

BÀI 30. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

CHƯƠNG 8. QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT CHO HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.

Công thức này gọi là công thức nhân xác suất cho hai biến cố độc lập.

Chú ý. Với hai biến cố A và B , nếu $P(AB) \neq P(A)P(B)$ thì A và B không độc lập.

Ví dụ 1. Trở lại tình huống mở đầu. Gọi A là biến cố "Vận động viên An đạt huy chương"; B là biến cố "Vận động viên Bình đạt huy chương".

- Giải thích tại sao hai biến cố A và B là độc lập.
- Tính xác suất để cả hai vận động viên đạt huy chương.
- Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- Cả hai vận động viên không đạt huy chương;
- Vận động viên An đạt huy chương, vận động viên Bình không đạt huy chương;
- Vận động viên An không đạt huy chương, vận động viên Bình đạt huy chương.

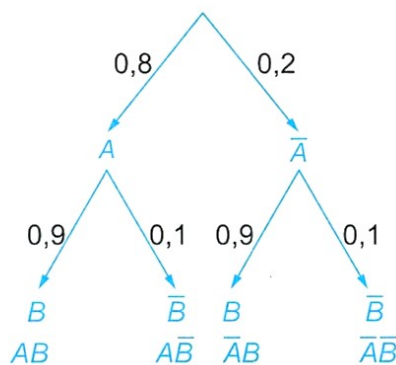
Giải

a) Vì hai vận động viên An và Bình thi đấu hai môn thể thao khác nhau nên hai biến cố A và B là độc lập.

b) Ta phải tính $P(AB)$. Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72.$$

c) Ta phải tính $P(\bar{A}\bar{B})$, $P(A\bar{B})$ và $P(\bar{A}B)$. Ta dùng sơ đồ hình cây để mô tả như sau: Theo sơ đồ hình cây, ta có:



$$P(\bar{A}\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02$$

$$P(A\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,1 = 0,08$$

$$P(\bar{A}B) = 0,2 \cdot 0,9 = 0,18$$

2. VẬN DỤNG

Ví dụ 2. Số liệu thống kê tại một vùng cho thấy trong các vụ tai nạn ô tô có $0,37\%$ người tử vong; 29% người không thắt dây an toàn và $0,28\%$ người không thắt dây an toàn và tử vong. Chứng tỏ rằng việc không thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn có liên quan với nhau.

Chú ý: trong Mục 1 được sử dụng để phát hiện mối liên quan giữa hai biến cố.

Giải

Chọn ngẫu nhiên một người đã bị tai nạn ô tô.

Gọi A là biến cố "Người đó đã tử vong"; B là biến cố "Người đó đã không thắt dây an toàn".

Khi đó, AB là biến cố "Người đó không thắt dây an toàn và đã tử vong".

Ta có $P(A) = 0,37\% = 0,0037$; $P(B) = 29\% = 0,29$; suy ra $P(A)P(B) = 0,0037 \cdot 0,29 = 0,001073$.

Mặt khác $P(AB) = 0,28\% = 0,0028$.

Vì $P(AB) \neq P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

Vậy việc không thắt dây an toàn khi lái xe có liên quan tới nguy cơ tử vong khi gặp tai nạn.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng. Tính xác suất

Câu 1. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Các học sinh lớp 11D làm thí nghiệm gieo hai loại hạt giống A và B . Xác suất để hai loại hạt giống A và B nảy mầm tương ứng là 0,92 và 0,88. Giả sử việc nảy mầm của hạt A và hạt B là độc lập với nhau. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để:

- Hạt giống A nảy mầm còn hạt giống B không nảy mầm;
- Hạt giống A không nảy mầm còn hạt giống B nảy mầm;
- Ít nhất có một trong hai loại hạt giống nảy mầm.

Câu 2. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Để nghiên cứu mối liên quan giữa thói quen hút thuốc lá với bệnh viêm phổi, nhà nghiên cứu chọn một nhóm 5000 người đàn ông. Với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và có bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	752 người	1236 người
Không nghiện thuốc lá	575 người	2437 người

Từ bảng thống kê trên, hãy chứng tỏ rằng việc nghiện thuốc lá và mắc bệnh viêm phổi có liên quan với nhau.

