Rightarrow \widehat{DAC} + \widehat{DBC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DEC} + \widehat{DFC} = 90^0$

Do đó ΔECF vuông tại C (đpcm).

3. Tứ giác BCDF nội tiếp nên : $\widehat{DBC} = \widehat{DFC}$ (1) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD).

Tứ giác CMDN có $\widehat{MCN} + \widehat{MDN} = 90^0 + 90^0 = 180^0$ nên nội tiếp được đường tròn.

$\Rightarrow \widehat{DNM} = \widehat{DCM}$ (2) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MD).

ΔECF vuông tại C, ΔCDF vuông tại D nên :

$\widehat{DCM} = \widehat{DFC}$ (3) (cùng phụ với $\widehat{DCF}$)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{DBC} = \widehat{DNM}$

Hai góc này ở vị trí đồng vị bằng nhau nên MN // AB (đpcm)

4. Gọi I là trung điểm của MN, J và K theo thứ tự là tâm các đường tròn ngoại tiếp các tam giác EMD và DNF.

ΔMDN vuông tại D nên IM = IN = ID.

Tứ giác ACDE có $\widehat{CAE} + \widehat{CDE} = 180^0$ nên nội tiếp được đường tròn.

$\Rightarrow \widehat{DAC} = \widehat{DEC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD)

Mặt khác: $\widehat{DMN} = \widehat{DAC}$ (đồng vị, MN // AB)

Suy ra $\widehat{DMN} = \widehat{DEC}$ hay $\widehat{DMN} = \widehat{DEM}$ (vì M $\in$ EC)

Xét đường tròn tâm J : $\widehat{DMN} = \widehat{DEM} = \dfrac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{DM}$

$\Rightarrow$ MN là tiếp tuyến tại M của đường tròn (J) $\Rightarrow$ JM $\perp$ MN hay $\widehat{JMI} = 90^0$

Xét ΔIMJ và ΔIDJ có :

IM = ID (chứng minh trên)

JM = JD (bán kính của đường tròn (J))

IJ là cạnh chung

$\Rightarrow \Delta$IMJ = ΔIDJ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{IDJ} = \widehat{IMJ} = 90^0$

Chứng minh tương tự, ta có $\widehat{IDK} = \widehat{INK} = 90^0$

Suy ra $\widehat{JDK} = \widehat{IDJ} + \widehat{IDK} = 180^0$

$\Rightarrow$ J, D, K thẳng hàng và D nằm giữa J và K $\Rightarrow$ JK = JD + DK.

Do đó hai đường tròn (J) và (K) tiếp xúc với nhau tại D $\Rightarrow$ đpcm.

Bài 5: (0,*5 điểm*)

ĐK : $\begin{cases} 4x - y^2 \geq 0 \\ y + 2 \geq 0 \\ 4x^2 + y \geq 0 \end{cases}$ (*)

Khi đó : $\sqrt{4x - y^2} - \sqrt{y+2} = \sqrt{4x^2 + y} \Leftrightarrow \sqrt{4x^2 + y} + \sqrt{y+2} = \sqrt{4x - y^2}$
(1)

Hai vế của (1) đều không âm nên bình phương hai vế, ta được :

$$4x^2+y+y+2+2\sqrt{4x^2+y}.\sqrt{y+2}=4x-y^2$$

$$\Leftrightarrow (4x^2-4x+1)+(y^2+2y+1)+2\sqrt{4x^2+y}.\sqrt{y+2}=0$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)^2+(y+1)^2+2\sqrt{4x^2+y}.\sqrt{y+2}=0$$

(2)

Vì $(2x-1)^2\ge 0,\ (y+1)^2\ge 0,\ 2\sqrt{4x^2+y}.\sqrt{y+2}\ge 0$, nên (2) tương đương với :

$$2x-1=y+1=\sqrt{4x^2+y}.\sqrt{y+2}=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2},y=-1 \text{ (thoả mãn điều kiện (*))}$$

Vậy $x=\dfrac{1}{2},y=-1$.

Đề số 18

Bài 1*(2 điểm):*

1. Vì $\sqrt{x^3}-1=(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)$ nên để M có nghĩa, ta phải có :

$$\begin{cases} x\ge 0 \\ \sqrt{x}-1\ne 0 \\ x+\sqrt{x}+1\ne 0 \text{ (luôn đúng } \forall x\ge 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x-1\ne 0 \end{cases}$$

2. $$M=\frac{2}{\sqrt{x}-1}+\frac{2(\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1}+\frac{x-10\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$=\frac{2(x+\sqrt{x}+1)+2(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)+x-10\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$=\frac{2x+2\sqrt{x}+2+2x-2+x-10\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}=\frac{5x-8\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$=\frac{5x-5\sqrt{x}-3\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}=\frac{(\sqrt{x}-1)(5\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}=\frac{5\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}+1}$$

Vậy với $x\ge 0, x\ne 1$ thì $M=\dfrac{5\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}+1}$

3. $$M=\frac{5\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}+1}=\frac{(x+\sqrt{x}+1)-(x-4\sqrt{x}+4)}{x+\sqrt{x}+1}=1-\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{x+\sqrt{x}+1}$$

Với $x \geq 0, x \neq 1$ thì $x+\sqrt{x}+1>0$ và $(\sqrt{x}-2)^2 \geq 0 \Rightarrow -\dfrac{(\sqrt{x}-2)^2}{x+\sqrt{x}+1} \leq 0 \Rightarrow M \leq 1$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}-2=0 \Leftrightarrow x=4$ (thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy giá trị lớn nhất của $M = 1 \Leftrightarrow x = 4$.

Bài 2*(2,5 điểm):*

Cho hàm số $y = 2x^2$ (P) và $y = 2(a - 2)x - \dfrac{1}{2}a^2$ (d)

1. Vì (d) đi qua điểm A(0 ; -8) nên ta có : $-8=-\dfrac{1}{2}a^2 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = \pm 4$.

2. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là :

$$2x^2 = 2(a-2)x - \frac{1}{2}a^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 4(a-2)x + a^2 = 0 \quad (1)$$

Số giao điểm của (P) và (d) tuỳ thuộc vào số nghiệm của phương trình (1).

$$\Delta' = 4(a-2)^2 - 4a^2 = -16(a-1)$$

- Nếu $a - 1 < 0 \Leftrightarrow a < 1 \Rightarrow \Delta' > 0 \Rightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

- Nếu $a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow \Delta' = 0 \Rightarrow$ (1) có nghiệm kép.

Khi đó (d) tiếp xúc với (P).

- Nếu $a - 1 > 0 \Leftrightarrow a > 1 \Rightarrow \Delta' < 0 \Rightarrow$ (1) vô nghiệm.

Khi đó (d) không cắt (P).

3. Tìm trên (P) những điểm có khoảng cách đến gốc toạ độ O(0 ; 0) bằng $\sqrt{3}$

Gọi M(m ; $2m^2$) là điểm thuộc P thì khoảng cách từ P đến gốc toạ độ O là :

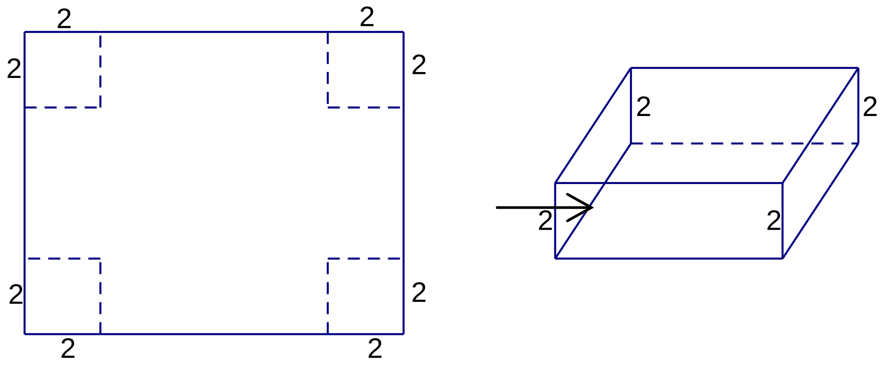
$$\sqrt{m^2+4m^4} = \sqrt{3} \Leftrightarrow m^2 + 4m^4 = 3 \text{ (do cả hai vế đều không âm)}$$

$\Leftrightarrow 4m^4 + m^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (m^2 + 1)(4m^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 3 = 0$ (do $m^2 + 1 > 0\ \forall m$)

$\Leftrightarrow m = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Có hai điểm thoả mãn điều kiện đề bài là $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{-\sqrt{3}}{2};\dfrac{3}{2}\right)$

Bài 3*(2 điểm):*



Hình 1

Gọi chiều rộng của tấm tôn hình chữ nhật là x (cm).

