

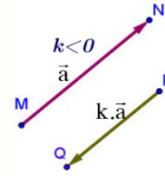
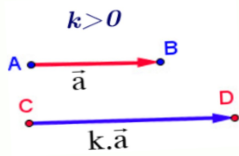
## MỤC LỤC

	<b>▶ BÀI 3. TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ.....</b>	<b>2</b>
2	.....	<b>Ⓐ. Tóm tắt kiến thức</b>
3	.....	<b>Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản</b>
	•Dạng ❶: Xác định vectơ.....	3
	•Dạng ❷: Dùng tính chất, trung điểm, trọng tâm, ba điểm thẳng hàng. ....	4
5	.....	<b>Ⓒ. Dạng toán rèn luyện</b>
	•Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	5
	•Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	15
	•Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	23

**A. Tóm tắt kiến thức**

**1. Tích của một số với một vectơ**

- ✓ Cho số  $k$  khác 0 và vectơ  $\vec{a}$  khác  $\vec{0}$ . Tích của số  $k$  với vectơ  $\vec{a}$  là một vectơ, kí hiệu là  $k\vec{a}$ .
- ✓ Vectơ  $k\vec{a}$  cùng hướng với  $\vec{a}$  nếu  $k > 0$ , ngược hướng với  $\vec{a}$  nếu  $k < 0$  và có độ dài bằng  $|k| \cdot |a|$ .



- ✓ Ta quy ước  $0\vec{a}$  và  $k\vec{0} = \vec{0}$ .
- ✓ Người ta còn gọi tích một số với một vectơ là tích của một vectơ với một số.

**2. Tính chất**

- ✓ Với hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bất kì, với mọi số thực  $t$  và  $k$ , ta có:
  - ✓  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ ;
  - ✓  $(t + k)\vec{a} = t\vec{a} + k\vec{a}$ ;
  - ✓  $t(k\vec{a}) = (tk)\vec{a}$ ;
  - ✓  $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$ .
  - ✓  $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$ .

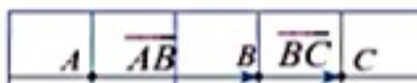
**3. Điều kiện để hai vectơ cùng phương**

- ✓ Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ( $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ ) cùng phương khi và chỉ khi có số  $k$  sao cho  $\vec{a} = k\vec{b}$ .

**Nhận xét:**

Ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi có số  $k$  khác 0 để

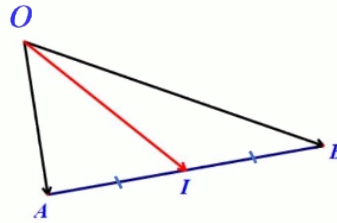
$$\vec{AB} = k\vec{AC}.$$



#### 4. Ứng dụng:

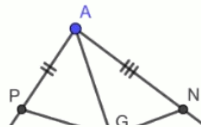
- Cho đoạn thẳng  $AB$  có trung điểm  $I$ . Với điểm  $O$  tùy ý, ta có:

$$\vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OI}$$



- Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Với điểm  $O$  tùy ý, ta có

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$$



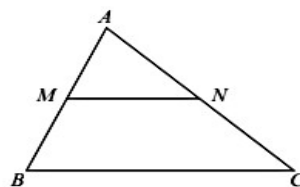
#### B. Phân dạng toán cơ bản

##### • Dạng 1: Xác định vectơ $\vec{k}$

##### ☞ Các ví dụ minh họa

**Câu 1:** Cho tam giác  $ABC$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, AC$  (Hình 2).

Tìm trong hình các vectơ bằng:  $2\vec{MN}$ ;  $-\frac{1}{2}\vec{AB}$ ;  $-2\vec{CN}$ .



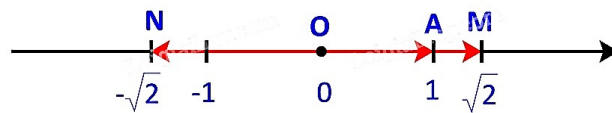
**Câu 2:** Vật thứ nhất chuyển động thẳng đều từ  $A$  đến  $B$  với tốc độ là  $9 \text{ m/s}$  và vật thứ hai chuyển động thẳng đều từ  $B$  đến  $A$  với tốc độ là  $6 \text{ m/s}$ . Gọi  $v_1, v_2$  lần lượt là các vectơ vận tốc của vật thứ nhất và vật thứ hai. Có hay không số thực  $k$  thỏa

mã  $v_1 = kv_2$ ?

**Câu 3:** Cho đoạn thẳng  $AB$  và một điểm  $M$  tùy ý. Chứng minh  $I$  là trung điểm của

đoạn thẳng  $AB$  khi và chỉ khi  $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$ .

**Câu 4:** Trên một trục số, gọi  $O, A, M, N$  tương ứng biểu thị các số  $0; 1; \sqrt{2}; -\sqrt{2}$ . Hãy nêu mối quan hệ về hướng và độ dài của mỗi vectơ  $\vec{OM}, \vec{ON}$  với vectơ  $a = \vec{OA}$ . Viết đẳng thức thể hiện mối quan hệ giữa hai vectơ  $\vec{OM}$  và  $\vec{OA}$ .



**Câu 5:** Cho  $B$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AC$ . Tìm số  $k$  trong mỗi trường hợp sau:

a)  $\vec{CA} = k\vec{CB}$ ;                      b)  $\vec{CA} = k\vec{AB}$ .

**Câu 6:** Cho ba điểm  $A, B, C$ . Chứng minh:

a)  $2\vec{AB} + 2\vec{BC} = 2\vec{AC}$ ;                      b)  $3(5\vec{AC}) + \vec{CB} - 14\vec{AC} = \vec{AB}$ .

