

THPTQG YÊN KHÁNH A 2023

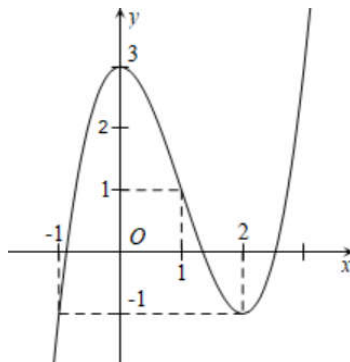
Câu 1: Giải phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ ta thu được tất cả các nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 10; u_{13} = 40$. Số hạng đầu của cấp số cộng là

- A. 3. B. 5. C. 1. D. 4.

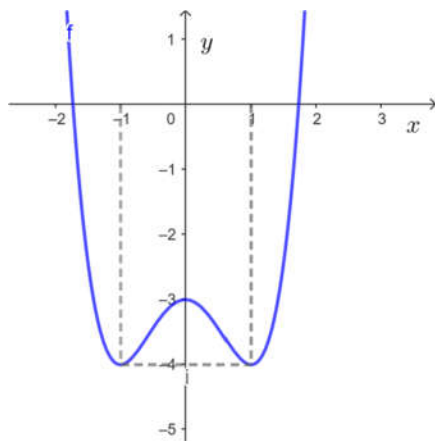
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Diện tích tam giác tạo bởi các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+					
$f(x)$	$+\infty$	↘		-2	↗		-1	↘		-2	↗		$+\infty$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$

. Giá trị của $2M - 3m$ bằng

- A. -7 . B. -8 . C. 4 . D. 5 .

Câu 6: Đồ thị hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $x = 3$ làm tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{2x-3}{x+3}$. B. $y = \frac{3x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{x-3}{x-1}$. D.

$$y = \frac{2x-1}{x-3}$$

Câu 7: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{\frac{-3}{4}}}{a^3 \sqrt[4]{a}}$; $a > 0$

- A. $A = a^{\frac{-10}{3}}$. B. $A = a^{\frac{10}{3}}$. C. $A = a^{\frac{-5}{2}}$. D. $A = a^{\frac{-7}{3}}$.

Câu 8: Cho $a, b, c > 0$; $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng

- A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{\log_a b}{\log_a c}$.
C. $\log_a 1 = a$. D. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 9: Trên \mathbb{R} , đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^{x+4}$ là

- A. $f'(x) = 2^{x+4} \cdot \ln 2$. B. $f'(x) = 4 \cdot 2^{x+4} \cdot \ln 2$. C. $f'(x) = \frac{4 \cdot 2^{x+4}}{\ln 2}$. D. $f'(x) = 2^{x+3}$.

Câu 10: Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x-\frac{1}{3}} = 9^{x+\frac{4}{3}}$

- A. 31. B. 19. C. 35. D. 22.

Câu 11: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x - \frac{1}{x}$

- A. $\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} - \ln|x| + C$. B. $\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$. C. $\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} - \ln x + C$. D. $\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} + \ln|x| + C$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7$; $\int_2^6 f(x)dx = 3$; Tính:

$$\int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$$

- A. $P = -4$. B. $P = 10$. C. $P = 7$. D. $P = 4$.

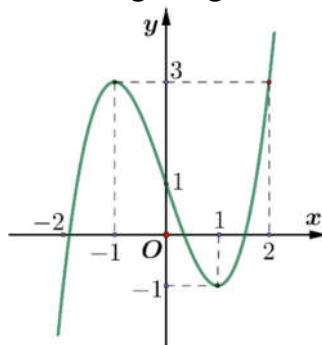
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị

của $\int_{-3}^3 f(x)dx$ bằng

- Câu 24:** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và khác 0, chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp S , xác suất để chọn được số mà không có hai chữ số cuối cùng không cùng tính chẵn, lẻ là
- A. $\frac{5}{18}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{25}{38}$ D. $\frac{7}{18}$

- Câu 25:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Côsin của góc giữa đường thẳng BD và (SAD) bằng
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

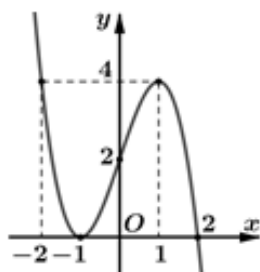
- Câu 26:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong sau:



Hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(0;1)$. B. $(-1;1)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(2; +\infty)$.
- Câu 27:** Cho hàm số $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ không vượt quá 7. Số phần tử nguyên của S là
- A. vô số. B. 4. C. 5. D. 3.

- Câu 28:** Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số nào?