Thì chiều dài của tấm tôn hình chữ nhật là 48 : 2 – x = 24 – x (cm).

Chiều rộng và chiều dài của mặt đáy hình hộp chữ nhật lần lượt là (x – 4) (cm) và (24 – x – 4) = (20 – x) (cm).

Ta phải có điều kiện : $\begin{cases} x - 4 > 0 \\ 24 - x > 0 \\ 20 - x > 0 \\ x \le 24 - x \end{cases} \Leftrightarrow 4 < x \le 12$ (*)

Theo bài ra, ta có phương trình :

$$2.(x-4).(20-x) = 96 \Leftrightarrow -x^2 + 24x - 80 = 48$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 24x + 128 = 0$$

$\Delta' = 12^2 - 128 = 16 = 4^2 > 0$, nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt :

$x_1 = 12 - 4 = 8$ (thoả mãn đk (*)), $x_2 = 12 + 4 = 16$ (không thoả mãn đk (*))

Vậy tấm tôn hình chữ nhật có chiều rộng là 8 (cm), chiều dài là 16 (cm).

Bài 4*(3 điểm):*

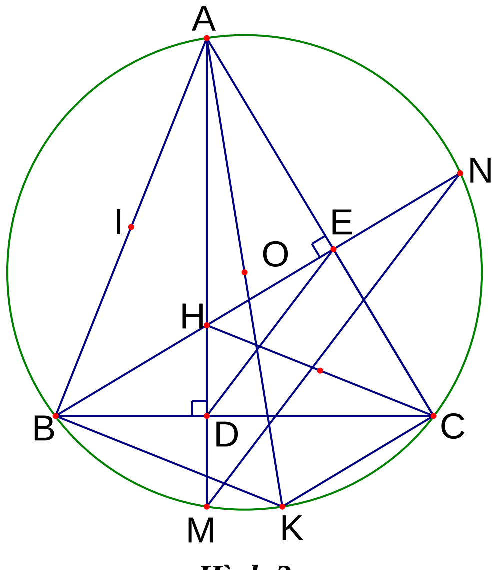
1. (H. 2)

Vì $\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90^0$ nên E, D cùng thuộc đường tròn đường kính AB.

Do đó bốn điểm A, E, D, B nằm trên một đường tròn đường kính AB.

Tâm I của đường tròn chính là trung điểm của AB.

2. Xét đường tròn tâm I :



Hình 2

$\widehat{ADE} = \widehat{ABE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AE)

Xét đường tròn tâm O :

$\widehat{AMN} = \widehat{ABN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN)

hay $\widehat{AMN} = \widehat{ABE}$ (vì E ∈ BN).

Từ đó suy ra $\widehat{ADE} = \widehat{AMN}$.

Hai góc này ở vị trí đồng vị bằng nhau nên DE // MN (đpcm).

3. Gọi H là trực tâm của $\Delta ABC \Rightarrow BH \perp AC$ và $CH \perp AB$ (1)

Kẻ đường kính AK thì $\widehat{ABK} = \widehat{ACK} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

Hay $KB \perp AB$ và $KC \perp AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra BH // KC và CH // KB ⇒ BHCK là hình bình hành.

Do đó CH = BK.

ΔABK vuông tại B nên theo định lí Pitago :

$$BK^2 = AK^2 - AB^2 = 4R^2 - AB^2 \text{ (với R là bán kính của (O)).}$$

$\Rightarrow CH = BK = \sqrt{4R^2 - AB^2}$ (R > AB/2 vì AK > AB)

Xét tứ giác CDHE có $\widehat{HDC} = \widehat{HEC} = 90^0$ nên E, D cùng thuộc đường tròn đường kính CH. Nói cách khác, đường tròn đường kính CH ngoại tiếp ΔCDE. Bán kính của đường tròn này bằng $\frac{CH}{2} = \sqrt{R^2 - \frac{AB^2}{4}}$ không đổi.

Vậy khi điểm C di chuyển trên cung lớn AB thì độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔCDE không đổi.

Bài 5*(0,5 điểm):*

Tìm các cặp số (x ; y) thoả mãn: $(x^2 + 1)(x^2 + y^2) = 4x^2y$

$(x^2 + 1)(x^2 + y^2) = 4x^2y \Leftrightarrow x^4 + x^2y^2 + x^2 + y^2 - 4x^2y = 0$

$\Leftrightarrow (x^4 - 2x^2y + y^2) + (x^2y^2 - 2x^2y + x^2) = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - y)^2 + (xy - x)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y = 0 \\ xy - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, y = 0 \\ y = 1, x = \pm 1 \end{array}\right.$$

Vậy có ba cặp (x ; y) thoả mãn đề bài là : (0 ; 0), (1 ; 1), (-1 ; 1).

Đề số 19

Bài 1(*2 điểm*):

Cho biểu thức $K = \left(\dfrac{x+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{x+1} + \dfrac{x^2-4x-1}{x^2-1}\right) \cdot \dfrac{x+2003}{x}$

1. K xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ x^2-1 \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 0, x \neq \pm 1.$

ĐKXĐ : $x \neq 0, x \neq \pm 1.$

2. $K = \left(\dfrac{x+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{x+1} + \dfrac{x^2-4x-1}{(x-1)(x+1)}\right) \cdot \dfrac{x+2003}{x}$

$= \dfrac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + x^2 - 4x - 1}{(x-1)(x+1)} \cdot \dfrac{x+2003}{x}$

$= \dfrac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 + x^2 - 4x - 1}{(x-1)(x+1)} \cdot \dfrac{x+2003}{x} = \dfrac{x^2-1}{x^2-1} \cdot \dfrac{x+2003}{x} = \dfrac{x+2003}{x}$

Vậy với $x \neq 0, x \neq \pm 1$ thì $K = \dfrac{x+2003}{x}$

3. $K = \dfrac{x+2003}{x} = 1 + \dfrac{2003}{x} \in Z \Leftrightarrow 2003 \vdots x \Leftrightarrow x \in Ư(2003) = \{\pm 1 ; \pm 2003\}$

Do $x \neq \pm 1$ nên $x = \pm 2003$.

Vậy với $x = \pm 2003$ thì K nhận giá trị nguyên.

Bài 2(*2 điểm*):

1. (D) đi qua điểm A(1 ; 2003) nên : $2003 = 1 + m \Rightarrow m = 2002$.

Vậy với x = 2003 thì (D) đi qua điểm A(1 ; 2003)

2. Phương trình đường thẳng $x - y + 3 = 0$ viết lại thành : $y = x + 3$ (D′)

(D) // (D′) $\Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 3$

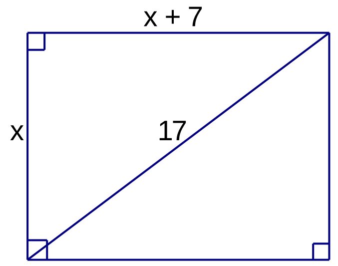
3. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (D) và parabol $y = \dfrac{1}{4}x^2$:

$\dfrac{1}{4}x^2 = x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x - 4m = 0$ (1)

(D) tiếp xúc với parabol $y = \frac{1}{4}x^2 \Leftrightarrow$ (1) có ngiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 4 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy giá trị cần tìm của m là m = -1.

Bài 3*(3 điểm):*



1. Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là x (m). Đk : $x > 0$

Thì chiều dài của hình chữ nhật là x + 7 (m).

Áp dụng định lí Pitago, ta có :

$x^2 + (x + 7)^2 = 17^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 14x + 49 = 289$

$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 120 = 0$

$\Delta = 7^2 + 120 = 169 = 13^2 > 0$

Phương trình trên có hai nghiệm :

$x_1 = -7 - 13 = -20 < 0$ (loại); $x_2 = -7 + 13 = 6 > 0$ (thoả mãn)

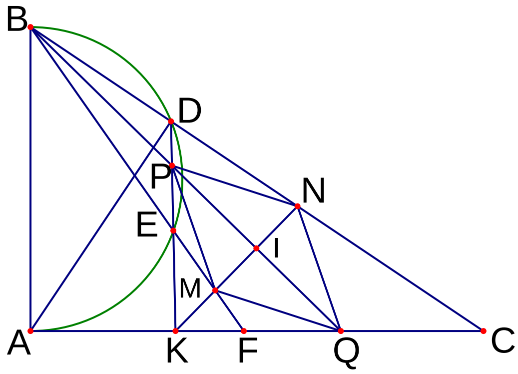
Vậy diện tích của hình chữ nhật là : S = 6.(6 + 7) = 78 (m^2).

