

Xuêtt ph₁t tổ t₁cm quan tr₁ng c₁ũa n₁ei dung, t₁ýnh ph₁oc t₁p h₁ãa g₁©y n₁à n₁ s₁ù tr₁ẻ n₁g₁i cho h₁ãc sinh trong qu₁, tr₁xnh ti₁õp c₁ẽn v₁í t₁ých ph₁©n. C₁ĩng v₁í s₁ù t₁ých lu₁ũ kinh nghi₁õm c₁ũ ®₁íc c₁ũa b₁¶n th₁©n qua mét s₁è n₁ăm gi₁¶ng d₁ãy. K₁õt h₁íp v₁í nh₁÷ng ki₁õn th₁oc

Sự kiện kinh nghiệm

mục tiêu. Luôn hểi hểi trong chđng trđnh sđi hểi Tođn mục đđch biểt lự sđ hểi đđn tđn trđnh cđn cđc thđy cđ giđo. Tđi mđnh đđn chđn đđ tđi nựy.

Qua đđ tđi, tđi mong rđng bđn thđn mđnh sđ tđm hiđu sđu hđn vđ vđn đđ nựy, tđ phđn lođi đđi mđt sđ đđng tođn tđch phđn, nđu lđn mđt sđ phđng phđp giđi cho tđng đđng bđi tđp. Tđ đđ giđp hểi sinh cđ thđ đđ dđng hđn trong viđc tđnh tđch phđn. Qua nđi dung nựy tđi hy vđng hểi sinh phđt huy đđi khđi nđng phđn tđch, tđng hđp, khđi quđt hođ qua cđc bđi tđp nhđ. Tđ đđ hđnh thđnh cho hểi sinh khđi nđng tđ duy sđng tđo trong hểi tđp.

II - Nhiđm vđ nghiđn cđu :

- Cđc phđng phđp tđnh tđch phđn : PP đđi biểi sđ, pp tđch phđn tđng phđn, Tđch phđn hđm sđ lđng giđc, tđch phđn hđm sđ vđ tđ...

- Kđ nđng tđnh tđch phđn đđng bđng nguyđn hđm cđ bđn mđ hểi sinh đđ hểi.

III. Sđi tđng nghiđn cđu :

- Hểi sinh lđp 12 BT.THPT

- Cđc phđng phđp tđnh tđch phđn trong chđng trđnh tođn lđp 12.

IV. Phđng phđp nghiđn cđu :

Thđm khđo tđi liđu, thu thđp tđi liđu, đđc rđt, tđng kđt kinh nghiđm, kiđm trđ kđt quđ. Dđ giđ, kiđm trđ chđt lđng hểi sinh, nghiđn cđu hđ sđ giđng đđy, đđi đđ trđ trđc tiđp thđng qua cđc giđ hểi, thđ hiđn trđn nhiđu đđi tđng hểi sinh khđc nhđu : Hểi sinh khđ, giđi vđ hểi sinh trung bđnh vđ mđn Tođn.

V. Phđm vi nghiđn cđu :

Giđi hđn đđ vđn đđ giđng đđy Nguyđn hđm - Tđch phđn trong chđng trđnh lđp 12 đđ THPT.

Hàm số $y = \frac{1}{(x+1)^2}$ xác định tại $x = -1 \in [-2; 2]$ suy ra hàm số không liên tục trên $[-2; 2]$ do ã tích phân trên không tồn tại.

* Chó ý ãi với hãc sinh:

Khi tÝnh $\int_a^b f(x)dx$ cÇn chó ý xem hàm số $y=f(x)$ cã liên tục trên $[a; b]$ không? Nếu cã th× p dông ph–ng ph×p ã hãc ã tÝnh tích phân ã cho cßn nếu không th× kÖt luËn ngay tích phân nuy không tồn tại.

*** Mét sè bµi tËp t–ng tù :**

TÝnh c¸c tích phân sau:

$$1/ \int_0^5 \frac{dx}{(x-4)^4}.$$

$$3/ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^4 x} dx$$

$$2/ \int_{-2}^3 x(x^2-1)^{\frac{1}{2}} dx.$$

$$4/ \int_{-1}^1 \frac{x^3 \cdot e^x + x^2}{x^3} dx$$

Bµi 2 : TÝnh tích phân: $I = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x}$

* Sai lÇm thêng gÆp : §Æt $t = \tan \frac{x}{2}$ th× $dx = \frac{2dt}{1+t^2}; \frac{1}{1+\sin x} = \frac{1+t^2}{(1+t)^2}$

$$\Rightarrow \int \frac{dx}{1 + \sin x} = \int \frac{2dt}{(1+t)^2} = \int 2(t+1)^{-2} d(t+1) = -\frac{2}{t+1} + c$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x} = \left. \frac{-2}{\tan \frac{x}{2} + 1} \right|_0^{\pi} = \frac{-2}{\tan \frac{\pi}{2} + 1} - \frac{2}{\tan 0 + 1}$$

do $\tan \frac{\pi}{2}$ không xác định nên tích phân trên không tồn tại

*Nguyên nhân sai lÇm:

§Æt $t = \tan \frac{x}{2}$ $x \in [0; \pi]$ thì $x = \pi$ th× $\tan \frac{x}{2}$ không cã nghĩa.