- A. $y = (x+1)^2(2-x)$. B. $y = (x+1)^2(x-2)$
- C. $y = (x-1)^2(x+2)$. D. $y = -(x-1)^2(x+2)$.
- Câu 29:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 7x$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x + m$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt. Số phần tử của S là

A. 31. B. 26. C. 4. D. 5.

Câu 30: Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2-6x+2} - 4 \cdot 3^{x^2-3x+2} + 27 = 0$ là:

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 31: Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x) = x - 1$ có nghiệm là $x_0 = a + \log_2 b$ (với a, b nguyên ương và a, b là hai số nguyên tố cùng nhau). Tính $S = a + 2b$.

A. 5. B. 8. C. 7. D. 14.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x+5} + 3^{x^2+2x} \geq 3^{(x+1)^2+1} + 5 \cdot 2^{x^2+2x}$ là

A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. B. $[-1; 3]$. C. $[-3; 1]$. D. $[-1; 0]$.

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $2 \log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. B. $(1; 3]$. C. $[-3; 1]$. D. $[-1; 0]$.

Câu 34: Cho $\int x(2x-3)^5 dx = A(2x-3)^7 + B(2x-3)^6 + C$, với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị biểu thức $7A - 2B$

A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. 3. D. 5.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Tính môđun của số phức $z_1 \cdot z_2$.

A. $|z_1 \cdot z_2| = 5$. B. $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{26}$. D. $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{13}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 2a; AC = a, \widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{3a^3}{8}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{a^3}{8}$.

Câu 37: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $3a^3$, tam giác ABC có $AB = a, AC = 2a\sqrt{3}, \widehat{BAC} = 60^\circ$. Chiều cao của khối lăng trụ bằng

A. $2a$. B. a . C. $6a$. D. $a\sqrt{6}$.

Câu 38: Cho hai hình trụ có bán kính đường tròn đáy lần lượt là R_1, R_2 và chiều cao lần lượt là h_1, h_2 . Nếu hai hình trụ có cùng thể tích và $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{4}$ thì tỉ số $\frac{R_1}{R_2}$ bằng

A. 2. B. 4. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 2; -1), B(-1; 0; -1)$; Điểm $M(a; b; 0)$ thỏa mãn $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ nhỏ nhất. Tính $a + 2b$?

A. 0. B. 1. C. -1. D. 3.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 0), B(1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 5 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua hai điểm A, B , đồng thời vuông góc (P) là $2x - ay - bz + c = 0$. Giá trị của biểu thức $a + 2b - 3c$ bằng

A. -12. B. -24. C. -6. D. -16.

Câu 41: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, góc giữa $(AC'D')$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Khoảng cách giữa AD' và $A'B$ bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

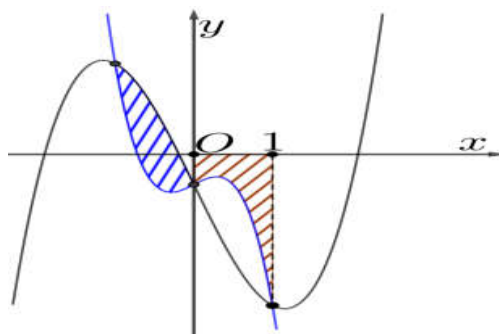
Câu 42: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx - 2$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số có hai cực trị cùng dấu. Số phần tử của S là
 A. vô số. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 43: Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (a; b)$. Đặt $T = b^2 - a^2$ thì
 A. $T = 36$. B. $T = 48$. C. $T = 64$. D. $T = 72$.

Câu 44: Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left[(x^3 - 4x)e^{x^2 - 2x + 2 + \sqrt{100-x}} - (x^3 - 4x) \right] \sqrt{4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16} \geq 0$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng
 A. 5045. B. 5048. C. 5047. D. 5046.

Câu 45: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2 \left| \frac{x^2 - 3x + m}{x + 2} \right| = 0$ có 2 nghiệm phân biệt. Tổng các phần tử của S là
 A. 12. B. 5. C. 15. D. 2.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx + c$ và $g(x) = bx^3 + ax + d, (a > 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng tổng diện tích miền kẻ sọc như hình vẽ bằng $\frac{7}{3}$. Giá trị của $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx$ bằng

A. $\frac{7}{6}$. B. $-\frac{7}{3}$. C. $-\frac{5}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB = 1cm, AC = \sqrt{3}cm$. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6} cm^3$. Tính khoảng cách từ B tới (SAC) .

A. $\frac{\sqrt{2}}{2} cm$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2} cm$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4} cm$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2} cm$.

Câu 48: Cho các số thực a, b thỏa mãn $e^{a^2+2b^2} + e^{ab} (a^2 - ab + b^2 - 1) - e^{1+ab+b^2} = 0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{1+2ab}$. Khi đó,

$m+M = \frac{c}{d}$ (với $c, d \in \mathbb{N}$ và $\frac{c}{d}$ là phân số tối giản). Tính $S = 3c + 2d$.

A. 36. B. 29. C. 27. D. 67.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f^2(x) dx = \pi$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin 3x dx = \frac{-3\pi}{2}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng.