**•Dạng 2: Dùng tính chất, trung điểm, trọng tâm, ba điểm thẳng hàng**

**☞ Các ví dụ minh họa**

**Câu 7:** Cho  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  tùy ý. Chứng minh rằng  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$ .

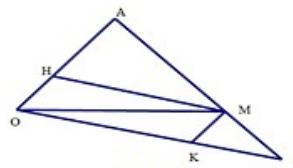
**Câu 8:** Cho tứ giác  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ .

Chứng minh  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 0$

**Câu 9:**

Cho tam giác  $OAB$ . Điểm  $M$  thuộc cạnh  $AB$

sao cho  $AM = \frac{2}{3} AB$



Hình 60

Kẻ  $MH // OB, MK // OA$  (Hình 60).

Giả sử  $\vec{OA} = a, \vec{OB} = b$

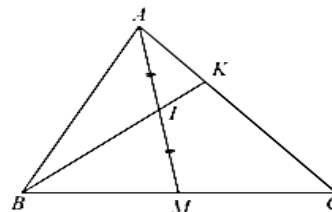
a) Biểu thị  $\vec{OH}$  theo  $a$  và  $\vec{OK}$  theo  $b$ .

b) Biểu thị  $\vec{OM}$  theo  $a$  và  $b$ .

**Câu 10:**

Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến  $AM$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AM$  và  $K$  là điểm trên cạnh  $AC$

sao cho  $AK = \frac{1}{3} AC$ .



Hình 6

a) Tính  $\vec{BI}$  theo  $\vec{BA}, \vec{BC}$ .

b) Tính  $\vec{BK}$  theo  $\vec{BA}, \vec{BC}$ .

c) Chứng minh ba điểm  $B, I, K$  thẳng hàng.

**Câu 11:** Cho tam giác  $ABC$ . Hãy xác định điểm  $M$  để  $\vec{MA} + 3\vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$ .

**Câu 12:** Cho ba điểm A, B, C. Chứng minh  $3(\vec{AB} + 2\vec{BC}) - 2(\vec{AB} + 3\vec{BC}) = \vec{AB}$

**©. Dạng toán rèn luyện**

**•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

**Câu 1:** Cho tam giác  $ABC$  gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**  $\vec{GA} = 2\vec{GM}$

**B.**  $\vec{GA} + 2\vec{GM} = \vec{0}$

**C.**  $\vec{AM} = 2\vec{AG}$

**D.**  $\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GA}$

**Câu 2:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào đúng?

- A.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 3\vec{GM}$
- B.  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$
- C.  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 0$
- D.  $\vec{AM} + \vec{BM} + \vec{CM} = 0$

**Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$ . Với điểm  $M$  là trung điểm  $BC$  và  $I$  là điểm tùy ý thì. Mệnh đề nào đúng

- A.  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = 3\vec{IM}$
- B.  $\vec{IB} + \vec{IC} = 2\vec{IM}$
- C.  $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$
- D.  $\vec{IA} + \vec{IB} = 2\vec{IM}$

**Câu 4:** Cho tam giác  $ABC$ , với  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $\vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PM} = 0$
- B.  $\vec{PB} + \vec{MC} = \vec{PM}$
- C.  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{AC} = 0$
- D.  $\vec{AP} + \vec{BM} + \vec{CN} = 0$

**Câu 5:** Cho  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A.  $\vec{GA} = 2\vec{GI}$
- B.  $\vec{IG} = \frac{-1}{3}\vec{IA}$
- C.  $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$
- D.  $\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GA}$

**Câu 6:** Cho đoạn thẳng  $AB$ . Gọi  $M$  là một điểm trên đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AM = \frac{1}{4}AB$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.  $\vec{MB} = -3\vec{MA}$
- B.  $\vec{BM} = \frac{3}{4}\vec{BA}$
- C.  $\vec{MA} = \frac{1}{3}\vec{MB}$
- D.  $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB}$

**Câu 7:** Chọn khẳng định đúng:

**A.** Nếu  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$ .

**B.** Nếu  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì  $\vec{GA} + \vec{BG} + \vec{GC} = 0$ .

**C.** Nếu  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì  $\vec{GA} + \vec{AG} + \vec{GC} = 0$ .

**D.** Nếu  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$ .

**Câu 8:** Cho  $E$  là trung điểm đoạn thẳng  $PQ$  và điểm  $M$  bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.**  $\vec{EP} = \vec{EQ}$

**B.**  $\vec{PQ} = 2\vec{QE}$

**C.**  $\vec{MP} + \vec{MQ} = \vec{ME}$

**D.**  $\vec{EQ} + \vec{EP} = 0$

**Câu 9:** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Nếu  $\vec{AB} = -3\vec{AC}$  thì đẳng thức nào dưới đây đúng?

**A.**  $\vec{BC} = -4\vec{AC}$

**B.**  $\vec{BC} = -2\vec{AC}$

**C.**  $\vec{BC} = 2\vec{AC}$

**D.**  $\vec{BC} = 4\vec{AC}$

**Câu 10:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\vec{BI} = \vec{IC}$

**B.**  $3\vec{BI} = 2\vec{IC}$

**C.**  $\vec{BI} = 2\vec{IC}$

**D.**  $2\vec{BI} = \vec{IC}$

**Câu 11:** Cho  $a \neq 0$  và điểm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là hai điểm thỏa mãn  $\vec{OM} = 3a$  và  $\vec{ON} = -4a$ . Khi đó:

**A.**  $\vec{MN} = 7a$

**B.**  $\vec{MN} = -5a$

**C.**  $\vec{MN} = -7a$

**D.**  $\vec{MN} = -5a$

**Câu 12:** Tìm giá trị của  $m$  sao cho  $a = mb$ , biết rằng  $a, b$  ngược hướng và  $|a| = 5, |b| = 15$

- A.  $m = 3$  .
- B.  $m = -\frac{1}{3}$  .
- C.  $m = \frac{1}{3}$  .
- D.  $m = -3$  .