*** Lãi gi¶i ãng:**

$$I = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \sin x} = \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = \int_0^{\pi} \frac{d\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)} = \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \Big|_0^{\pi} = \tan$$

$$\frac{\pi}{4} - \tan\left(\frac{-\pi}{4}\right) = 2$$

* **Chú ý** về ví dụ sinh:

Để ví dụ phương pháp về biến số khi đặt $t = u(x)$ thì $u(x)$ phải là một hàm liên tục và cả đạo hàm liên tục trên $[a; b]$.

Mét về bài tập tiếp theo:

Tính các tích phân sau:

$$1/ \int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin x}$$

$$2/ \int_0^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos x}$$

Bài 3: Tính $I = \int_0^4 \sqrt{x^2 - 6x + 9} dx$

* Sai lầm thường gặp:

$$I = \int_0^4 \sqrt{x^2 - 6x + 9} dx = \int_0^4 \sqrt{(x-3)^2} dx = \int_0^4 (x-3) d(x-3) = \frac{(x-3)^2}{2} \Big|_0^4 = \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -4$$

* Nguyên nhân sai lầm:

Phương pháp về biến số $\sqrt{(x-3)^2} = x-3$ với $x \in [0; 4]$ là không đúng.

* **Lưu ý** đúng:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^4 \sqrt{x^2 - 6x + 9} dx \\ &= \int_0^4 \sqrt{(x-3)^2} dx = \int_0^3 (x-3) d(x-3) + \int_3^4 (x-3) d(x-3) \\ &= -\frac{(x-3)^2}{2} \Big|_0^3 + \frac{(x-3)^2}{2} \Big|_3^4 = \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 5 \end{aligned}$$

* **Chú ý** về ví dụ sinh:

$$\sqrt[n]{(f(x))^{2n}} = |f(x)| \quad (n \geq 1, n \in \mathbb{N})$$

$I = \int_a^b \sqrt[n]{(f(x))^{2n}} = \int_a^b f(x) dx$ ta ph ́i x ́t d ́u h ́m s ́ $f(x)$ tr ́n $[a; b]$ r ́i d ́ng t ́nh ch ́t t ́ch ph ́n t ́ch I th ́nh t ́ng c ́c ph ́n kh ́ng ch ́a d ́u gi ́ tr ́ tuy ́t ́i.

Mét s ́ b ́i t ́p t ́ng t ́:

$$1/I = \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \sin 2x} \, dx ;$$

$$3/I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \sqrt{\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\right)} \, dx$$

$$2/I = \int_0^3 \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} \, dx$$

$$4/I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2} \, dx$$

B ́i 4: T ́nh $I = \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

* Sai l ́m th ́ng g ́p:

$$I = \int_{-1}^0 \frac{d(x+1)}{(x+1)^2 + 1} = \arctan(x+1) \Big|_{-1}^0 = \arctan 1 - \arctan 0 = \frac{\pi}{4}$$

* Nguy ́n nh ́n sai l ́m :

H ́c sinh kh ́ng h ́c kh ́i ni ́m $\arctg x$ trong s ́ch gi ́o khoa hi ́n th ́i

* L ́i gi ́i ́ng:

$$\text{Đ ́t : } x+1 = \tan t \Rightarrow dx = (1 + \tan^2 t) dt$$

Đ ́i c ́n:

x	-1	0
t	0	$\frac{\pi}{4}$

$$\text{Khi đ ́ : } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \tan^2 t) dt}{\tan t + 1} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}$$

* Ch ́ y ́i v ́i h ́c sinh:

S,ng kiÖn kinh nghiÖm

C, c kh,i niÖm arcsinx , arctgx kh«ng tr×nh bµy trong s, ch gi, o khoa hiÖn thêi. Hãc sinh cã thÓ ®äc thÊy mét sè bµi tÛp , p dông kh,i niÖm nµy trong mét s, ch tham kh¶o, v× c, c s, ch nµy viÖt theo s, ch gi, o khoa cò (tríc n¨m 2000). Tõ n¨m 2000 ®Ön nay do c, c kh,i niÖm nµy kh«ng cã trong s, ch gi, o khoa n¨n hãc sinh kh«ng ®äc , p dông ph¸ng ph, p nµy n÷a. V× vÊy khi gÆp

tÝch ph©n d¹ng $\int_a^b \frac{1}{1+x^2} dx$ ta dÞng ph¸ng ph, p ®æi biÖn sè ®Æt $t = \tan x$ hoÆc $t = \cot x$;

$$\int_a^b \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \text{ th× ®Æt } x = \sin t \text{ hoÆc } x = \cos t$$