- A. $\frac{-2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{-5}{7}$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a ; $AA' = 4a$. Điểm D là trung điểm của BB' , I di động trên cạnh AA' . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác IDC' . Tính giá trị biểu thức $\sqrt{15m} + \sqrt{51M}$ bằng

- A. $\frac{23a^2}{2}$. B. $\frac{33a^2}{2}$. C. $\frac{15a^2}{4}$. D. $\frac{31a^2}{4}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.D	4.C	5.C	6.D	7.A	8.A	9.A	10.A
11.A	12.D	13.B	14.A	15.A	16.A	17.A	18.B	19.D	20.D
21.A	22.C	23.C	24	25.C	26.A	27.C	28.A	29.C	30.A
31.B	32.C	33.B	34.A	35.C	36.A	37.A	38.A	39.A	40.A
41.A	42.C	43.B	44.A	45.B	46.B	47.A	48.A	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Giải phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ ta thu được tất cả các nghiệm là

- A.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải

Ta có : $\tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

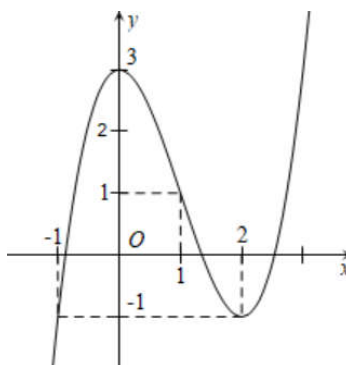
Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 10; u_{13} = 40$. Số hạng đầu của cấp số cộng là

- A.** 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có : $\begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ u_1 + 12d = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ d = 3 \end{cases}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



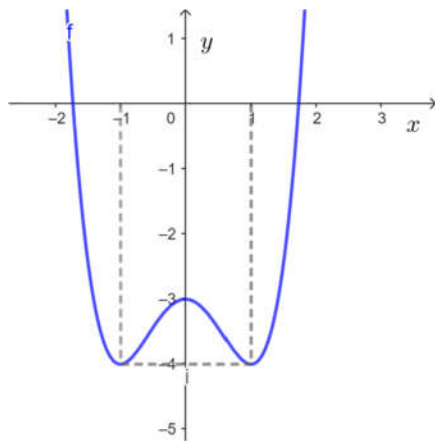
Hàm số đồng biến trên khoảng

- A.** $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây



Diện tích tam giác tạo bởi các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Đồ thị hàm số có các điểm cực trị là $A(-1; -4), B(1; -4), C(0; -3)$

Gọi $H(0; -4)$ là trung điểm của AB

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		-1		-2		$+\infty$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$

. Giá trị

của $2M - 3m$ bằng

A. -7 .

B. -8 .

C. 4.

D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Hồng Hợp

Nhìn vào đồ thị ta thấy $M = -1, m = -2$. Khi đó $2M - 3m = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-2) = 4$. Chọn đáp án

C

Câu 6: Đồ thị hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $x = 3$ làm tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{2x-3}{x+3}$.

B. $y = \frac{3x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x-3}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Hồng Hợp

Vì $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1}{x-3} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1}{x-3} = -\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$ nhận đường thẳng $x = 3$ làm tiệm cận đứng. Chọn đáp án D.

Câu 7: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{a^3 \sqrt[4]{a}}$; $a > 0$

A. $A = a^{-\frac{10}{3}}$

B. $A = a^{\frac{10}{3}}$

C. $A = a^{-\frac{5}{2}}$

D. $A = a^{\frac{-7}{3}}$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Hồng Hợp

Ta có: $A = \frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{a^3 \sqrt[4]{a}} = \frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{a^3 \cdot a^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{2}{3} - \frac{3}{4} - 3 - \frac{1}{4}} = a^{-\frac{10}{3}}$. Chọn đáp án A.

Câu 8: Cho $a, b, c > 0$; $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

B. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{\log_a b}{\log_a c}$

C. $\log_a 1 = a$

D. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Hồng Hợp

Ta có: $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. Chọn đáp án A.

Câu 9: Trên \mathbb{R} , đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^{x+4}$ là

A. $f'(x) = 2^{x+4} \cdot \ln 2$

B. $f'(x) = 4 \cdot 2^{x+4} \cdot \ln 2$

C. $f'(x) = \frac{4 \cdot 2^{x+4}}{\ln 2}$

D. $f'(x) = 2^{x+3}$

Lời giải

FB tác giả: Hồ Kim Ngân

Ta có: $f'(x) = 2^{x+4} \cdot \ln 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 10: Tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x-\frac{1}{3}} = 9^{x+\frac{4}{3}}$

A. 31.

B. 19.

C. 35.

D. 22.

Lời giải

FB tác giả: Hồ Kim Ngân

$3^{x^2-3x-\frac{1}{3}} = 9^{x+\frac{4}{3}} \Leftrightarrow x^2 - 3x - \frac{1}{3} = 2x + \frac{8}{3} \Leftrightarrow x^2 - 5x - 3 = 0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + x_2 = 5; x_1 \cdot x_2 = -3$