2. Đặt $a = \sqrt{2002} > 0,\ b = \sqrt{2003} > 0$. Bất đẳng thức đã cho trở thành :

$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} > a + b \Leftrightarrow a^3 + b^3 > ab(a + b) \Leftrightarrow (a + b)(a^2 - ab + b^2) > a + b$

$\Leftrightarrow (a + b)(a - b)^2 > 0$ (bất đẳng thức này đúng vì $a + b > 0$ và $a \neq b$)

Vậy $\frac{2002}{\sqrt{2003}} + \frac{2003}{\sqrt{2002}} > \sqrt{2002} + \sqrt{2003}$.



Hình 1

Bài 4*(3 điểm):*

1. (H. 1)

Vì $\widehat{ADB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $AD \perp BC$. Suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ với $\widehat{ABD}$) hay $\widehat{BAD} = \widehat{DCF}$

Mà $\widehat{BAD} = \widehat{BED}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BD}$)

Suy ra $\widehat{DCF} = \widehat{BED}$.

Xét tứ giác CDEF có

$\widehat{DCF} + \widehat{DEF} = \widehat{BED} + \widehat{DEF} = 180^0$ ($\widehat{BED}$, $\widehat{DEF}$ là 2 góc kề bù)

$\Rightarrow$ tứ giác CDEF nội tiếp.

2. $\widehat{DEF}$ là góc ngoài của ΔBEP nên : $\widehat{DEF} = \widehat{PBE} + \widehat{BPE}$

$\widehat{BPE}$ là góc ngoài của ΔPKI nên : $\widehat{BPE} = \widehat{PIK} + \widehat{PKI}$

$\Rightarrow \widehat{DEF} = \widehat{PBE} + \widehat{PIK} + \widehat{PKI}$ (1)

$\widehat{BQK}$ là góc ngoài của ΔBQC nên : $\widehat{DCF} = \widehat{IQK} - \widehat{QBC}$

$\widehat{PIK}$ là góc ngoài của ΔIKQ nên : $\widehat{IQK} = \widehat{PIK} - \widehat{QKI}$

$\Rightarrow \widehat{DCF} = \widehat{PIK} - \widehat{QKI} - \widehat{QBC}$ (2)

Mà $\widehat{PBE} = \widehat{QBC}$ (BQ là tia phân giác của $\widehat{CBF}$)

và $\widehat{PKI} = \widehat{QKI}$ (BN là tia phân giác của $\widehat{CKD}$)

nên từ (1) và (2) suy ra

$\widehat{DEF} + \widehat{DCF} = \widehat{PIK} - \widehat{QKI} - \widehat{QBC} + \widehat{PBE} + \widehat{PIK} + \widehat{PKI} = 2\widehat{PIK}$

hay $180^0 = 2\widehat{PIK} \Rightarrow \widehat{PIK} = 180^0 : 2 = 90^0 \Rightarrow BI \perp MN,\ KI \perp PQ,\ MN \perp PQ$.

ΔMBN có BI vừa là đường phân giác vừa là đường cao nên là tam giác cân tại B

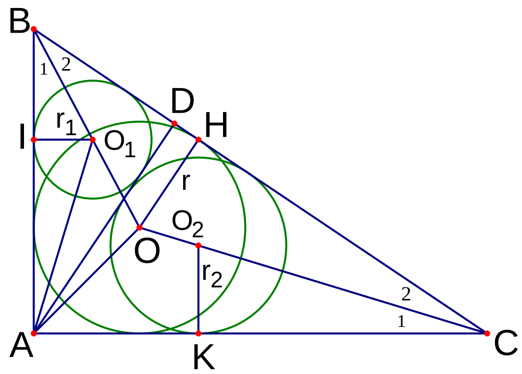
$\Rightarrow$ BI đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh MN $\Rightarrow$ IM = IN.

Tứ giác MPNQ có IM = IN, IP = IQ nên là hình bình hành.

Lại có $MN \perp PQ$ nên MPNQ là hình thoi.

3. (H. 2)

Gọi O, O_1 và O_2 theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, ΔABC và ΔACD.



Hình 2

Suy ra AO_1 là tia phân giác của $\widehat{BAD}$ và CO là tia phân giác của $\widehat{ACB}$, BO_1 là tia phân giác của $\widehat{ABC}$.

$$\Rightarrow \widehat{BAO_1} = \frac{\widehat{BAD}}{2} \text{ và } \widehat{C}_2 = \frac{\widehat{ACB}}{2}$$

Mà $\widehat{BAD} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ với $\widehat{CAD}$) nên $\widehat{BAO_1} = \widehat{C}_2$

Gọi H là tiếp điểm của BC với (O), I là tiếp điểm của AB với (O_1), K là tiếp điểm của AC với (O_2) thì OH = r, $O_1I = r_1$, $O_2K = r_2$ và $OH \perp BC$, $IO_1 \perp AB$, $IO_2 \perp AC$.

Xét ΔBO_1A và ΔBOC có :

$\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$ (vì BO_1 là tia phân giác của $\widehat{ABC}$)

$\widehat{BAO_1} = \hat{C}_2$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta BO_1A \sim \Delta BOC$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{O_1I}{OH} = \dfrac{AB}{BC}$ hay $\dfrac{r_1}{r} = \dfrac{AB}{BC}$

Chứng minh tương tự, ta có $\dfrac{r_2}{r} = \dfrac{AC}{BC}$

Suy ra $\dfrac{r_1^2}{r^2} + \dfrac{r_2^2}{r^2} = \dfrac{AB^2}{BC^2} + \dfrac{AC^2}{BC^2} = \dfrac{AB^2 + AC^2}{BC^2} = 1$ (do $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (đ.l Pitago))

$\Rightarrow r^2 = r_1^2 + r_2^2$ (đpcm).

Đề số 20

Bài 1*(2 điểm):*

Cho biểu thức $K = \left(\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1}\right) \cdot \dfrac{x^2-1}{x^2-x+1}$

a) Để biểu thức K xác định, ta phải có :

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ x^2 - x + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \\ \left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4} \neq 0 \text{ (đúng } \forall x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Vậy ĐKXĐ : $x \neq \pm 1$

b) $K = \left(\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1}\right) \cdot \dfrac{x^2-1}{x^2-x+1}$

$= \dfrac{x+1-x+1}{x^2-1} \cdot \dfrac{x^2-1}{x^2-x+1} = \dfrac{2}{x^2-x+1}$ $(x \neq \pm 1)$

Vì $x^2 - x + 1 = \left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4} \geq \dfrac{3}{4}\ \forall x \Rightarrow K = \dfrac{2}{x^2-x+1} \leq \dfrac{2}{\frac{3}{4}} = \dfrac{8}{3}$

Do đó max $K = \dfrac{8}{3} \Leftrightarrow x - \dfrac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$ (thoả mãn $x \neq \pm 1$).

Vậy với $x = \dfrac{1}{2}$ thì biểu thức K đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{8}{3}$.

Bài 2_(2 điểm):_

Xét phương trình : $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$ (1)

a) Với m = 1 thì (1) trở thành : $2x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(2x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{-1}{2} \end{array}\right.$

Với m = 2 thì (1) trở thành : $2x^2 + 3x + 1 = 0$

Vì a – b + c = 2 – 3 + 1 = 0 nên phương rình trên có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = -1,\ x_2 = -\frac{1}{2}$$

b) Nhận xét, phương trình (1) luôn có một nghiệm $x = -\dfrac{1}{2} < 0$, vì :

$$2\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + (2m-1)\left(\frac{-1}{2}\right) + m - 1 = \frac{1}{2} - m + \frac{1}{2} + m - 1 = 0$$

Vậy phương trình (1) không thể có hai nghiệm dương với mọi giá trị của m.