**Câu 13:** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng là:

- A.  $AB = AC$  .
- B.  $\exists k \neq 0: \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$  .
- C.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$  .
- D.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}, \forall$  điểm  $M$  .

**Câu 14:** Cho  $\Delta ABC$ . Đặt  $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{b} = \overrightarrow{AC}$ . Các cặp vectơ nào sau đây cùng phương?

- A.  $2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}, \overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}$  .
- B.  $\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$  .
- C.  $5\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}, -10\overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b}$  .
- D.  $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}, \overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}$  .

**Câu 15:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $M$  là giao điểm của hai đường chéo. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$  .
- B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$  .
- C.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$  .
- D.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$  .

**Câu 16:** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$  và trung tuyến  $AM$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$  .
- B.  $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{0}$  .
- C.  $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$  .
- D.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$ , với mọi điểm  $O$  .

**Câu 17:** Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến  $AM$ , tìm khẳng định đúng?

A.  $\vec{AM} = \vec{AB} + 2\vec{BM}$

B.  $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$

C.  $\vec{AM} = -\frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$

D.  $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} - \vec{AC})$

**Câu 18:** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A.  $\vec{AB} + \vec{AD} = 3\vec{AO}$

B.  $2\vec{AB} + 3\vec{AC} + 2\vec{AD} = 5\vec{AC}$

C.  $\vec{AB} + \vec{AD} = 2\vec{AC}$

D.  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AO}$

**Câu 19:** Cho tam giác  $ABC$  và  $I$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Điểm  $G$  có tính chất nào sau đây là điều kiện cần và đủ để  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ ?

A.  $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$

B.  $IA = 3GI$

C.  $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$

D.  $GA = 2GI$

**Câu 20:** Cho hai điểm  $A$  và  $B$  phân biệt. Điều kiện cần và đủ để  $I$  là trung điểm  $AB$  là

A.  $\vec{IA} = \vec{IB}$

B.  $\vec{IA} = -\vec{IB}$

C.  $\vec{AI} = \vec{BI}$

D.  $\vec{AI} = \vec{BI}$

**Câu 21:** Cho  $\Delta ABC$  có  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ . Khẳng định nào **sai**?

A.  $\forall O: \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$

B.  $\vec{GA} + 2\vec{GM} = \vec{0}$

C.  $\vec{AM} = -2\vec{MG}$

D.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

**Câu 22:** Cho  $C$  nằm giữa  $A$  và  $B$  sao cho  $AC = 3CB$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A.  $\vec{AB} = 4\vec{BC}$

B.  $\vec{AB} = \frac{4}{3}\vec{BC}$

C.  $\vec{AC} = -3\vec{BC}$

D.  $\vec{AC} = \frac{-3}{4}\vec{AB}$

**Câu 23:** Trên đường thẳng cho điểm  $B$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$ , với  $AB = 2a, AC = 6a$ .  
 Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $\vec{BC} = -2\vec{BA}$

B.  $\vec{BC} = -2\vec{AB}$

C.  $\vec{BC} = 4\vec{AB}$

D.  $\vec{BC} = \vec{AB}$

**Câu 24:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$ . Chọn đẳng thức đúng.

A.  $\vec{AI} + \vec{AK} = 2\vec{AC}$

B.  $\vec{AI} + \vec{AK} = \vec{AB} + \vec{AD}$

C.  $\vec{AI} + \vec{AK} = \vec{IK}$

D.  $\vec{AI} + \vec{AK} = \frac{3}{2}\vec{AC}$

**Câu 25:** Cho  $\triangle ABC$ ,  $AM, BN, CP$  là các trung tuyến.  $D, E, F$  là trung điểm của  $AM, BN$  và  $CP$ . Với  $O$  là điểm bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OE} + \vec{OF}$

B.  $2(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}) = 3(\vec{OD} + \vec{OE} + \vec{OF})$

C.  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 2(\vec{OD} + \vec{OE} + \vec{OF})$

D.  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3(\vec{OD} + \vec{OE} + \vec{OF})$

**Câu 26:** Cho tam giác  $ABC$  đều tâm  $O$ ,  $M$  là điểm bất kì trong tam giác. Hình chiếu của  $M$  xuống ba cạnh lần lượt là  $D, E, F$ . Hệ thức nào sau đây là đúng?

A.  $\vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF} = \frac{1}{2}\vec{MO}$

B.  $\vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF} = \frac{2}{3}\vec{MO}$

C.  $\vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF} = \frac{3}{4}\vec{MO}$

D.  $\vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF} = \frac{3}{2}\vec{MO}$



A.  $|\vec{AB} - \vec{CA}| = \sqrt{3}$

B.  $|\vec{AB} - \vec{CA}| = 0$

C.  $|\vec{AB} - \vec{CA}| = 2$

D.  $|\vec{AB} - \vec{AC}| = 0$

**Câu 35:** Cho tam giác  $OAB$  vuông cân tại  $O$ , cạnh  $OA = a$ . Tính  $|\vec{2OA} - \vec{OB}|$

- A.  $a\sqrt{5}$ .      B.  $2a\sqrt{2}$ .      C.  $a$ .      D.  $(1 + \sqrt{2})a$ .