Suy ra: $x_1^2 + x_2^2 = 31$;

Câu 11: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 - 3x - \frac{1}{x}$

A. $\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} - \ln|x| + C$

B. $\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$

C. $\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} - \ln x + C$

D. $\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} + \ln|x| + C$

Lời giải

FB tác giả: Hồ Kim Ngân

Ta có: $\int x^2 - 3x - \frac{1}{x} dx = \frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} - \ln|x| + C$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7; \int_2^6 f(x)dx = 3$; Tính:

$$\int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$$

A. $P = -4$.

B. $P = 10$.

C. $P = 7$.

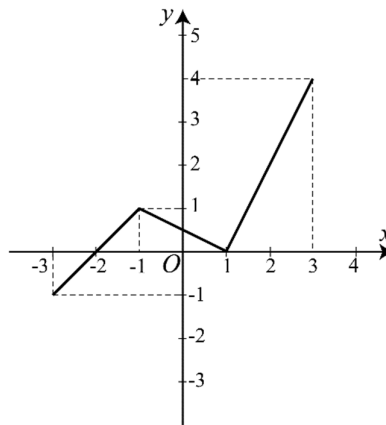
D. $P = 4$.

Lời giải

FB tác giả: Hồ Kim Ngân

$$\text{Ta có: } \int_0^2 f(x)dx + \int_2^6 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx = \int_0^{10} f(x)dx \Rightarrow \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx = 4$$

Câu 13: [Mức độ 2] Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của $\int_{-3}^3 f(x)dx$ bằng



A. 6.

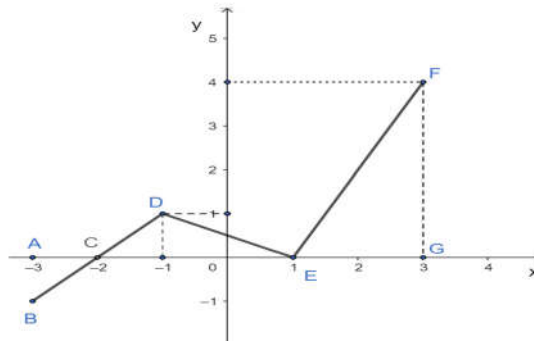
B. 5.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

FB tác giả: Trần Kim Nhung



Ta có:

$$\int_{-3}^3 f(x)dx = \int_{-3}^{-2} f(x)dx + \int_{-2}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx = -S_{\triangle ABC} + S_{\triangle CDE} + S_{\triangle EFG} = -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 5$$

Câu 14: [Mức độ 1] Cho số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 1 - 2023i$, khi đó

A. $z = 1 + 2023i$.

B. $z = -1 - 2023i$.

C. $z = -1 + 2023i$.

D. $z = 1 - 2023i$.

Lời giải

Do: $\bar{z} = 1 - 2023i$ nên $z = 1 + 2023i$.

Câu 15: [Mức độ 1] Thu gọn số phức $z = i - (-2 + 4i) - (3 - 2i)$ ta được?

A. $z = -1 - i$.

B. $z = 1 - i$.

C. $z = -1 - 2i$.

D. $z = 1 + i$.

Lời giải

Ta có: $z = i - (-2 + 4i) - (3 - 2i) = i + 2 - 4i - 3 + 2i = -1 - i$.

Câu 16: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 9 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 15.

B. 45.

C. 16. **D.** 225.

Lời giải

FB Tuấn Nguyễn: Nguyễn Văn Tuấn.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 5 = 15$.

Câu 17: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 12$. Thể tích khối hộp đó bằng

A. 144.

B. 60.

C. 624.

D. 156.

Lời giải

FB Tuấn Nguyễn: Nguyễn Văn Tuấn.

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho là $V = AB \cdot AD \cdot AA' = 3 \cdot 4 \cdot 12 = 144$.

Câu 18: Cho khối cầu có đường kính bằng 4. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 16π .

B. $\frac{32\pi}{3}$.

C. 32π .

D. $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

FB Tuấn Nguyễn: Nguyễn Văn Tuấn.

Khối cầu có đường kính bằng 4 nên bán kính của khối cầu đã cho là $r = 2$. Do đó thể tích của khối

cầu đã cho là $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 2^3 \pi = \frac{32}{3} \pi$.

Câu 19: [Mức độ 1] Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

A. $V = 16\pi\sqrt{3}$.

B. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = 12\pi$.

D. $V = 4\pi$.

Lời giải

FB tác giả: Anh Tu

Ta có $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 4\pi$

Câu 20: [Mức độ 2] Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $S = 4\pi a^2$

B. $S = 8\pi a^2$

C. $S = 24\pi a^2$ **D.**

A. $S = 16\pi a^2$

Lời giải

FB tác giả: Anh Tu

Vì thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$, nên bán kính đường tròn đáy $r = 2a$ và độ dài đường sinh là $l = 4a$, suy ra diện tích xung quanh là $S = 2\pi r l = 2\pi \cdot 2a \cdot 4a = 16\pi a^2$.