Bài 3_(2 điểm):_

a) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2y \\ 2(1+2y) + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2y \\ 5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

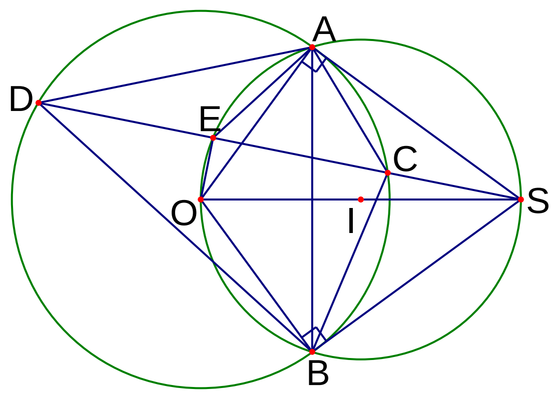
Vậy nghiệm của hệ đã cho là x = 3, y = 1.

b) Ta có

$$\frac{1}{\sqrt{2001} + \sqrt{2000}} > \frac{1}{\sqrt{2002} + \sqrt{2001}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2001} - \sqrt{2000}}{2001 - 2000} > \frac{\sqrt{2002} - \sqrt{2001}}{2002 - 2001}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2001} - \sqrt{2000} > \sqrt{2002} - \sqrt{2001} \Rightarrow \sqrt{2000} - 2\sqrt{2001} + \sqrt{2002} < 0 \text{ (đpcm)}$$

Bài 4_(4 điểm):_



a) Gọi I là trung điểm của OS.

Theo tính chất tiếp tuyến, ta có :

$$\widehat{SAB} = \widehat{SBA} = 90^0$$

$\Rightarrow$ A, B cùng thuộc đường tròn tâm I, đường kính OS (1)

Theo tính chất đường kính và dây cung, ta có :

$$OE \perp CD \text{ hay } \widehat{OES} = 90^0$$

$\Rightarrow$ E thuộc đường tròn tâm I, đường kính OS (2)

Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm S, A, E, O, B cùng thuộc đường tròn tâm I, đường kính OS.

b) Ta có OA = OB (bán kính của (O)), SA = SB (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Do đó, nếu SA = OA thì SA = SB = OA = OB $\Rightarrow$ SAOB là hình thoi.

Mà $\widehat{SAB} = \widehat{SBA} = 90^0$ $\Rightarrow$ SAOB là hình vuông.

Vậy nếu SA = OA thì SAOB là hình vuông.

c) Xét đường tròn (I) : $\widehat{BAE} = \widehat{BSE}$ (3) (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{EOB}$)

Xét đường tròn (O) :

$\widehat{BSE} = \widehat{BSD} = \frac{1}{2}(\text{sđ } \overset{\frown}{BD} - \text{sđ } \overset{\frown}{BC})$ ($\widehat{BSD}$ là góc có đỉnh ở ngoài đường tròn (O)).

Mà $\widehat{BAC} = \frac{1}{2}\text{sđ } \overset{\frown}{BC}$; $\widehat{BAD} = \frac{1}{2}\text{sđ } \overset{\frown}{BD}$

$\Rightarrow \widehat{BSE} = \widehat{BSD} = \widehat{BAD} - \widehat{BAC}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra : $\widehat{CAE} = \widehat{BAE} + \widehat{BAC} = \widehat{BAD} - \widehat{BAC} + \widehat{BAC}$ hay $\widehat{CAE} = \widehat{BAD}$

Xét ΔACE và ΔABD có :

$\widehat{CAE} = \widehat{BAD}$ (chứng minh trên)

$\widehat{ACE} = \widehat{ABD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD).

$\Rightarrow \Delta ACE \sim \Delta ABD$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BD} \Rightarrow AB.CE = AC.BD\,(1)$$

Xét ΔAED và ΔACB có :

$\widehat{DAE} = \widehat{BAC}$ $(= \widehat{BAD} - \widehat{BAE} = \widehat{CAE} - \widehat{BAE})$

$\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

$\Rightarrow \Delta AED \sim \Delta ACB$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{DE}{BC} \Rightarrow AB.DE = AD.BC(2)$

Từ (1) và (2) suy ra :

AB.(CF + DE) = AC.BD + AD.BC hay AB.CD = AC.BD + AD.BC (3)

Xét ΔSAC và ΔSDA có :

$\widehat{ASD}$ chung.

$\widehat{SDA} = \widehat{SAC}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và một dây cung cùng chắn cung AC).

$\Rightarrow \Delta SAC \sim \Delta SDA$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{SA}{SD} = \dfrac{AC}{AD}$ (4)

Chứng minh tương tự, ta cũng có ΔSBC ~ ΔSDB (g.g) $\Rightarrow \dfrac{SB}{SD} = \dfrac{BC}{BD}$ (5)

Vì SA = SB (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau), nên từ (4) và (5) suy ra :

$$\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD} \Rightarrow AC.BD = AD.BC \qquad (6)$$

Từ (3) và (6) suy ra $AC.BD = BC.DA = \dfrac{AB.CD}{2}$ (đpcm).

Đề số 21

Bài 1(*2 điểm*):

a) $x = \sqrt{50} - \sqrt{32} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow x = y;$

b) $x = \sqrt{6\sqrt{7}} > 0,\ y = \sqrt{7\sqrt{6}} > 0 \Rightarrow x^2 = 6\sqrt{7},\ y^2 = 7\sqrt{6}$

$\Rightarrow x^4 = 36.7 = 252,\ y^4 = 49.6 = 294 \Rightarrow x^4 < y^4 \Rightarrow x < y$ (vì x, y > 0).

c) $x - y = 1999a - 2000$

- Nếu $1999a - 2000 < 0 \Leftrightarrow a < \dfrac{2000}{1999}$ thì $x - y < 0 \Rightarrow x < y$.
- Nếu $1999a - 2000 = 0 \Leftrightarrow a = \dfrac{2000}{1999}$ thì $x - y = 0 \Rightarrow x = y$.
- Nếu $1999a - 2000 > 0 \Leftrightarrow a > \dfrac{2000}{1999}$ thì $x - y > 0 \Rightarrow x > y$.

Bài 2(*2 điểm*):

Cho biểu thức : $A = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x^3}-x}{\sqrt{x}-1}$

a) ĐKXĐ : $x > 1$

$$A = \frac{1}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x^3}-x}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}+\sqrt{x-1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x-1}-\sqrt{x})(\sqrt{x-1}-\sqrt{x})} + \frac{x(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{2\sqrt{x-1}}{-1} + x = x - 2\sqrt{x-1} = x - 1 - 2\sqrt{x-1} + 1 = (\sqrt{x-1}-1)^2$$

Vậy $A = (\sqrt{x-1}-1)^2$ (với $x > 1$)

b) Ta có $x = \dfrac{53}{9-2\sqrt{7}} = \dfrac{53(9-2\sqrt{7})}{(9-2\sqrt{7})(9+2\sqrt{7})} = \dfrac{53(9-2\sqrt{7})}{53} = 9-2\sqrt{7} > 1$ t/m ĐKXĐ.

Khi đó $A = [\sqrt{8-2\sqrt{7}}-1]^2 = [\sqrt{(\sqrt{7}-1)^2}-1]^2 = (\sqrt{7}-1-1)^2 = (\sqrt{7}-2)^2$

$$A = 11 - 4\sqrt{7}$$

Vậy với $x = \dfrac{53}{9-2\sqrt{7}}$ thì $A = 11 - 4\sqrt{7}$.

c) Vì $(\sqrt{x-1}-1)^2 \geq 0\ \forall x > 1 \Rightarrow A > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}-1 \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 2$

Vậy với $x > 1$, $x \neq 2$ thì $A > 0$.

Bài 3*(2 điểm):*

a) Đặt $x + y = t$, phương trình thứ nhất của hệ trở thành : $2t^2 - 5t - 7 = 0$

Vì $a - b + c = 2 - (-5) - 7 = 0$, nên phương trình có hai nghiệm $t_1 = -1$, $t_2 = 7$.