*Mét sè bµi tÛp t¸ng tù:

$$1/ I = \int_4^8 \frac{\sqrt{x^2 - 16}}{x} dx$$

$$2/ I = \int_0^1 \frac{2x^3 + 2x + 3}{x^2 + 1} dx$$

$$3/ I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$$

Bµi 5: TÝnh : $I = \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

*Suy luËn sai lÇm: §Æt $x = \sin t$, $dx = \cos t dt$

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = \int \frac{\sin^3 t}{|\cos t|} dt$$

§æi cËn:

x	0
	1/4
t	0 ?

* Nguyªn nh©n sai lÇm:

S. ng kiÖn kinh nghiÖm

Khi gÆp tÝch ph©n cña hµm sè cã chøa $\sqrt{1-x^2}$ th× thêng ®Æt $x = \sin t$ nhng ®èi víi tÝch ph©n nµy sÏ gÆp khã khn khi ®æi cËn c th víi $x = \frac{1}{4}$ kh«ng t×m ®êc chÝnh x, c t = ?

*** Lôi gi¶i ®óng:**

$$\text{§Æt : } t = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow dt = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx \Rightarrow t dt = x dx$$

§æi cËn:

x	0
	1/4
t	1 $\frac{\sqrt{15}}{4}$

$$I = \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx =$$

$$\int_1^{\frac{\sqrt{15}}{4}} \frac{(1-t^2)dt}{t} = \int_1^{\frac{\sqrt{15}}{4}} (1-t^2)dt = \left(t - \frac{t^3}{3} \right) \Big|_1^{\frac{\sqrt{15}}{4}} = \left(\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{15\sqrt{15}}{192} \right) - \frac{2}{3} = \frac{33\sqrt{15}}{192} - \frac{2}{3}$$

*** Ch y ®èi víi hãc sinh:**

Khi gÆp tÝch ph©n cña hµm sè cã chøa $\sqrt{1-x^2}$ th× thêng ®Æt $x = \sin t$ hoÆc gÆp tÝch ph©n cña hµm sè cã chøa $1+x^2$ th× ®Æt $x = \tan t$ nhng cÇn ch y ®n cËn cña tÝch ph©n ®ã nu cËn lµ gi, trÞ lng gi, c cña gãc ®Æc biÖt th× míi lµm ®êc theo ph¬ng ph¸p nµy cÇn nu kh«ng th× ph¶i nghiÖ ®n ph¬ng ph¸p kh, c.

***Mét sè bµi tËp t¬ng tù:**

$$1/ \text{ tÝnh } I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$$

$$2/ \text{ tÝnh } I =$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$$

Bµi 6: TÝnh $I = \int_{-1}^1 \frac{x^2-1}{1+x^4} dx$

Sự ứng dụng kinh nghiệm

* Sai lầm thông thường $m^{3/4}c$: $I = \int_{-1}^1 \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + x^2} dx = \int_{-1}^1 \frac{\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2} dx$

Đặt $t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow dt = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$

Đổi cận:

x	-1	1
t	-2	2

$$I = \int_{-2}^2 \frac{dt}{t^2 - 2} = \int_{-2}^2 \left(\frac{1}{t + \sqrt{2}} - \frac{1}{t - \sqrt{2}} \right) dt = \left(\ln|t + \sqrt{2}| - \ln|t - \sqrt{2}| \right) \Big|_{-2}^2 = \ln \left| \frac{t + \sqrt{2}}{t - \sqrt{2}} \right| \Big|_{-2}^2$$

$$= \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \ln \left| \frac{-2 + \sqrt{2}}{-2 - \sqrt{2}} \right| = 2 \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

* Nguyên nhân sai lầm: $\frac{x^2 - 1}{1 + x^4} = \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + x^2}$ làm sai vñ trong $[-1; 1]$ chứa x

= 0 nên không thể chia cả tử lẫn mẫu cho $x = 0$ được

* Lời giải đúng:

Đặt hàm số $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1}$

$$F'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1} \right)' = \frac{x^2 - 1}{x^4 + 1}$$

Do vậy $I = \int_{-1}^1 \frac{x^2 - 1}{1 + x^4} dx = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$

*Chú ý về việc hãm sinh: Khi tính tích phân cần chia cả tử lẫn mẫu của hàm số cho x cần chú ý rằng trong miền lấy tích phân phải không chứa điểm $x = 0$.