Câu 21: [Mức độ 1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của vectơ \vec{a} .

A. $(0; 2; -3)$

B. $(-3; 2; 0)$

C. $(2; -3)$

D. $(2; 0; -3)$

Lời giải

FB tác giả: Anh Tu

Ta có $\vec{a} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$, suy ra $\vec{a} = (0; 2; -3)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, một vecto pháp tuyến của mặt phẳng $2x + y - 3z - 4 = 0$ là

- A. $\vec{n}(2; -1; -3)$ B. $\vec{n}(2; 1; 3)$ C. $\vec{n}(-2; -1; 3)$ D. $\vec{n}(2; -1; -3)$

Lời giải

Tác giả: Trần Quang Đạt; Fb: Quang Đạt

Một vecto pháp tuyến của mặt phẳng $2x + y - 3z - 4 = 0$ là $\vec{n}(-2; -1; 3)$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm : $A(-2; 0; 0), B(0; 0; 7), C(0; 3; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 1$ B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} = 0$ C. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$ D. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{7} + \frac{z}{3} + 1 = 0$

Lời giải

Tác giả: Trần Quang Đạt; Fb: Quang Đạt

Phương trình mặt phẳng (ABC) là : $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{7} = 1$

Câu 24: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và khác 0, chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp S , xác suất để chọn được số mà không có hai chữ số cuối cùng không cùng tính chẵn, lẻ là

- A. $\frac{5}{18}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{25}{38}$ D. $\frac{7}{18}$

Lời giải

Tác giả: Trần Quang Đạt; Fb: Quang Đạt

Gọi tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và khác 0 là $\overline{abcd}; (a \neq 0)$

Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và khác 0 là: $A_9^4 = 3024$

Suy ra: $n(\Omega) = 3024$

Số mà không có hai chữ số cuối cùng không cùng tính chẵn, lẻ, nghĩa là hai chữ số cuối cùng có cùng tính chẵn, lẻ.

Gọi A là biến cố: “Chọn được số mà không có hai chữ số cuối cùng không cùng tính chẵn, lẻ”.

Suy ra, A là tập hợp các số chọn từ S và có hai chữ số cuối cùng có cùng tính chẵn, lẻ.

Trường hợp 1: Hai số cuối cùng là số chẵn

Chọn hai số chẵn xếp vào vị trí c và d , có $A_4^2 = 12$ cách.

Chọn hai số từ 7 số còn lại xếp vào vị trí a và b , có $A_7^2 = 42$ cách.

Suy ra: có $12 \cdot 42 = 504$ số

Trường hợp 2: Hai số cuối cùng là số lẻ

Chọn hai số chẵn xếp vào vị trí c và d , có $A_5^2 = 20$ cách.

Chọn hai số từ 7 số còn lại xếp vào vị trí a và b , có $A_7^2 = 42$ cách.

Suy ra: có $20 \cdot 42 = 840$ (số)

Vậy $n(A) = 504 + 840 = 1344$

Suy ra : $P_{(A)} = \frac{1344}{3024} = \frac{4}{9}$

Không có đáp án.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Côsin của góc giữa đường thẳng BD và (SAD) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

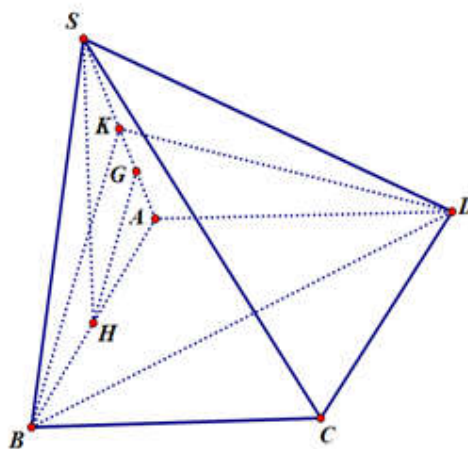
B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Cảnh Dương FB: Cảnh Dương Lê



Đặt $AB = a$.

Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó $SH \perp AB$, do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Suy ra $SH \perp AD$, mặt khác $AD \perp AB$ suy ra $AD \perp (SAB) \Rightarrow (SAD) \perp (SAB)$

Gọi K là trung điểm của SA , do tam giác SAB đều nên $BK \perp SA \Rightarrow BK \perp (SAD)$.