- Với $t_1 = -1$, ta có hệ : $\begin{cases} x + y = -1 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$
- Với $t_2 = 7$, ta có hệ : $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm $(x ; y)$: $(2 ; -3)$, $(6 ; 1)$.

b) Xét $mx^2 + 2(m + 1)x + 4 = 0$ (1)

- Nếu $m = 0$, (1) trở thành : $2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.
- Nếu $m \neq 0$, (1) có : $\Delta' = (m + 1)^2 - 4m = (m - 1)^2$

+ Với m = 1 thì $\Delta' = 0$, khi đó (1) có nghiệm kép : $x_1 = x_2 = \dfrac{-(m+1)}{m} = -2$.

+ Với m ≠ 1 thì $\Delta' > 0\ \forall m$, khi đó (1) có hai nghiệm phân biệt :

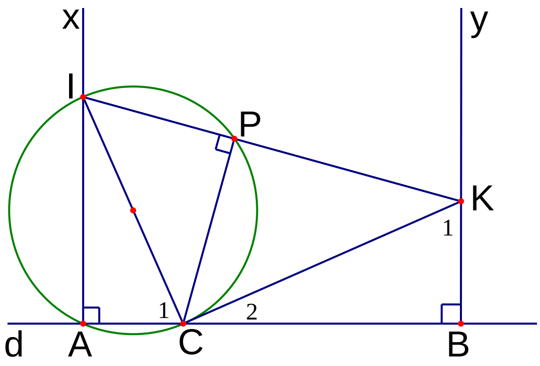
$$x_1 = \frac{-(m+1)+(m-1)}{m} = \frac{-2}{m};\ x_2 = \frac{-(m+1)-(m-1)}{m} = -2.$$

Vậy :

- Với m = 0, thì phương trình (1) có một nghiệm x = 2.
- Với m = 1, thì phương trình (1) có nghiệm kép : $x_1 = x_2 = -2$.
- Với m ≠ 0 và m ≠ 1, hì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{-2}{m}$;

  $x_2 = -2$

Bài 4(*3 điểm):*



a) Vì P thuộc đường tròn đường kính IC nên $\widehat{CPI} = 90^0 \Rightarrow \widehat{CPK} = 90^0$

Tứ giác BCPK có: $\widehat{CPK} + \widehat{CBK} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

nên nội tiếp được đường tròn.

b) Vì $\widehat{ICP} = 90^0 \Rightarrow \widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = 90^0$.

Mà $\widehat{K}_1 + \widehat{C}_2 = 90^0$ (vì ΔKBC vuông tại B)

$\Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{K}_1$

Xét ΔIAC và ΔCBK có : $\widehat{IAC} = \widehat{KBC} = 90^0$, $\widehat{C}_1 = \widehat{K}_1$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta IAC \sim \Delta CBK$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AI}{BC} = \dfrac{AC}{BK} \Rightarrow AI.BK = AC.BC$ (đpcm).

c) $S_{ABKI} = \dfrac{AB}{2}\cdot(BK + AI)$, $BK = \dfrac{AC.BC}{AI}$

Vì AB và AI không đổi (do A, B, I cố định) nên S_{ABKI} max

$\Leftrightarrow$ BK max $\Leftrightarrow$ AC.BC max.

Do tổng AC + BC = AB không đổi nên AC.BC max

$\Leftrightarrow$ AC = BC $\Leftrightarrow$ C là trung điểm của AB.

Vậy để diện tích hình thang vuông ABKI max thì C phải là trung điểm của AB.

Đề số 22

Bài 1*(2 điểm):*

a) ĐKXĐ : $x \neq 0$; b) $x \neq 0$ và $x \neq 2$; c) $-1 \leq x \neq 0$; d) $x < 1$

Bài 2*(1 điểm):*

ĐKXĐ : $x \neq -1$.

Từ phương trình đã cho suy ra :

$9 + (x + 1)^2 = 6(x + 1) \Leftrightarrow (x + 1)^2 - 6(x + 1) + 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy $S = \{2\}$.

Bài 3*(1,5 điểm):*

a) Với m = 1, hệ đã cho trở thành : $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

Với m = 1 thì hệ đã cho có nghiệm (x ; y) là (3 ; 1)

b) $\begin{cases} x - my = 2 \\ 2x + (m-1)y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = my + 2 \\ 2(my+2) + (m-1)y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = my + 2 \\ (3m-1)y = 2 \end{cases}$

Để hệ đã cho có nghiệm thì phương trình :

$(3m - 1)y = 2$ phải có nghiệm $\Leftrightarrow 3m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow$

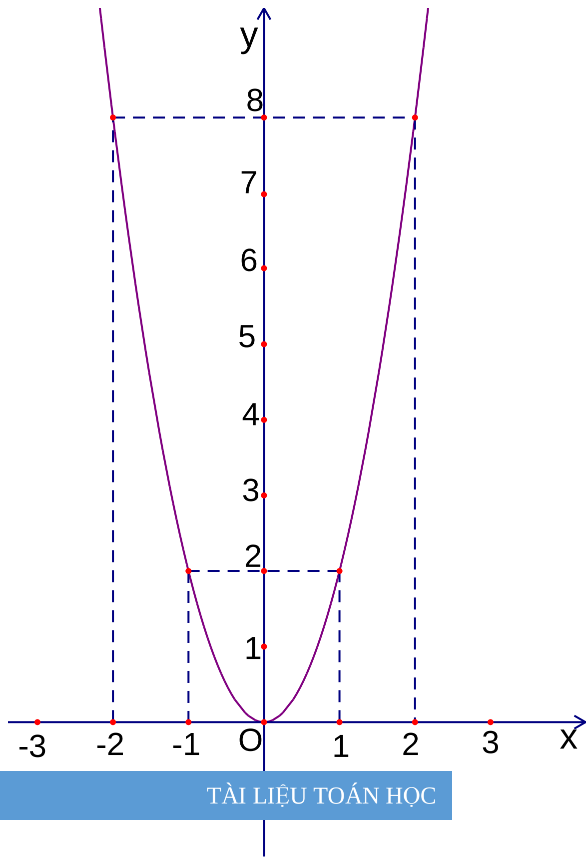
$$m \neq \frac{1}{3}$$

Vậy với $m \neq \frac{1}{3}$ thì hệ đã cho có nghiệm.

Bài 4*(2 điểm):*

a) Vẽ đồ thị hàm số (P) : $y = 2x^2$

- Sự biến thiên :



Vì a = 2 > 0 nên hàm số đồng biến với x > 0 và nghịch biến với x < 0.

- Đồ thị :

Bảng một số cặp toạ độ điểm (x ; y) thuộc đồ thị hàm số.

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là một Parabol (P) với đỉnh O, đi qua các cặp điểm (x ; y) ở trên, nhận Oy làm trục đối xứng và nằm phía trên trục hoành.

b) Phương trình đường thẳng cần tìm có dạng : y = ax + b (d)

Vì (d) đi qua điểm (0 ; -2) nên b = -2.

Để (d) tiếp xúc với (P) thì phương trình hoành độ giao điểm :

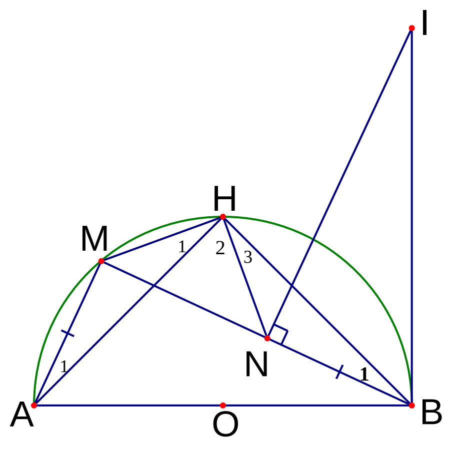
$$2x^2 = ax - 2 \Leftrightarrow 2x^2 - ax + 2 = 0 \text{ phải có nghiệm kép.}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = a^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 4.$$

Có hai phương trình đường thẳng đi qua điểm (0 ; -2) và tiếp xúc với (P) là :

$$y = 4x - 2 \text{ và } y = -4x - 2$$

Bài 5*(3,5 điểm):*



a) Dễ thấy $\widehat{AHB} = \widehat{AMB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) và HA = HB (vì H nằm chính giữa cung AB).