**Câu 36:** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $6(\text{cm})$ , gọi  $I$  là trung điểm cạnh  $AD$ . Ta có

$|\vec{2AB} + \vec{BI}|$  bằng

- A.  $3\sqrt{5}(\text{cm})$ .      B.  $(12 + 3\sqrt{5})(\text{cm})$ .

- C.  $(12 - 3\sqrt{5})(\text{cm})$ .      D.  $5\sqrt{3}(\text{cm})$ .

**Câu 37:** Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác vuông  $ABC$  với cạnh huyền  $BC = 45$ . Tính  $|\vec{GB} + \vec{GC}|$ ?

- A.  $45$ .      B.  $3\sqrt{5}$ .      C.  $15$ .      D.  $30$ .

**Câu 38:** Cho tam giác  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  và độ dài cạnh  $AB = 4; AC = 6$ . Vectơ  $\vec{BA} + \vec{BC}$  có độ dài là

- A.  $8$ .      B.  $\sqrt{13}$ .      C.  $2\sqrt{13}$ .      D.  $10$ .

**Câu 39:** Cho tam giác  $OAB$  vuông cân tại  $O$ ,  $OA = a$ , độ dài vector  $\vec{3OA} + \vec{4OB}$  là

- A.  $5a$ .      B. đáp án khác.      C.  $7a$ .      D.  $a$ .

**Câu 40:** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính  $|\vec{CA} - \vec{MC}|$

A.  $|\vec{CA} - \vec{MC}| = \frac{a}{2}$

B.  $|\vec{CA} - \vec{MC}| = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$

$$|\vec{CA} - \vec{MC}| = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

C.

$$|\vec{CA} - \vec{MC}| = \frac{3a}{2}$$

D.

**Câu 41:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  và có  $BC = 3$ . Tính  $|\vec{AB} + \vec{AC}|$ .

$$|\vec{AB} + \vec{AC}| = 6$$

A.

$$|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3\sqrt{3}$$

B.

$$|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3\sqrt{2}$$

C.

$$|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3$$

D.

**Câu 42:** Cho tam giác đều  $ABC$  có  $AB = 3$ .  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CA$ .  $G$  là trọng tâm tam giác  $MNP$ . Môđun của  $\vec{AG}$  nhận giá trị nào dưới đây?

$$\sqrt{3}$$

A.

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

B.

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

C.

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

D.

**Câu 43:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , trọng tâm  $G$ , có  $AB = 3$ ,  $AC = 4$ . Véc tơ  $\vec{AG}$  có độ dài là

$$\frac{10}{3}$$

A.

$$\frac{5}{2}$$

B.

$$\frac{5}{3}$$

C.

$$\frac{14}{3}$$

D.

**Câu 44:** Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác vuông  $ABC$  với cạnh huyền  $BC = 45$ . Tính  $|\vec{GB} + \vec{GC}|$ .

A. 45.

B.  $3\sqrt{5}$ .

C. 15.

D. 30.

**Câu 45:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 2, AD = 3$ . Giá trị của biểu thức  $T = |3\vec{AB} + 2\vec{AD}|$  bằng

A.  $\sqrt{13}$ .

B.  $2\sqrt{6}$ .

C. 12.

D.  $6\sqrt{2}$ .

**Câu 46:** Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác vuông  $ABC$  với cạnh huyền  $BC = 45$ . Tính  $|\vec{GB} + \vec{GC}|$ .

- A. 45.                      B.  $3\sqrt{5}$ .                      C. 15.                      D. 30.

**Câu 47:** Cho tam giác  $ABC$  đều, cạnh  $2a$ , trọng tâm  $G$ . Độ dài vectơ  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$  là

- A.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .                      B.  $\frac{2a}{3}$ .                      C.  $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 48:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính  $\left| \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} \right|$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $a\sqrt{2}$ .                      C.  $2a\sqrt{2}$ .                      D.  $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 49:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính  $\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} \right|$ .

- A.  $3a$ .                      B.  $(2 + \sqrt{2})a$ .                      C.  $a\sqrt{2}$ .                      D.  $2\sqrt{2}a$ .

**Câu 50:** Cho tam giác  $ABC$  đều có cạnh  $AB = 5$ ,  $H$  là trung điểm của  $BC$ . Tính  $\left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right|$ .

- A.  $\left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right| = 5$ .

- C.  $\left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$ .                      D.  $\left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$ .

**Câu 51:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ , tâm  $O$ . Tính  $\left| \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB} \right|$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{10}}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{10}}{4}$ .                      D.  $\frac{5a^2}{2}$ .

**Câu 52:** Cho  $\Delta ABC$  đều cạnh  $a$ , gọi  $H$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính  $\left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right|$ .

- A.  $\frac{\sqrt{7}a}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{7}}{4}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$ .                      D.  $\frac{a}{2}$ .

**•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

**Câu 1.** Cho hình bình hành  $ABCD$  và các điểm  $M, N, P$  thoả mãn

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$  . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$

b)  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$ .

c)  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

d) Ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng.

**Câu 2.** Cho ngũ giác  $ABCDE$  . Các điểm  $M, N, P, Q, R, S$  theo thứ tự là trung điểm của các đoạn  $EA, AB, BC, CD, MP, NQ$  . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\overrightarrow{RS} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ})$

b)  $\overrightarrow{RS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{ED}$ .

c)  $RS$  cắt  $ED$

d)  $RS = \frac{1}{4}ED$

**Câu 3.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  có  $M, N$  là trung điểm của  $AB, CD$  . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 0$

b)  $\vec{NC} + \vec{ND} = 0$ .

c)  $\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AC}$

d)  $2\vec{MN} = \vec{AC} + \vec{BD}$ .