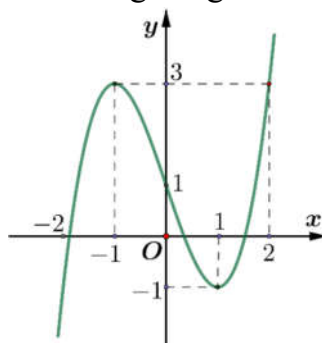
Do đó DK là hình chiếu vuông góc của BD lên mặt phẳng (SAD)

Suy ra $\widehat{(BD, (SAD))} = \widehat{(BD, DK)} = \widehat{BDK}$

Ta có $BD = a\sqrt{2}$, $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow DK = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\cos \widehat{(BD, (SAD))} = \cos \widehat{BDK} = \frac{DK}{BD} = \frac{\sqrt{10}}{4}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong sau:



Hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ đồng biến trên khoảng

- A.** $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $y' = (2x-2)f'(x^2-2x)$. Khi đó, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2-2x=-1 \\ x^2-2x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1-\sqrt{2} \\ x=1+\sqrt{2} \end{cases}$

Lập bảng xét dấu của y' trên \mathbb{R} ta có hàm số đồng biến trên $(1-\sqrt{2}; 1)$ và $(1+\sqrt{2}; +\infty)$

Suy ra hàm số đồng biến trên $(0;1)$

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ không vượt quá 7. Số phần tử nguyên của S là

- A.** vô số. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

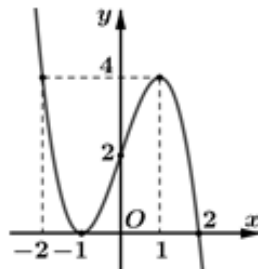
Lời giải

Ta có $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1 + m^2 > 0, x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $[0;1]$

$\max_{[0;1]} f(x) = f(1) = m^2 + 3$. Yêu cầu bài toán tương đương $m^2 + 3 \leq 7 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Vậy $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ hay S có 5 phần tử.

Câu 28: Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số nào?



- A.** $y = (x+1)^2(2-x)$. **B.** $y = (x+1)^2(x-2)$
C. $y = (x-1)^2(x+2)$. **D.** $y = -(x-1)^2(x+2)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta suy ra đây là đồ thị của hàm số bậc 3 với hệ số $a < 0$ nên loại đáp án **B** và **C**, giao với trục hoành tại điểm có hoành độ -1 và 2 nên chọn đáp án **A**.

Câu 29: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 7x$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x + m$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt. Số phần tử của S là

- A.** 31. **B.** 26. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d là

$$x^3 - 3x^2 - 7x = 2x + m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 9x = m \quad (1)$$

Đề d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt \Leftrightarrow đường thẳng

$(\Delta) : y = m$ cắt đồ thị $(C') : y = x^3 - 3x^2 - 9x$ tại 3 điểm phân biệt

Xét hàm số: $y = x^3 - 3x^2 - 9x$, ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		5		-27		$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra: $-27 < m < 5$.

Khi đó có 4 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn bài toán là: 1; 2; 3; 4

Vậy có 4 giá trị nguyên dương của tham số m để d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

Câu 30: Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2-6x+2} - 4.3^{x^2-3x+2} + 27 = 0$ là:

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $3^{2x^2-6x+2} - 4.3^{x^2-3x+2} + 27 = 0 \Leftrightarrow 9.3^{2(x^2-3x)} - 36.3^{x^2-3x} + 27 = 0$

Đặt $3^{x^2-3x} = t, t > 0$, phương trình (1) trở thành: $9t^2 - 36t + 27 = 0 \Leftrightarrow t = 1; t = 3$

+) Với $t = 1 \Rightarrow 3^{x^2-3x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$

+) Với $t = 3 \Rightarrow 3^{x^2-3x} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 31: [Mức độ 2] Phương trình $\log_4(3.2^x) = x - 1$ có nghiệm là $x_0 = a + \log_2 b$ (với a, b nguyên

ương và a, b là hai số nguyên tố cùng nhau). Tính $S = a + 2b$.

A. 5.

B. 8.

C. 7.

D. 14.

Lời giải

FB Tác giả: UyenTran

Phương trình $\log_4(3.2^x) = x - 1 \Leftrightarrow \log_2 3 + x = 2x - 2 \Leftrightarrow x = 2 + \log_2 3 \approx 3,58$.

$\Rightarrow S = a + 2b = 2 + 2.3 = 8$

Câu 32: [Mức độ 2] Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x+5} + 3^{x^2+2x} \geq 3^{(x+1)^2+1} + 5.2^{x^2+2x}$ là

A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

B. $[-1; 3]$.

C. $[-3; 1]$.

D. $[-1; 0]$.

Lời giải

FB Tác giả: UyenTran

Ta có:

$2^{x^2+2x+5} + 3^{x^2+2x} \geq 3^{(x+1)^2+1} + 5.2^{x^2+2x} \Leftrightarrow 2^5.2^{x^2+2x} - 5.2^{x^2+2x} \geq 3^2.3^{x^2+2x} - 3^{x^2+2x}$

$\Leftrightarrow 27.2^{x^2+2x} \geq 8.3^{x^2+2x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2+2x} \leq \frac{27}{8} \Leftrightarrow x^2 + 2x \leq \log_{\frac{3}{2}} \frac{27}{8}$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x \leq 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1.$$

Câu 33: [Mức độ 2] Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là
A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. **B.** $(1; 3]$. **C.** $[-3; 1]$. **D.** $[-1; 0]$.