Xét ΔAMH và ΔBNH có :

AM = BN (giả thiết)

$\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overparen{MH}$)

HA = HB (chứng minh trên)

$\Rightarrow$ ΔAMH = ΔBNH (c.g.c)

b) Vì ΔAMH = ΔBNH (chứng minh trên) nên HM = HN và $\widehat{H}_1 = \widehat{H}_3$

ΔMHN có $\widehat{MHN} = \widehat{H}_1 + \widehat{H}_2 = \widehat{H}_3 + \widehat{H}_2 = \widehat{AHB} = 90^0$ và HM = HN nên là tam giác vuông cân tại H.

c) Gọi I là giao điểm của tiếp tuyến của (O) tại B và đường thẳng vuông góc với BM tại N là I.

Xét ΔAMB và ΔMNI có :

$$\widehat{AMB} = \widehat{BNI} = 90^0$$

AM = BN (giả thiết)

$$\widehat{MAB} = \widehat{NBI}\ \left(= \frac{1}{2}\text{sđ}\ \overset{\frown}{BHM}\right)$$

$\Rightarrow \Delta AMB = \Delta MNI$ (g.c.g) $\Rightarrow$ AB = BI.

Do AB cố định nên tiếp tuyến tại B cố định $\Rightarrow$ I cố định.

Vậy khi M chuyển động trên cung AH thì đường vuông góc với BM kẻ từ N luôn đi qua một điểm cố định ở trên tiếp tuyến của nửa đường tròn tại điểm B.

Đề số 23

Bài 1*(2 điểm):*

ĐKXĐ : $x \neq -1$, $x \neq 3$

a) $$A = \frac{(2x-3)(x-1)^2 - 4(2x-3)}{(x+1)^2(x-3)} = \frac{(2x-3)[(x-1)^2 - 4]}{(x+1)^2(x-3)} = \frac{(2x-3)(x-3)(x+1)}{(x+1)^2(x-3)}$$

$$A = \frac{2x-3}{x+1}$$

b) $A = 3 \Rightarrow \dfrac{2x-3}{x+1} = 3 \Rightarrow 2x - 3 = 3(x+1) \Leftrightarrow x = -6$ (thoả mãn ĐKXĐ)

Vậy với x = -6 thì A = 3.

Bài 2*(2 điểm):*

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 5 = 0$

a) Với m = 1, phương trình đã cho trở thành : $x^2 - 4x - 4 = 0$

Phương trình này có $\Delta' = 4 + 4 = 8 > 0$ nên có hai nghiệm phân biệt :

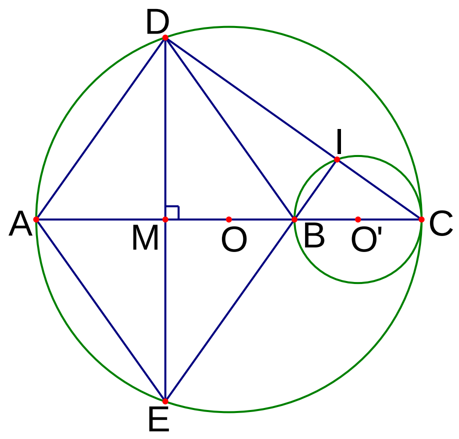
$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{8} = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

Vậy với m = 1 thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt : $x_{1,2} = 2 \pm 2\sqrt{2}$

b) Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 5) \geq 0$

$\Leftrightarrow 2m + 6 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -3.$

Vậy m ≥ -3.



Bài 3(*3 điểm*):

a) $AC \perp DE$ tại M $\Rightarrow$ M là trung điểm của DE.

Tứ giác ADBE có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình thoi.

b) Dễ thấy $\widehat{ADC} = \widehat{BIC} = 90^0 \Rightarrow AD \perp CD, BI \perp CD$

Do đó BI // AD.

c) Ta có EB // AD (vì ADBE là hình thoi) và $AD \perp CD$ nên $EB \perp CD$.

Qua B có EB và BI cùng vuông góc với CD nên E, B, I thẳng hàng.

Bài 4(*3 điểm*):

Cho hai hàm số $y = -\frac{mx}{2} + 4$ (1) và $y = -\frac{x-4}{1-m}$ (2) $(m \neq 1)$

a) Bạn đọc tự giải

b) Bạn đọc tự giải

c) Hoành độ giao điểm của (1) và (2) là nghiệm của phương trình :

$-\frac{mx}{2} + 4 = -\frac{x-4}{1-m} \Leftrightarrow m(m-1)x + 8 - 8m = -2x + 8 \Leftrightarrow (m^2 - m + 2)x = 8m$

$\Leftrightarrow x = \frac{8m}{m^2 - m + 2}$ (vì

$$m^2 - m + 2 = (m - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0 \ \forall m \neq 1)$$

Khi đó $y = -\frac{m}{2} \cdot \frac{8m}{m^2 - m + 2} + 4 = \frac{-4m^2 + 4(m^2 - m + 2)}{m^2 - m + 2} = \frac{8 - 4m}{m^2 - m + 2}$.

Vậy toạ độ giao điểm của (1) và (2) là $\left(\frac{8m}{m^2 - m + 2}; \frac{8 - 4m}{m^2 - m + 2}\right)$

Đề số 24

Bài 1 (*2 điểm*):

a) $x = \sqrt{27} - \sqrt{2} = 3\sqrt{3} - \sqrt{2} > 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ mà $y = \sqrt{3} < 2\sqrt{3} \Rightarrow x < y$.

b) $x=\sqrt{5\sqrt{6}} \Rightarrow x^4 = 5^2.6 = 150$; $y=\sqrt{6\sqrt{5}} \Rightarrow y^4 = 6^2.5 = 180$

$\Rightarrow x^4 < y^4 \Rightarrow x < y$ (vì x, y > 0)

c) Xét hiệu $x - y = 2m - (m+2) = m - 2$. Ta xét ba trường hợp :

d) Nếu $m < 2 \Rightarrow m - 2 < 0 \Rightarrow x < y$.

- Nếu $m = 2 \Rightarrow m - 2 = 0 \Rightarrow x = y$.
- Nếu $m > 2 \Rightarrow m - 2 > 0 \Rightarrow x > y$.

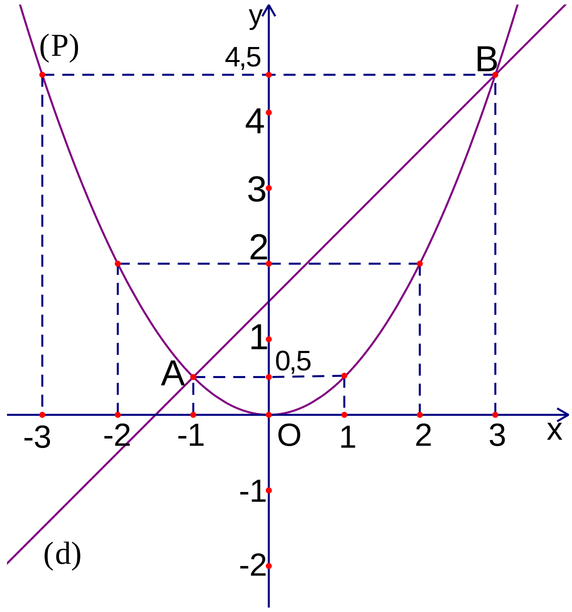
Bài 2 *(2 điểm):*

a) (H. 1)

**) Vẽ đồ thị hàm số* $y = \dfrac{x^2}{2}$

- Sự biến thiên :

Vì a = $\dfrac{1}{2}$ > nên hàm số đồng biến với x > 0 và nghịch biến với x < 0.



Hình 1

- Đồ thị :

Bảng một số cặp toạ độ điểm (x ; y) thuộc đồ thị hàm số.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2}{2}$ là một Parabol (P) với đỉnh O, đi qua các cặp điểm (x ; y) ở trên, nhận Oy làm trục đối xứng và nằm phía trên trục hoành.

**) Vẽ đồ thị hàm số* $y = x + \dfrac{3}{2}$

- Cho x = -1 $\Rightarrow$ y = 0,5, ta được điểm A (-1 ; 0,5).

- Cho x = 3 $\Rightarrow$ y = 4,5, ta được điểm B(3 ; 4,5)

Đồ thị hàm số $y = x + \dfrac{3}{2}$ là một đường thẳng (d) đi qua hai điểm A và B.

b) $\sqrt{2x+3} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 2x + 3 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x + \dfrac{3}{2} = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

Nghiệm của phương trình đã cho chính là hoành độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) ở phía bên phải trục tung (do $x \ge 0$).

Nhìn vào đồ thị ta thấy hoành độ giao điểm của (P) và (d) bên phải trục tung là x = 3.