III. Hiểu quả của sự ứng dụng kinh nghiệm:

1/ Kết quả thực tiễn:

Sự nghiệp kinh nghiệm

Ban Chấp hành sinh giáo dục đã khẩn trương nghiên cứu trong việc giáo dục nhân dân đang tích cực phấn đấu. Tuy nhiên giáo viên còn hướng đến học sinh tốt hơn cách phấn đấu tích cực hơn, tích cực hơn nữa sẽ đi đến tích cực hơn, cần của tích cực hơn. Đó là cần phải hợp tác với nhau sẽ giáo viên đưa ra những sai lầm mà học sinh thường mắc phải trong quá trình suy luận, trong các bài tính tích cực hơn này rất tốt. Đã hướng các em đi đến lời giải đúng.

Sau khi hướng đến học sinh như trên và yêu cầu học sinh giải một số bài tập tích cực hơn trong sách giáo khoa Giải Tích Lớp 12 và một số bài trong các đề thi tuyển sinh vào lớp 1 học, cao cấp và trung học chuyên nghiệp của các năm trước thì các em rất phấn khích trong khi tìm và trình bày lời giải và giải rất nhiều một lần lớn bài tập.

2/Kết quả thực nghiệm:

Sự nghiệp rất được đồng ý trong năm học 2009-2010. Bài kiểm tra trên hai đề thi lớp 12A(49 học sinh) không đồng ý sự nghiệp và 12B(47 học sinh) đồng ý sự nghiệp như sau:

Xếp loại Đề thi	giải	kh	Tb	Yếu
12A	50%	40%	10%	0%
12B	0%	0%	40%	60%

Sau khi thực hiện sự nghiệp học sinh học tập rất tích cực và học sinh rất biết lợi khi giải bài tập tích cực hơn các em tính tích cực hơn rất phấn khích và hiểu biết nhất của vấn đề không tính đến khu vực một cách máy móc như trước, đã lợi việc

thời điểm việc phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của học sinh.

phần III : kết luận - kiến nghị

I. kết luận:

Nghiên cứu, phân tích một số sai lầm của học sinh khi tính tích phân cần ý nghĩa rất lớn trong quá trình dạy học và khi áp dụng sự nghiệp này sẽ giúp học sinh nhận thấy tầm quan trọng của việc nắm vững kiến thức và hiểu biết của mình về vấn đề này để phát huy hiệu quả của việc học tập, năng lực suy nghĩ tích cực chủ động cũng sẽ trau dồi thêm kiến thức về tính tích phân để áp dụng chủ động kiến thức, đạt được kết quả cao trong quá trình học tập và các kỳ thi tuyển sinh vào các trường đại học, cao đẳng, THPT

II . Kiến nghị:

Hiện nay Trung tâm GDTX Yên Phong có một số học sinh tham khảo tuy nhiên chưa có một số học sinh tham khảo vào sai lầm của học sinh khi giải toán. Vì vậy Trung tâm cần quan tâm hơn nữa về việc trang bị thêm học sinh loại này để học sinh đạt được kết quả cao về kiến thức và kỹ năng khi giải toán để các em có thể trình bày kiến thức và kỹ năng sai lầm để trong khi làm bài tập.

tại liÖu tham kh¶o

1. Híng dÉn «n tÊp m«n To, n líp 12 (Ph¹m VŰnh Phóc- Chñ biªn - NXB Gi, o dñc ViÖt Nam - 2009)
2. Ph¬ng ph, p gi¶i to, n TÝch ph©n vµ Gi¶i tÝch tæ hìp (NguyÔn Cam - NXB TrÞ)
3. Ph¬ng ph, p gi¶i to, n TÝch ph©n (TrÇn §øc Huyªn - TrÇn ChÝ Trung - NXB Gi, o Dñc)
4. S, ch gi, o khoa Gi¶i tÝch 12 (TrÇn V¨n H¹o - Tæng Chñ biªn - NXB GD - 2008)
5. Ph¬ng ph, p gi¶i to, n TÝch ph©n (Lª Hång §øc - Lª BÝch Ngãc - NXB Hµ Núi - 2005)
6. Sai lÇm thêng gÆp vµ c, c s, ng t¹o khi gi¶i to, n (TrÇn Ph¬ng vµ NguyÔn §øc TÊn - NXB Hµ Núi - 2004)

môc lôc

trang

phÇn I : më ®Çu	1
I. §Æt vÊn ®Ò	1
II. Ph¬ng ph, p nghiªn cøu	1
phÇn II : Néi dung	2
I. C¬ së khoa häc	2
II. Néi dung cô thÓ	2
III. HiÖu qu¶ cña s, ng kiÖn	8
phÇn III: KÖt luËn - kiÖn nghÞ	9