Câu 3. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc với $P(A) > 0, P(B) > 0$. Chứng tỏ rằng hai biến cố A và B không độc lập.

Câu 4. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Một thùng đựng 60 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 60. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong thùng. Xét hai biến cố sau:

A : "Số ghi trên tấm thẻ là ước của 60" và B : "Số ghi trên tấm thẻ là ước của 48".

Chứng tỏ rằng A và B là hai biến cố không độc lập.

Câu 5. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Có hai túi đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Túi I có 3 viên bi màu xanh và 7 viên bi màu đỏ. Túi II có 10 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất để:

- Hai viên bi được lấy có cùng màu xanh;
- Hai viên bi được lấy có cùng màu đỏ;
- Hai viên bi được lấy có cùng màu;
- Hai viên bi được lấy không cùng màu.

Câu 6. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Có hai túi mỗi túi đựng 10 quả cầu có cùng kích thước và khối lượng được đánh số từ 1 đến 10. Từ mỗi túi, lấy ngẫu nhiên ra một quả cầu. Tính xác suất để trong hai quả cầu được lấy ra không có quả cầu nào ghi số 1 hoặc ghi số 5.

Câu 7. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Trong đợt kiểm tra cuối học kì II lớp 11 của các trường trung học phổ thông, thống kê cho thấy có 93% học sinh tỉnh X đạt yêu cầu; 87% học sinh tỉnh Y đạt yêu cầu. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X và một học sinh của tỉnh Y . Giả thiết rằng chất lượng học tập của hai tỉnh là độc lập. Tính xác suất để:

- Cả hai học sinh được chọn đều đạt yêu cầu;

- b) Cả hai học sinh được chọn đều không đạt yêu cầu;
- c) Chỉ có đúng một học sinh được chọn đạt yêu cầu;
- d) Có ít nhất một trong hai học sinh được chọn đạt yêu cầu.

Câu 8. Một vận động viên thi bắn súng. Biết rằng xác suất để vận động viên đó bắn trúng vòng 10 là 0,2 ; bắn trúng vòng 9 là 0,25 và bắn trúng vòng 8 là 0,3 . Nếu bắn trúng vòng k thì được k điểm. Vận động viên thực hiện bắn hai lần. Giả sử hai lần bắn của của vận động viên là độc lập. Vận động viên đạt huy chương vàng nếu được 20 điểm, đạt huy chương bạc nếu được 19 điểm và đạt huy chương đồng nếu được 18 điểm. Tính xác suất để vận động viên đạt được huy chương đồng.

Câu 9. Gieo ba xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét các biến cố sau:

A : "Số chẵn xuất hiện trên mặt của ba xúc xắc khác nhau".

B : "Có ít nhất một xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm".

Chứng minh rằng hai biến cố A và B không độc lập.

Câu 10. Cho $P(A) = 0,4; P(B) = 0,5; P(A \cup B) = 0,6$. Hỏi A và B có độc lập hay không?

Câu 11. Cho $P(A) = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Hỏi A và B có độc lập hay không?

Câu 12. Gieo hai đồng xu cân đối. Xét các biến cố A : "Cả hai đồng xu đều ra mặt sấp", B : "Có ít nhất một đồng xu ra mặt sấp" . Hỏi A và B có độc lập hay không?

Câu 13. Gieo hai con xúc xắc cân đối. Xét các biến cố A : "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm", B : "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7" . Chứng tỏ rằng A và B không độc lập.

Câu 14. Có 3 hộp I, II, III. Mỗi hộp chứa ba tấm thẻ đánh số 1,2, 3. Từ mỗi hộp rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Xét các biến cố sau:

A : "Tổng các số ghi trên ba tấm thẻ là 6 "; B : "Ba tấm thẻ có ghi số bằng nhau".

a) Tính $P(A), P(B)$.

b) Hỏi A, B có độc lập không?