Vậy nghiệm của phương trình : $\sqrt{2x+3} = x$ là $x = 3$.

Bài 3 *(3 điểm):*

a) Với k = -1, (1) trở thành : $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0, x_2 = -1$.

Với k = -4, (1) trở thành : $x^2 + x - 3 = 0$

$\Delta = 1 + 12 = 13 > 0$ nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{13}}{2},\ x_2 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$$

Vậy với k = -1 thì phương trình (1) có hai nghiệm là $x_1 = 0, x_2 = -1$;

với k = -1 thì phương trình (1) có hai nghiệm là $x_{1,2} = \dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

b) Phương trình (2) có một nghiệm bằng $\sqrt{2}$ thì :

$$(\sqrt{2})^2 - (k+2)\sqrt{2} + 2k + 4 = 0 \Leftrightarrow (2-\sqrt{2})k = 2\sqrt{2} - 6$$

$$\Leftrightarrow \quad k = \frac{2\sqrt{2}-6}{2-\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{2}-6)(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} = \frac{4\sqrt{2}+4-12-6\sqrt{2}}{4-2} = \frac{-2(\sqrt{2}+4)}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad k = -4-\sqrt{2}$$

Vậy với $k = -4-\sqrt{2}$ thì phương trình (2) có một nghiệm bằng $\sqrt{2}$.

c) Hai phương trình (1) và (2) tương đường khi xảy ra 2 trường hợp sau:

- TH1 : (1) và (2) cùng vô nghiệm.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} = 1 - 4(k+1) < 0 \\ \Delta_{(2)} = (k+2)^2 - 4(2k+4) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-4k < 0 \\ (k+2)^2 - 8(k+2) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4k > -3 \\ (k+2)(k-6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > \dfrac{-3}{4} \\ -2 < k < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-3}{4} < k < 6$$

- TH2 : (1) và (2) có cùng tập nghiệm.

Từ (1) suy ra : $k + 2 = 1 - x - x^2$, thay vào (2) ta được :

$$x^2 - (1 - x - x^2)x + 2(1 - x - x^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - x + x^2 + x^3 + 2 - 2x - 2x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2$$

Với x = 1 hoặc x = -2, ta đều được k = -3, khi đó (1) và (2) cùng trở thành :

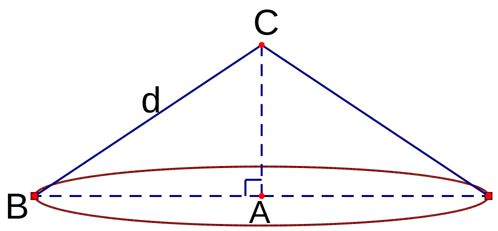
$$x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1;\ x_2 = -2$$

Do đó hai phương trình (1) và (2) có cùng tập nghiệm S = {1 ; -2) nên chúng tương đương.

Vậy để hai phương trình (1) và (2) tương đương thì $k = -3$ hoặc $\frac{-3}{4} < k < 6$

Bài 4 *(0,5 điểm):*

(H. 2).



Hình 2

ΔABC vuông tại A có $\widehat{B} = 30^0$ nên $AC = \frac{BC}{2} = \frac{d}{2}$

$AB^2 = BC^2 - AC^2$ (định lí Pitago)

$AB^2 = d^2 - AB^2 = d^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{3d^2}{4} \Rightarrow AB = \frac{3\sqrt{d}}{2}$

Hình nón có đáy là đường tròn tâm A bán kính AB, chiều cao là AC.

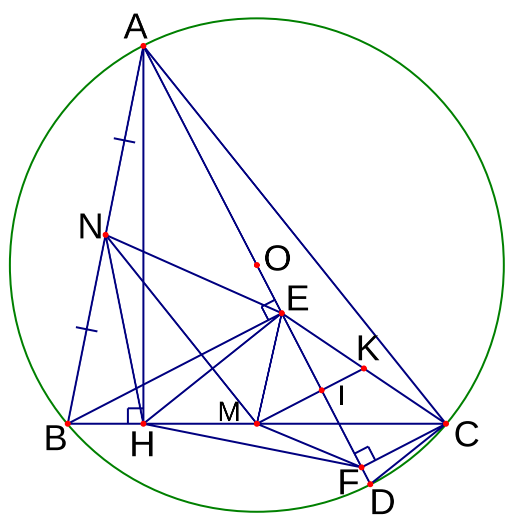
Thể tích của hình nón tạo thành là : $V_{nón}$ =

$$\frac{1}{3}\pi AB^2.AC = \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot\frac{3d^2}{2}\cdot\frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{4}$$

Bài 5 *(2,5 điểm):*

a) (H. 3)

CM bốn điểm A, B, H, E cùng thuộc đường tròn tâm N.



Hình 3

Vì $\overset{\frown}{AEB} = \overset{\frown}{AHB} = 90^0$ nên H, E cùng nằm trên đường tròn đường kính AB. Mà N là trung điểm của AB.

Suy ra bốn điểm A, B, H, E cùng thuộc đường tròn tâm N, bán kính $\frac{AB}{2}$.

Chứng minh HE // CD:

Tứ giác ABHE nội tiếp đường tròn tâm N, nên :

$\widehat{BAE}+\widehat{BHE}=180^0$ (tổng 2 góc đối của tứ giác nội tiếp),

mà $\widehat{EHC}+\widehat{BHE}=180^0$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow$ $\widehat{BAE}=\widehat{EHC}$ (cùng bù với $\widehat{BHE}$) hay $\widehat{BAD}=\widehat{EHC}$ (1)

Mặt khác, $\widehat{BCD}=\widehat{BAD}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BD}$) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BCD}=\widehat{EHC}$.

Hai góc này ở vị trí so le trong nên HE // CD.

b) Gọi K là trung điểm của EC, I là giao điểm của MC với ED.

ΔBCE có MB = MC (gt), KE = KC (cách dựng) nên MK là đường trung bình.

$\Rightarrow$ MK // BE; mà BE ⊥ AD (gt)

$\Rightarrow$ MK ⊥ AD (quan hệ vuông góc-song song) hay MK ⊥ ED (3)

Lại có CF ⊥ AD (gt) $\Rightarrow$ MK // CF hay KI // CF.

ΔECF có KI // CF, KE = KC nên IE = IF (4)

Từ (3) và (4) suy ra MK là đường trung trực của EF $\Rightarrow$ ME = MF (5)

Xét ΔABC có MB = MC, NB = NA (gt) nên MN là đường trung bình $\Rightarrow$ NM // AC.

Ta lại có HE // CD (câu a)), $\widehat{ACD}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)) hay AC ⊥ CD nên HE ⊥ AC (quan hệ vuông góc-song song)

Suy ra NM ⊥ HE (vì NM // AC, HE ⊥ AC).

Xét đường tròn tâm N có HE là dây cung, NM ⊥ HE nên NM đi qua trung điểm của HE.

Do đó NM là đường rung trực của HE. Suy ra MH = ME (6)

Từ (5) và (6) suy ra MH = ME = MF.

Vậy M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔHEF.

Đề số 25

Bài 1 *(1 điểm):*

a) $a^3 + 1 = (a + 1)(a^2 – a + 1)$.

b) $\sqrt{8}-\sqrt{5}-2+\sqrt{10}=(\sqrt{8}-2)+(\sqrt{10}-\sqrt{5})=(\sqrt{2}-1)(2+\sqrt{5})$.

Bài 2 *(3 điểm):*

a) Điểm $A(-\sqrt{3}\ ;\ 6)$ nằm trên Parabol (P) : $y = ax^2$ nên : $6 = a.(-\sqrt{3})^2 \Rightarrow a = 2$.
Vậy giá trị a cần tìm là a = 2 (Parabol (P) : $y = 2x^2$)

b) Phương trình đường thẳng (d) có dạng : y = ax + b.
Vì (d) đi qua hai điểm B(1 ; 0) và C(2 ; 8) nên ta có hệ :

$$\begin{cases} a+b=0 \\ 2a+b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=-8 \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng (d) là : y = 8x – 8.

c) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là :

$$2x^2 = 8x - 8 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Suy ra (d) tiếp xúc với (P) tại điểm có toạ độ C(2 ; 8).

Bài 3 *(2 điểm):*

ĐKXĐ : $x \neq \pm\sqrt{2}$.