Lời giải

FB Tác giả: UyenTran

Điều kiện: $1 < x < 5$

$$\text{Ta có: } 2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 \leq \log_2(10-2x)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 10-2x \Leftrightarrow x^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3.$$

Kết hợp với điều kiện suy ra tập nghiệm là: $S = (1; 3]$

Câu 34: [Mức độ 2] Cho $\int x(2x-3)^5 dx = A(2x-3)^7 + B(2x-3)^6 + C$, với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị biểu thức $7A - 2B$

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

FB Tác giả: UyenTran

$$\text{Ta có: } \int x(2x-3)^5 dx = \frac{1}{2} \int [(2x-3)^6 + 3(2x-3)^5] dx$$

$$= \frac{1}{2} \int (2x-3)^6 dx + \frac{3}{2} \int (2x-3)^5 dx = \frac{1}{28} (2x-3)^7 + \frac{1}{8} (2x-3)^6 + C$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{28}; B = \frac{1}{8} \Rightarrow 7A - 2B = \frac{7}{28} - \frac{2}{8} = 0$$

Câu 35: [Mức độ 2] Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Tính môđun của số phức $z_1 \cdot z_2$.
A. $|z_1 \cdot z_2| = 5$. **B.** $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{5}$. **C.** $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{26}$. **D.** $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{13}$.

Lời giải

FB Tác giả: Huỳnh hữu hùng

$$\text{Ta có: } z_1 \cdot z_2 = (1-i)(3+2i) = 1 \cdot 3 + 2 + (2-3)i = 5 - i.$$

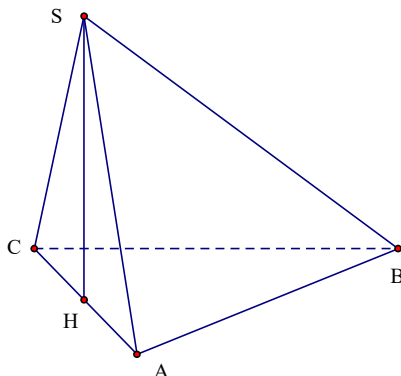
$$\text{Ta có: } |z_1 \cdot z_2| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}.$$

Câu 36: [Mức độ 3] Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 2a; AC = a, \widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. **B.** $V = \frac{3a^3}{8}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = \frac{a^3}{8}$.

Lời giải

FB Tác giả: Huỳnh hữu hùng



Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC \sin A = \frac{1}{2} a.2a. \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm AC . Vì tam giác SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy nên $SH \perp (ABC)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3} SH.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 37: [Mức độ 3] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $3a^3$, tam giác ABC có

$AB = a, AC = 2a\sqrt{3}, \widehat{BAC} = 60^\circ$. Chiều cao của khối lăng trụ bằng

- A.** $2a$. **B.** a . **C.** $6a$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Lời giải

FB Tác giả: Huỳnh hữu hùng

Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC \sin A = \frac{1}{2} a.2a\sqrt{3}. \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2}{2}$.

Ta có: $V = h.S_{ABC} \Rightarrow h = \frac{V}{S_{ABC}} = \frac{3a^3}{\frac{3a^2}{2}} = 2a$.

Câu 38: [Mức độ 3] Cho hai hình trụ có bán kính đường tròn đáy lần lượt là R_1, R_2 và chiều cao lần

lượt là h_1, h_2 . Nếu hai hình trụ có cùng thể tích và $\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{4}$ thì tỉ số $\frac{R_1}{R_2}$ bằng

- A.** 2 . **B.** 4 . **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

FB Tác giả: Huỳnh hữu hùng

Thể tích khối trụ thứ nhất là: $V_1 = \pi h_1 R_1^2$.

Thể tích khối trụ thứ hai là: $V_2 = \pi h_2 R_2^2$.

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi h_1 R_1^2}{\pi h_2 R_2^2} \Leftrightarrow 1 = \frac{h_1}{h_2} \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2} \Leftrightarrow 1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2} \Leftrightarrow \frac{R_1}{R_2} = 2$.

Câu 39: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 2; -1), B(-1; 0; -1)$; Điểm $M(a; b; 0)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất. Tính $a + 2b$?

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Trang Ngô

Ta có $\overline{MA}(-3-a; 2-b; -1)$, $\overline{MB}(-1-a; -b; -1)$

$$\Rightarrow \overline{MA} \cdot \overline{MB} = (-3-a)(-1-a) - b(2-b) + 1 = a^2 + 4a + b^2 - 2b + 4$$

$$= (a+2)^2 + (b-1)^2 - 1 \geq -1 \quad \forall a, b.$$

Do đó, $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ nhỏ nhất bằng -1 , khi và chỉ khi $a = -2, b = 1$. Khi đó, $a + 2b = 0$.