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$  có  $G$  là trọng tâm. Gọi  $D$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $G$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\vec{MD} = \vec{MG} + \vec{GD}$

b)  $\vec{AG} = 2\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

c)  $\vec{CD} = \vec{AB} - \vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{BN}$

d)  $\vec{MD} = -\frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$ .

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  có hai đường trung tuyến  $BN, CP$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ , ta có :  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$

b)  $\vec{BA} + \vec{BC} = 3\vec{BN}$

c)  $\vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$

d)  $\vec{BC} = -\frac{2}{3}\vec{CP} + \frac{2}{3}\vec{BN}$ .

**Câu 6.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$ ,  $M$  là một điểm bất kỳ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

$$\text{a) } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 6\overrightarrow{AC}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MO}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO}$$

**Câu 7.** Cho tứ giác  $OABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $OB$  và  $OC$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

$$\text{a) } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB})$$

**Câu 8.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

$$\text{a) } 2\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CM} - \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{CM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CM}$$

**Câu 9.** Cho  $\Delta ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $O, H$  là trực tâm tam giác,  $D$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $O$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

- a)  $BD // CH$
- b)  $CD // BH$
- c)  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$
- d)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OH}$

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

- a)  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}|$  khi và chỉ khi tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $B$ , bán kính  $R = CG$ .
- b)  $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  khi và chỉ khi tập hợp điểm  $M$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $GI$  (với  $I$  là trung điểm của  $BC$ ).
- c)  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 2028$  khi và chỉ khi tập hợp điểm  $M$  là đường tròn tâm  $G$ , bán kính  $R = 626$ .
- d)  $|\overrightarrow{3AM} - \overrightarrow{3AC}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$  khi và chỉ khi tập hợp điểm  $M$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $IC$  với  $AI = \frac{2}{3}AB$ .

**Câu 11.** Cho hình thang cân  $ABCD$  có  $AB // CD, AB = 2AD = 2CD, E$  là trung điểm cạnh  $AB$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

- a)  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$
- b)  $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{CB}$
- c)  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CE}$
- d)  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{EC}$

e)  $\vec{AB} + \vec{EB} = 3\vec{DC}$

f)  $\vec{DE} = \frac{1}{2}(\vec{DA} + \vec{DB})$

**Câu 12.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $I$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $2CI = 3BI$  và  $J$  là điểm trên  $BC$  kéo dài sao cho  $5JB = 2JC$ . Phân tích các vectơ  $\vec{AI}, \vec{AJ}$  theo cặp vectơ  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $2\vec{IC} = -3\vec{IB}$

b)  $5\vec{JB} = 3\vec{JC}$

c)  $\vec{AI} = 2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$

d)  $\vec{AJ} = \frac{5}{3}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$

**Câu 13.** Cho hình bình hành  $ABCD$ , tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trung điểm của  $AB, CD$  và  $P$  là điểm thỏa mãn hệ thức:  $\vec{OP} = -\frac{1}{3}\vec{OA}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\vec{OA} + 3\vec{OP} = 0$

b)  $3\vec{AP} - 3\vec{AC} = 0$

c) Ba điểm  $B, P, N$  không thẳng hàng

d) Ba đường thẳng  $AC, BD, MN$  đồng quy

**Câu 14.** Cho tam giác  $ABC$  có  $G$  là trọng tâm. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC$ . Lấy hai điểm  $I, J$  sao cho:  $2\vec{IA} + 3\vec{IC} = 0$  và  $2\vec{JA} + 5\vec{JB} + 3\vec{JC} = 0$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $M, N, J$  thẳng hàng.

b)  $\overline{JM} = \frac{3}{2} \overline{JN}$

c)  $J$  là trung điểm của  $BI$ .

d) Gọi  $E$  là điểm thuộc  $AB$  sao cho  $\overline{AE} = \frac{5}{7} \overline{AB}$  thì  $C, E, J$  thẳng hàng.

**Câu 15.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD, K$  là trung điểm  $IJ, M$  là điểm bất kì. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\overline{AC} + \overline{BD} = 2\overline{IJ}$

b)  $\overline{AD} + \overline{BC} = 2\overline{IJ}$

c)  $\overline{MI} + \overline{MJ} = \overline{MK}$

d)  $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} = 4\overline{MK}$

**Câu 16.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm  $BC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm,  $H$  là trực tâm,  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ ,  $AA'$  là đường kính của  $(O)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\overline{BH} = \overline{A'C}$

b)  $\overline{AH} = 2\overline{OM}$

c)  $\overline{HA} + \overline{HB} + \overline{HC} = 3\overline{HO}$

d)  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OH}$

**Câu 17.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $BC$  và  $CD$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

$$\text{a) } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AD}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$$

**Câu 18.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $I$  là điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $2CI = BI$ .  $J$  là điểm trên cạnh  $BC$  kéo dài sao cho  $5JB = JC$ .  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

$$\text{a) } \overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$$

$$\text{d) } \overrightarrow{AG} = \frac{14}{27} \overrightarrow{AI} - \frac{172}{27} \overrightarrow{AJ}$$

**Câu 19.** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $I, J$  là 2 điểm định bởi  $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$ ,  $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \mathbf{0}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

$$\text{a) } \overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB}$$

$$\text{b) } \overrightarrow{IJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AC}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{IG} = -\frac{5}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$$