Câu 15. Hai bạn An và Bình không quen biết nhau và đều học xa nhà. Xác suất để bạn An về thăm nhà vào ngày Chủ nhật là 0,2 và của bạn Bình là 0,25 . Dùng sơ đồ hình cây để tính xác suất vào ngày Chủ nhật:

- a) Cả hai bạn đều về thăm nhà.
- b) Có ít nhất một bạn về thăm nhà.
- c) Cả hai bạn đều không về thăm nhà.
- d) Chỉ có bạn An về thăm nhà.
- e) Có đúng một bạn về thăm nhà.

Câu 16. Cho A, B là hai biến cố độc lập và $P(AB) = 0,1; P(A\bar{B}) = 0,4$. Tìm $P(A \cup \bar{B})$.

Câu 17. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 4 . Hộp thứ hai chứa 6 viên bi cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 6 . Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 viên bi. Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 2 viên bi bằng 8" , B là biến cố "Tích các số ghi trên 2 viên bi là số chẵn".

- a) Xác định không gian mẫu của phép thử.
- b) Hãy tính xác suất của biến cố AB .
- c) Tính xác suất của biến cố A và biến cố B .

d) A và B có là hai biến cố độc lập không?

e) Hãy tìm một biến cố khác rỗng, xung khắc với biến cố A nhưng không xung khắc với biến cố B .

Câu 18. Một hộp chứa 99 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 99. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2", B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 5".

a) Bình nói AB là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 10". Bình nói như vậy đúng hay sai? Tại sao?

b) Hai biến cố A và B có độc lập không? Tại sao?

Câu 19. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

a) Biết $P(A)=0,3$ và $P(B)=0,7$. Hãy tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.

b) Biết $P(A)=0,8$ và $P(AB)=0,4$. Hãy tính xác suất của các biến cố $B, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.

Câu 20. Minh gieo 1 hạt đậu và 1 hạt ngô. Xác suất nảy mầm của hạt đậu và hạt ngô lần lượt là 0,7 và 0,6. Biết rằng sự nảy mầm của hai hạt này là độc lập. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

a) "Cả 2 hạt đều nảy mầm";

b) "Cả 2 hạt đều không nảy mầm";

c) "Hạt đậu nảy mầm, hạt ngô không nảy mầm".

Câu 21. Một hộp chứa 4 bút xanh, 1 bút đen và 1 bút đỏ. Các cây bút có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên 3 cây bút từ hộp. Gọi A là biến cố "Có 1 cây bút đỏ trong 3 cây bút được lấy ra". Gọi B là biến cố "Có 1 cây bút đen trong 3 cây bút được lấy ra".

a) Hãy tìm một biến cố xung khắc với biến cố A nhưng không xung khắc với biến cố B .

b) Tính xác suất của các biến cố A, B và AB .

Câu 22. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 1 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 2 viên bi. Gọi A là biến cố "Cả 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có cùng màu"; B là biến cố "Cả 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có cùng màu".

a) Minh nói AB là biến cố "Trong 4 viên bi lấy ra có 2 viên bi xanh, 2 viên bi đỏ". Minh nói đúng hay sai? Tại sao?

b) So sánh $P(AB)$ với $P(A)P(B)$.

c) Hãy tìm một biến cố khác rỗng, xung khắc với cả biến cố A và biến cố B .

Câu 23. Một hộp chứa 50 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 4", B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 6".

a) Giang nói AB là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 24". Giang nói như vậy đúng hay sai? Tại sao?

b) Hai biến cố A và B có độc lập không? Tại sao?

Câu 24. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

a) Biết $P(\bar{A})=0,4$ và $P(B)=0,1$. Hãy tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.

b) Biết $P(A)+P(B)=0,8$ và $P(AB)=0,16$. Hãy tính xác suất của các biến cố $B, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.

Câu 25. Minh mua 2 bóng đèn. Theo một kết quả thống kê, tỉ lệ bị hỏng trong năm đầu sử dụng của loại bóng đèn Minh mua là 23%. Tính xác suất của các biến cố:

A : "Cả hai bóng đèn đều bị hỏng trong năm đầu sử dụng";

B : "Cả hai bóng đèn đều không bị hỏng trong năm đầu sử dụng".

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vn teach.com>