Từ phương trình đã cho suy ra :

$$5\sqrt{2}(x+\sqrt{2}) - 7(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) = 5x(x-\sqrt{2})$$

$$\Leftrightarrow \quad 5\sqrt{2}x + 10 - 7x^2 + 14 = 5x^2 - 5\sqrt{2}x$$

$$\Leftrightarrow \quad 12x^2 - 10\sqrt{2}x - 4 = 0 \quad \Leftrightarrow 6x^2 - 5\sqrt{2}x - 2 = 0 \quad (*)$$

$\Delta = (-5\sqrt{2})^2 + 6.2 = 62 > 0$. Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt :

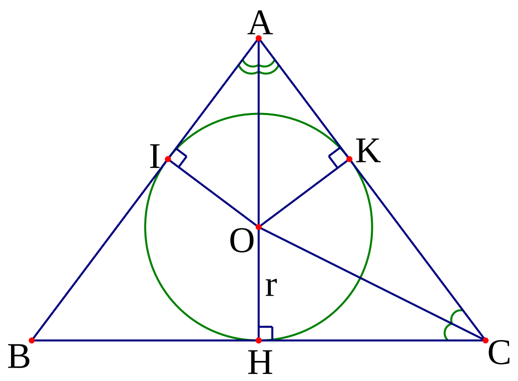
$x_1 = \dfrac{5\sqrt{2}-\sqrt{62}}{12}$; $x_2 = \dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{62}}{12}$ (đều thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy pt đã cho có hai nghiệm phân biệt là
$x_1 = \dfrac{5\sqrt{2}-\sqrt{62}}{12}, x_2 = \dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{62}}{12}$

Bài 4 *(1,5 điểm):*

a) *(Hình 1)*

Kẻ đường cao AH. Tam giác ABC cân tại A nên AH vừa là đường phân giác vừa là đường trung tuyến. Suy ra HB = HC = BC : 2 = 3cm.



Hình 1

Áp dụng định lí Pitago cho $\triangle$AHC, ta có :

$$AH^2 = AC^2 - HC^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$$

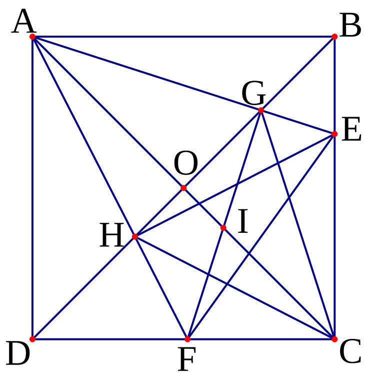
$\Rightarrow$ AH = 4 (cm).

b) Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, r là bán kính của đường tròn đó ;
Điểm O chính là giao điểm của ba đường phân giác nên O $\in$ AH $\Rightarrow$ OH $\perp$ BC. Gọi I và K lần lượt là tiếp điểm của (O) với AB và AC thì OI $\perp$ AB và OK $\perp$ AC.

Ta có : $S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OBC} + S_{OCA}$ hay $\frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}r.AB + \frac{1}{2}r.BC + \frac{1}{2}r.AC$

$$\Rightarrow r = \frac{AH.BC}{AB+BC+AC} = \frac{4.6}{5+6+5} = 1,5 \text{ (cm)}.$$

Vậy độ dài đường tròn nội tiếp ΔABC là C = $2\pi r \approx$ 2.3,14.1,5 = 9,42 cm.



Hình 2

Bài 5 *(2 điểm):*

a) *(Hình 2)*

*) *Chứng minh tứ giác ADFG nội tiếp.*

ABCD là hình vuông nên $\widehat{BDC} = \widehat{DBC} = 45^0$

Xét tứ giác ADFG có :

$$\widehat{GAF} = \widehat{EAF} = 45^0 \text{ và } \widehat{GDF} = \widehat{BDC} = 45^0.$$

Hai đỉnh liên tiếp A và D cùng nhìn cạnh GF dưới một góc bằng 45^0 nên tứ giác ADFG nội tiếp.

*) *Chứng minh tứ giác GHFE nội tiếp.*

Chứng minh tương tự như trên ta có tứ giác ABEH nội tiếp.

Tứ giác ADFG nội tiếp nên $\widehat{AGF} + \widehat{ADF} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{AGF} = 180^0 - \widehat{ADF} = 180^0 - 90^0 = 90^0 \Rightarrow \widehat{EGF} = 90^0$.

Tứ giác ABEH nội tiếp nên $\widehat{AHE} + \widehat{ABE} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{AHE} = 180^0 - \widehat{ABE} = 180^0 - 90^0 = 90^0 \Rightarrow \widehat{EHF} = 90^0$.

Xét tứ giác GHFE có hai đỉnh liên tiếp G và H cùng nhìn cạnh EF dưới một góc 90^0 nên là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của AC và GF.
Tứ giác ABCD là hình vuông nên đường chéo BD là trục đối xứng của AC
$\Rightarrow$ GA = GC, HA = HC. Do đó ΔAGH = ΔCGH (c-c-c) $\Rightarrow S_{AGH} = S_{CGH}$.

ΔAGF vuông cân tại G (vì $\widehat{AGF} = 90^0$ và $\widehat{GAF} = 45^0$) nên $\widehat{GFA} = 45^0$; ABCD là hình vuông nên $\widehat{ECA} = \widehat{BCA} = 45^0$. Suy ra $\widehat{GFA} = \widehat{ECA}$ $(= 45^0)$.

Mặt khác, ΔAGI vuông tại G có GO $\perp$ AI (vì BD $\perp$ AC, BD là đường trung trực của AC) nên $\widehat{GAI} = \widehat{EGI}$ (vì cùng phụ với $\widehat{AGO}$) hay $\widehat{EAC} = \widehat{HGF}$.

Xét ΔAEC và ΔGHF có $\widehat{GFA} = \widehat{ECA}$ và $\widehat{GAI} = \widehat{HGF}$ (chứng minh trên) nên ΔAEC ~ ΔGHF (g.g). Suy ra : $\dfrac{AE}{GH} = \dfrac{AC}{GF} \Rightarrow AE.GF = AC.GH$ (1)

Tứ giác AGCH có hai đường chéo vuông góc (AC $\perp$ GH) nên $S_{AGCH} = \dfrac{1}{2}AC.GH$ (2)

ΔAEF có đường cao FG ứng với cạnh AE nên $S_{AEF} = \dfrac{1}{2}AE.GF$ (3)

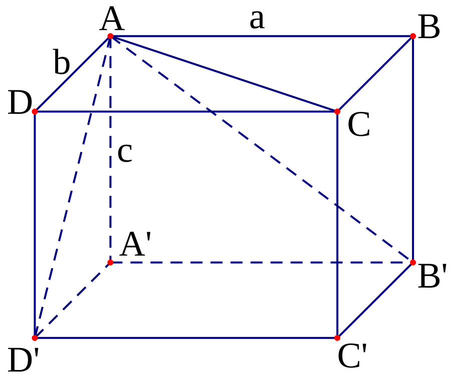
Từ (1), (2) và (3) suy ra : $S_{AGCH} = S_{AEF} \Leftrightarrow S_{AGH} + S_{CGH} = S_{AGH} + S_{GHFE}$

$\Rightarrow S_{CGH} = S_{GHFE}$ (đpcm)

Bài 6 *(0,5 điểm)*

Đặt AB = a, AD = BC = b, AA′ = DD′ = c (H. 3)

Áp dụng định lí Pitago cho các tam giác vuông ABC, ADD′ và ABB′, ta có :



Hình 3

$AB^2 + BC^2 = AC^2$ hay $a^2 + b^2 = 34$ (1)

$AD^2 + DD'^2 = AD'^2$ hay $b^2 + c^2 = 41$ (2)

$BB'^2 + AB^2 = AB'^2$ hay $c^2 + a^2 = 25$ (3)

Cộng (1), (2), (3) vế theo vế, ta được :

$2(a^2 + b^2 + c^2) = 100 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 50$ (4)

Từ (1), (2), (3) và (4) suy ra $a^2 = 9$, $b^2 = 25$, $c^2 = 16$

$\Rightarrow$ a = 3 (cm), b = 5(cm), c = 4 (cm)

Vậy thể tích của hình hộp ABCD.A′B′C′D′ là : V = abc = 3.5.4 = 60 (cm^3).

: