

ĐỀ 7: ĐA THỨC

Dạng 1: Xác định đa thức
Dạng 2: Tính giá trị của đa thức
Dạng 3: Dấu của đa thức
Dạng 4: Tìm giá trị của biến (tham số) để phép chia là phép chia hết
Dạng 5: Nghiệm của đa thức

Dạng 4. Tìm giá trị của biến (tham số) để phép chia là phép chia hết.

Câu 1. (HSG 7 huyện Lục Ngạn Tỉnh Bắc Giang 2022 - 2023)

Tìm số dư trong phép chia đa thức $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ cho đa thức $g(x) = x - 2$.

Lời giải

Theo định lí Bozu, số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho đa thức bậc nhất $g(x) = x - 2$ sẽ bằng $f(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 1 = 21$

Vậy số dư phép chia đa thức $f(x)$ cho đa thức bậc nhất $g(x)$ là 21.

Câu 2. (HSG 7 Đề giao lưu HSG Lạng Giang 2022 - 2023)

Đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ có a, b, c là các số nguyên và $a \neq 0$ thức. Biết với mọi giá trị nguyên của x thì $f(x)$ chia hết cho 7. Chứng minh a, b, c cũng chia hết cho 7.

Lời giải

$f(x) = ax^2 + bx + c \equiv 0 \pmod{7}$ với mọi giá trị nguyên của x .

+ Với $x = 0$

$$\Rightarrow f(0) = c \equiv 0 \pmod{7}$$

+ Với $x = 1$

$$\Rightarrow f(1) = (a + b + c) \equiv 0 \pmod{7}$$

Mà $c \equiv 0 \pmod{7}$ (cm trên)

$$\Rightarrow (a + b) \equiv 0 \pmod{7} \quad (1)$$

+ Với $x = -1$

$$\Rightarrow f(-1) = (a - b + c) \equiv 0 \pmod{7}$$

Mà $c \equiv 0 \pmod{7}$ (cm trên)

$$\Rightarrow (a - b) \equiv 0 \pmod{7} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow [(a+b) - (a-b)] : 7$$

$$\Rightarrow 2b : 7 \Rightarrow b : 7 \quad (\text{do } (2, 7) = 1)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow [(a+b) + (a-b)] : 7$$

$$\Rightarrow 2a : 7 \Rightarrow a : 7 \quad (\text{do } (2, 7) = 1)$$

Vậy a, b, c chia hết cho 7 với $f(x)$ chia hết cho 7.

Câu 3. (HSG 7 huyện Mỹ Đức- Hà Nội 2022 - 2023)

Cho đa thức $Q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Biết $Q(x)$ chia hết cho 5 với mọi $x \in \mathbb{Z}$. Chứng tỏ các hệ số a, b, c, d đều chia hết cho 5.

Lời giải

Vì $Q(x) : 5$ với mọi $x \in \mathbb{Z}$

Với $x = 0$, ta có $Q(0) = d : 5$

Với $x = 1$, ta có $Q(1) = (a + b + c + d) : 5$

Mà $d : 5$

$$\Rightarrow (a + b + c) : 5 \quad (1)$$

Với $x = -1$, ta có $Q(-1) = (-a + b - c + d) : 5$

mà $d : 5$

$$\Rightarrow (a + b - c) : 5 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$Q(1) + Q(-1) = 2b : 5 \quad \text{mà } (2, 5) = 1 \quad \text{nên } b : 5$$

$$Q(1) - Q(-1) = 2(a + c) : 5 \quad \text{mà } (2, 5) = 1 \quad \text{nên } (a + c) : 5 \quad (3)$$

Với $x = 2$, ta có $Q(2) = (8a + 4b + 2c + d) : 5$

$$\text{hay } [6a + 2(a + c) + 4b + d] : 5$$

Mà $d : 5$, $(a + c) : 5$, $b : 5$ nên $6a : 5$ mà $(6, 5) = 1 \Rightarrow a : 5$

Kết hợp với (3) suy ra $c : 5$

Vậy $a : 5$; $b : 5$; $c : 5$; $d : 5$.

Câu 4. (HSG 7 Trường THCS Đáp Cầu 2018 - 2019)

Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Biết $f(1) \equiv 3$, $f(0) \equiv 3$, $f(-1) \equiv 3$. Chứng minh rằng a, b, c đều chia hết cho 3

Lời giải

Ta có: $f(0) = c$; $f(1) = a + b + c$; $f(-1) = a - b + c$

$$f(0) \equiv 3 \Rightarrow c \equiv 3$$

$$f(1) \equiv 3 \Rightarrow (a + b + c) \equiv 3 \Rightarrow (a + b) \equiv 3 \quad (1)$$

$$f(-1) \equiv 3 \Rightarrow (a - b + c) \equiv 3 \Rightarrow (a - b) \equiv 3 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $[(a + b) + (a - b)] \equiv 3$

$$\Rightarrow 2a \equiv 3$$

mà $(2, 3) = 1$

$$\Rightarrow a \equiv 3$$

Chứng minh tương tự $\Rightarrow b \equiv 3$.

Vậy a, b, c đều chia hết cho 3 .

Câu 5. (HSG 7 huyện Tam Điệp 2021 - 2022)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ (với a, b, c là các số nguyên).

Chứng minh rằng: Nếu $f(x)$ chia hết cho 3 với mọi giá trị của x thì a, b, c đều chia hết cho 3 .

Lời giải

Với $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số nguyên, $f(x)$ chia hết cho 3 với mọi x

+ Ta có $f(0) = c$ do $f(0) \equiv 3 \Rightarrow c \equiv 3$

+ Lại có: $f(1) - f(-1) = (a + b + c) - (a - b + c) = 2b$

Do $f(1)$ và $f(-1)$ chia hết cho 3

$$\Rightarrow 2b \equiv 3 \Rightarrow b \equiv 3 \quad \text{vì } (2, 3) = 1$$

+ $f(1) \equiv 3 \Rightarrow (a + b + c) \equiv 3$

mà b và c chia hết cho 3

$$\Rightarrow a \equiv 3$$

Vậy a, b, c đều chia hết cho 3 .

Câu 6. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)

Tìm $n \in \mathbb{Z}$ sao cho $(2n - 3) \cdot (n + 1)$.

Lời giải

$$\begin{aligned} & (2n-3):(n+1) \\ \text{Đề} & \\ \Rightarrow & (2n+2-5):(n+1) \\ \Rightarrow & [2(n+1)-5]:(n+1) \\ \Rightarrow & 5:(n+1) \end{aligned}$$

Hay $n+1$ là $U^{(5)}$. Mà $U^{(5)} \in \{\pm 1; \pm 5\}$

Ta có bảng sau:

$n+1$	-1	1	-5	5
n	-2	0	-6	4

Vậy $n \in \{-2; 0; -6; 4\}$.

Câu 7. (HSG 7 huyện Sầm Sơn 2017 - 2018)

$P(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn: $P(x):7 \forall x \in \mathbb{Z}$. Chứng minh rằng a, b, c đều chia hết cho 7.

Lời giải

Vì $P(x):7 \forall x \in \mathbb{Z}$ nên ta có:

+) $P(0):7$ nên $c:7$

+) $P(1):7$ nên $(a+b+c):7 \Rightarrow (a+b):7$ (1)

+) $P(-1):7$ nên $(a-b+c):7 \Rightarrow (a-b):7$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $[(a+b)+(a-b)]:7 \Leftrightarrow 2a:7$ mà $2 \not\vdots 7 \Rightarrow a:7$

Từ (1) và (2) suy ra: $[(a+b)-(a-b)]:7 \Leftrightarrow 2b:7$ mà $2 \not\vdots 7 \Rightarrow b:7$

Vậy a, b, c đều chia hết cho 7.

Câu 8. (HSG 7 Đề huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)

Tìm số nguyên a sao cho $a^2 + 2a + 3$ chia hết cho $a+1$.

Lời giải

Ta có: $a^2 + 2a + 3 = a(a+1) + (a+1) + 2 = (a+1)^2 + 2$

Đề $a^2 + 2a + 3$ chia hết cho $a+1$ thì $2:a+1$

$\Rightarrow a+1 \in U(2) \Rightarrow a+1 \in \{-2; -1; 1; 2\}$

$$\Rightarrow a \in \{-3; -2; 0; 1\}$$

Vậy $a^2 + 2a + 3$ chia hết cho $a + 1$ thì $a \in \{-3; -2; 0; 1\}$

Câu 9. (HSG 7 Đề huyện Lâm Thao 2022 - 2023)

Cho đa thức $A(x) = x^3 - x^2 + ax + b - 2$ và $B(x) = x^2 - 2x + 3$ (với $a, b \in \mathbb{R}$).

Xác định hệ số $a; b$ để $A(x)$ chia cho $B(x)$ có số dư bằng 6

Lời giải

Thực hiện phép chia được dư là $(a - 1)x + b - 5$

Để $A(x)$ chia hết cho $B(x)$ có số dư bằng 6 thì
$$\begin{cases} a - 1 = 0 \\ b - 5 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 11 \end{cases}$$

Vậy $a = 1; b = 11$

Câu 10. (HSG 7 Đề quận Tây Hồ 2022 - 2023)

Tìm a để đa thức $2x^4 - 5x^2 + x^3 - 3x - a$ chia hết cho đa thức $x - 3$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} & 2x^4 - 5x^2 + x^3 - 3x - a \\ &= 2x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x - a \\ &= (x - 3)(2x^3 + 7x^2 + 16x + 45) + 135 - a \end{aligned}$$

Để $2x^4 - 5x^2 + x^3 - 3x - a$ chia hết cho $x - 3$ thì

$$135 - a = 0$$

$$\Rightarrow a = 135$$

Vậy $a = 135$. Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>