**d) 3 điểm  $I, J, G$  thẳng hàng.**

**Câu 20.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $G$  là trung điểm  $EF$ . Gọi  $O$  là điểm bất kì. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 0$

b)  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$

c)  $\vec{EF} = \frac{1}{3}(\vec{AD} + \vec{BC})$

d)  $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$

**Câu 21.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$ . Đặt  $u = \vec{AB}, v = \vec{AE}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\vec{AD} = u + v$

b)  $\vec{AC} = \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v$

c)  $\vec{AF} = -\frac{1}{2}u - \frac{1}{2}v$

d)  $\vec{EF} = -\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v$

**Câu 22.** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $B'$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $G$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a) Tứ giác  $AGCB'$  là hình bình hành

b)  $\vec{CB'} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

$$c) \vec{AB} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$$

$$d) \vec{MB} = -\frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$$

**Câu 23.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $I$  là điểm nằm trên cạnh  $BC$  sao cho  $IB = 3IC$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

a)  $\vec{IB}$  và  $\vec{IC}$  ngược hướng

$$b) \vec{AI} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$$

c) Gọi  $J$  và  $K$  lần lượt là các điểm thuộc cạnh  $AC, AB$  sao cho  $JA = 2JC$ ,

$$KB = 3KA, \quad \vec{JK} = \frac{1}{4}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$$

$$d) \vec{BC} = -\frac{20}{17}\vec{AI} - \frac{48}{17}\vec{JK}$$

**Câu 24.** Cho tam giác  $ABC$ . Hai điểm  $M, N$  được xác định bởi các hệ thức:

$$\vec{BC} + \vec{MA} = 0, \vec{AB} - \vec{NA} - 3\vec{AC} = 0.$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề

Đúng Sai

$$a) \vec{MN} = 3\vec{AC}$$

b) Hai vectơ  $\vec{MN}, \vec{AC}$  cùng phương

c)  $M$  thuộc đường thẳng  $AC$

d) Hai đường thẳng  $MN$  và  $AC$  song song

**•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $B$  có  $\hat{A} = 30^\circ, AB = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$ . Hãy tính:  
 $|\vec{BA} + \vec{BC}|$

Trả lời:.....

**Câu 2.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $B$  có  $\hat{A} = 30^\circ, AB = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$ . Hãy tính:  
 $|\vec{AB} + \vec{AC}|$

Trả lời:.....

**Câu 3.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AB, CD$  và  $IJ = \frac{5}{4}$ .  
 Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trung điểm của  $BC, AC$ . Tính  $|\vec{AM} + \vec{BN} + \vec{CI}|$  ?

Trả lời:.....

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$  và một điểm  $M$  tùy ý,  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Điểm  $N$  thỏa mãn  $\vec{MN} = 4\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ . Đường thẳng  $MN$  luôn qua một điểm cố định. Khi đó điểm cố định đó là điểm nào?

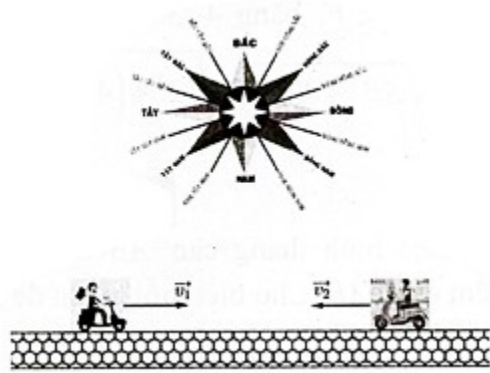
Trả lời:.....

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  và một điểm  $M$  tùy ý không thuộc các đường thẳng  $AB, BC, AC$ . Gọi  $A', B', C'$  theo thứ tự là các điểm đối xứng của  $M$  qua các trung điểm  $J, K, I$  của cạnh  $BC, AC, AB$ .  
 Biết ba đường thẳng  $AA', BB', CC'$  đồng quy tại một điểm (đặt điểm đó là  $N$ ).

Khi đó  $MN$  luôn đi qua một điểm cố định khi  $M$  di động. Vậy điểm cố định đó là điểm nào?

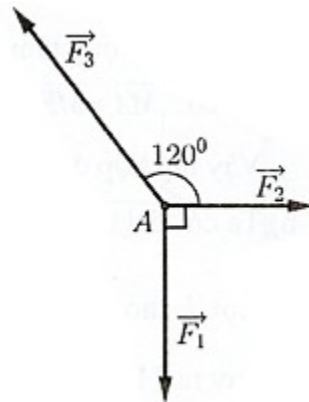
Trả lời:.....

**Câu 6.** Một người đi xe máy từ Tây sang hướng Đông với vận tốc 40 km/h được biểu thị bởi vectơ  $\vec{V}_1$ , một người khác đi xe máy từ hướng Đông sang hướng Tây với vận tốc 60 km/h được biểu thị bởi vectơ  $\vec{V}_2$ . Hãy biểu diễn vectơ  $\vec{V}_2$  theo  $\vec{V}_1$ .



Trả lời:.....

**Câu 7.** Một chất điểm  $A$  chịu tác dụng của ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  như hình vẽ biết chất điểm  $A$  đang ở trạng thái cân bằng. Tính độ lớn của các lực  $F_2, F_3$  biết rằng lực  $F_1$  có độ lớn 12N



Trả lời:.....

**Câu 8.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là một điểm trên cạnh  $BC$  sao cho  $MB = 2MC$ . Phân tích  $\vec{AM}$  theo  $\vec{AB}, \vec{AC}$ .

Trả lời:.....

**Câu 9.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ . Biết  $\vec{AB} + \vec{CD} = k\vec{IJ}$ , khi đó  $k = ?$

Trả lời:.....

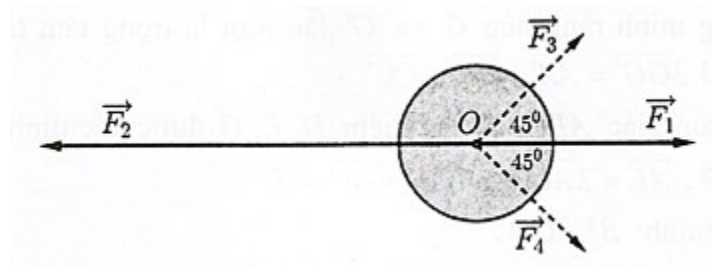
**Câu 10.** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm  $G$ . Các điểm  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$  và  $I$  là giao điểm của  $AD$  và  $EF$ . Đặt  $\vec{u} = \vec{AE}, \vec{v} = \vec{AF}$ . Hãy phân tích các vectơ  $\vec{AI}$  theo hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ .

Trả lời:.....

**Câu 11.** Nếu  $G$  và  $G'$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  thì  $k\vec{GG'} = \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'}$ , khi đó  $k = ?$

**Trả lời:**.....

**Câu 12.** Một vật đang ở vị trí  $O$  chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là  $F_1$  và  $F_2$ , trong đó độ lớn lực  $F_2$  lớn gấp đôi độ lớn lực  $F_1$ . Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực  $F_3, F_4$  có phương hợp với lực  $F_1$  các góc  $45^\circ$  như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng  $20N$ . Tìm độ lớn của mỗi lực  $F_1, F_2$ .



**Trả lời:**.....

**Câu 13.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M$  là điểm thỏa  $\vec{MB} + 2\vec{MC} = 0$ . Phân tích  $\vec{AM}$  theo  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 14.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M$  là điểm trên đoạn  $BC$  sao cho  $MC = 2MB$ . Phân tích  $\vec{AM}$  theo  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 15.** Cho 2 điểm phân biệt  $A$  và  $B$  và hai số  $\alpha$  và  $\beta$  với  $\alpha + \beta \neq 0$ .

Khi đó tồn tại bao nhiêu điểm  $I$  thỏa  $\alpha\vec{IA} + \beta\vec{IB} = 0$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 16.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $E$  và  $F$  là 2 điểm thỏa  $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}$ ,  $\vec{BF} = \frac{1}{4}\vec{BD}$ . Khi đó  $\vec{AE} = k\vec{AF}$ . Vậy  $k = ?$

**Trả lời:**.....

**Câu 17.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Lấy các điểm  $I, J$  sao cho  $3\vec{IA} + 2\vec{IC} - 2\vec{ID} = 0$ ;  $\vec{JA} - 2\vec{JB} + 2\vec{JC} = 0$ . Khi đó  $\vec{IJ} = k\vec{IO}$ , vậy  $k = ?$

Trả lời:.....

**Câu 18.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi I, J là 2 điểm thỏa  $\vec{IA} + 3\vec{IC} = 0, \vec{JA} + 2\vec{JB} + 3\vec{JC} = 0$ . Khi đó  $\vec{BI} = k\vec{BJ}$ .  
Vậy  $k = ?$

Trả lời:.....

**Câu 19.** Cho 4 điểm A, B, C, D. Gọi I, S lần lượt là trung điểm của BC và CD. Khi đó:  
 $\vec{AB} + \vec{AI} + \vec{JA} + \vec{DA} = k\vec{DB}$ . Vậy  $k = ?$

Trả lời:.....

**Câu 20.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho  $\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JC}$ . Tính  $\vec{BJ}$  theo 2 vector  $\vec{BA}$  và  $\vec{BC}$ .  
Tính  $\vec{BJ}$  theo hai vector  $\vec{BA}$  và  $\vec{BC}$ .

Trả lời:.....

**Câu 21.** Cho hình bình hành ABCD. Tính vector  $\vec{AD}$  theo  $\vec{AC}, \vec{BD}$ .

Trả lời:.....

**Câu 22.** Cho  $\Delta ABC$  có điểm D, I thỏa  $3\vec{DB} = 2\vec{DC}, \vec{IA} + 3\vec{IB} - 2\vec{IC} = 0$ . Khi đó  $\vec{AD} = k\vec{AI}$ . Vậy  $k = ?$

Trả lời:.....

**Câu 23.** Cho tam giác ABC có hai trung tuyến AK và BM. Hãy phân tích vector  $\vec{AB}$  theo hai vector  $\vec{AK}$  và  $\vec{BM}$ .

Trả lời:.....

**Câu 24.** Cho tam giác ABC. Gọi G là trọng tâm của  $\Delta ABC$ . Cho điểm M sao cho  $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 6$ , khi đó điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu?

Trả lời:.....

**Câu 25.** Cho tam giác ABC. Cho điểm N thỏa mãn đẳng thức:  $|3\vec{NA} - 2\vec{NB} + \vec{NC}| = |\vec{NB} - \vec{NA}|$ ,  
khi đó điểm N thuộc đường tròn có đường kính bằng độ dài cạnh nào của tam giác ABC?

Trả lời:.....

**Câu 26.** Cho tam giác ABC, có trọng tâm G, I là trung điểm của BC. Biết điểm M thỏa mãn  $2|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3|\vec{MB} + \vec{MC}|$ . Tìm tập hợp điểm M

Trả lời:.....

**Câu 27.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Trên các đoạn thẳng  $DC, AB$  theo thứ tự lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $DM = BN$ . Gọi  $P$  là giao điểm của  $AM, DB$  và  $Q$  là giao điểm của  $CN, DB$ . Khi đó  $\vec{DB} = k\vec{QB}$ . Vậy  $k = ?$

**Trả lời:**.....

**Câu 28.** Cho tam giác  $ABC$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  sao cho  $2BA = 5BM$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Gọi  $N$  là điểm trên  $AC$  sao cho  $AN = xAC$ . Tìm  $x$ , biết ba điểm  $M, N, G$  thẳng hàng.

**Trả lời:**.....

**Câu 29.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Xác định điểm  $E$  thỏa mãn  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + 3\vec{ED} = \vec{0}$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 30.** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm điểm  $K$  sao cho  $\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{CB}$

**Trả lời:**.....

**Câu 31.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Điểm  $M$  trên đường thẳng  $CD$  sao cho  $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó điểm  $M$  là hình chiếu của điểm nào?

**Trả lời:**.....

**Câu 32:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm hai đường chéo, Với  $M$  là điểm tùy ý, chứng minh rằng:

a)  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$ ;      b)  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AO}$ .

**Câu 33:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Chứng minh rằng:

a)  $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{MN}$ ;      B)  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{BC} + \vec{AD}$ .

**Câu 34:** Cho hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Xác định điểm  $M$  sao cho  $\vec{MA} + 4\vec{MB} = \vec{0}$ .

**Câu 35:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $E, F, G$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $AB, CD, EF$ . Lấy điểm  $M$  tùy ý, chứng minh rằng  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$ .

**Câu 36:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Hãy biểu thị  $\vec{AM}$  theo hai vectơ  $\vec{AB}$  và  $\vec{AD}$ .

**Câu 37:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  tương ứng là trung điểm của các cạnh  $AB, CD$ . Chứng minh rằng  $\vec{BC} + \vec{AD} = 2\vec{MN} = \vec{AC} + \vec{BD}$ .

**Câu 38:** Cho hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ .

a) Hãy xác định điểm  $K$  sao cho  $\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{0}$ .

$$\vec{OK} = \frac{1}{3}\vec{OA} + \frac{2}{3}\vec{OB}$$

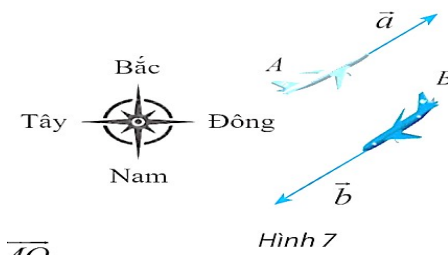
b) Chứng minh rằng với mọi điểm  $O$ , ta có

**Câu 39:** Cho tam giác  $ABC$ .

a) Hãy xác định điểm  $M$  để  $\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = \vec{0}$ .

b) Chứng minh rằng với mọi điểm  $O$ , ta có  $\vec{OA} + \vec{OB} + 2\vec{OC} = 4\vec{OM}$ .

**Câu 40:** Máy bay  $A$  đang bay về hướng đông bắc với tốc độ 600 km/h. Cùng lúc đó, máy bay  $B$  đang bay về hướng tây nam với tốc độ 800 km/h. Biểu diễn vectơ vận tốc  $b$  của máy bay  $B$  theo vectơ vận tốc  $a$  của máy bay  $A$ .



**Câu 41:** Cho hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ .

a) Xác định điểm  $O$  sao cho  $\vec{OA} + 3\vec{OB} = \vec{0}$ .

b) Chứng minh rằng với mọi điểm  $M$ , ta có  $\vec{MA} + 3\vec{MB} = 4\vec{MO}$ .

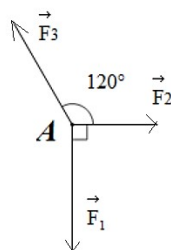
**Câu 42:** Cho tam giác  $ABC$ .

a) Xác định các điểm  $M, N, P$  thỏa mãn:  $\vec{MB} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ ,  $\vec{AN} = 3\vec{NB}$ ,  $\vec{CP} = \vec{PA}$ .

b) Biểu thị mỗi vectơ  $\vec{MN}$ ,  $\vec{MP}$  theo hai vectơ  $\vec{BC}$ ,  $\vec{BA}$ .

c) Chứng minh ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng.

**Câu 43:** Chất điểm  $A$  chịu tác động của ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  như Hình 4.30 và ở trạng thái cân bằng (tức là  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ ). Tính độ lớn của các lực  $F_2, F_3$ , biết  $F_1$  có độ lớn là 20 N.



Hình 4.30

**Câu 44:** Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $D, E$  thuộc  $BC$  thỏa mãn  $BD = DE = EC$

(Hình 62). Giả sử  $\vec{AB} = a, \vec{AC} = b$ . Biểu thị các véc tơ  $\vec{BC}, \vec{BD}, \vec{AD}, \vec{AE}$  theo  $a, b$ .

**Câu 45:** Cho tứ giác  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Chứng minh rằng

a)  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED} = 4\vec{EG}$ .

b)  $\vec{EA} = 4\vec{EG}$ .

c) Điểm  $G$  thuộc đoạn thẳng  $AE$  và  $\vec{AG} = \frac{4}{3}\vec{AE}$ .

**Câu 46:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đặt  $\vec{AB} = a, \vec{AD} = b$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác; Biểu thị các véc tơ  $\vec{AG}, \vec{CG}$  theo  $a, b$ .

**Câu 47:** Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $D, E, H$  thỏa mãn:

$$\vec{DB} = \frac{1}{3}\vec{BC}, \vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AC}, \vec{AH} = \frac{2}{3}\vec{AB}$$

a) Biểu thị mỗi véc tơ  $\vec{AD}, \vec{DHB}, \vec{HE}$  theo hai véc tơ  $\vec{AB}, \vec{AC}$ .

b) Chứng minh rằng  $D, E, H$  thẳng hàng.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vn teach.com>