Câu 40: [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(1; 1; 3)$ và mặt phẳng

$(P): x - 2y + 3z - 5 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua hai điểm A, B , đồng thời vuông góc (P) là $2x - ay - bz + c = 0$. Giá trị của biểu thức $a + 2b - 3c$ bằng

A. -12.

B. -24.

C. -6.

D. -16.

Lời giải

FB tác giả: Trang Ngô

Gọi \vec{n} là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B , đồng thời vuông góc (P) . Khi đó, $\vec{n} \perp \overline{AB}$ và $\vec{n} \perp \vec{n}_p$ với $\overline{AB}(2; -1; 3)$ và $\vec{n}_p(1; -2; 3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Suy ra, chọn $\vec{n} = [\overline{AB}; \vec{n}_p] = (3; -3; -3)$. Do đó, $\vec{n}_Q(1; -1; -1)$ cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) . Mà mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(-1; 2; 0)$ nên có phương trình là

$$(x+1) - (y-2) - z = 0 \Leftrightarrow x - y - z + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y - 2z + 6 = 0.$$

Suy ra $a = 2, b = 2, c = 6$ nên $a + 2b - 3c = -12$.

Câu 41: [Mức độ 3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, góc

giữa $(AC'D')$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Khoảng cách giữa AD' và $A'B$ bằng

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

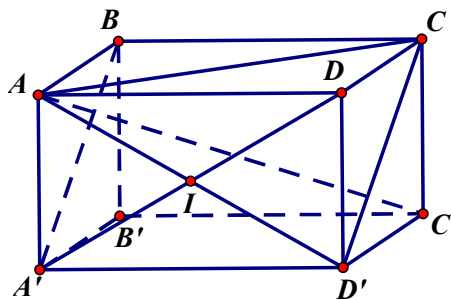
B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

FB tác giả: Trang Ngô



Vì $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$ nên góc giữa $(AC'D')$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa $(AC'D')$ và mặt phẳng $(A'B'C'D')$.

Xét hàm $f(t) = 2^t + t^3$ trên \mathbb{R} .

Ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 3t^2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

\Rightarrow Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Mà $f(\sqrt[3]{m-3x}) = f(2-x) \Leftrightarrow \sqrt[3]{m-3x} = 2-x \Leftrightarrow m-3x = (2-x)^3$.

$\Leftrightarrow m = 2 - 9x + 6x^2 - x^3$.

Số nghiệm phương trình là số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 8$ và đường thẳng $y = m$.

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 8$ trên \mathbb{R} .

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘		4	↗		8
							↘
							$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $4 < m < 8$.

Suy ra $a = 4; b = 8 \Rightarrow T = b^2 - a^2 = 48$.

Câu 44: Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình

$\left[(x^3 - 4x)e^{x^2 - 2x + 2 + \sqrt{100 - x}} - (x^3 - 4x) \right] \sqrt{4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16} \geq 0$. Tổng tất cả các phần tử của S

bằng

A. 5045.

B. 5048.

C. 5047.

D. 5046.

Lời giải

FB tác giả: Dương Vĩnh Lợi

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \leq 100 \\ 4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 100 \\ \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ 3 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

Ta có

$$\left[(x^3 - 4x)e^{x^2 - 2x + 2 + \sqrt{100 - x}} - (x^3 - 4x) \right] \sqrt{4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^3 - 4x) \left[e^{x^2 - 2x + 2 + \sqrt{100 - x}} - 1 \right] \sqrt{4^x - 10 \cdot 2^x + 16} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 4) \sqrt{(2^x - 2) \cdot (2^x - 8)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

$$(\text{Vì } e^{x^2 - 2x + 2 + \sqrt{100 - x}} - 1 = e^{(x-1)^2 + 1 + \sqrt{100 - x}} - 1 > e - 1 > 0)$$

Đổi chiều điều kiện, ta được
$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 0 \\ x = 1 \\ 3 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

Vậy $S = \{-2; -1; 0; 1; 3; 4; 5; \dots; 100\}$ hay tổng các phần tử của S là 5045.

Câu 45: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\log_2 \left| \frac{x^2 - 3x + m}{x + 2} \right| = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt. Tổng các phần tử của } S \text{ là}$$

A. 12.

B. 5.

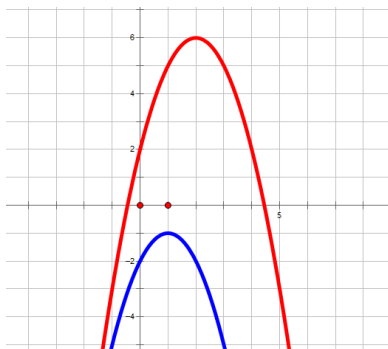
C. 15.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Dương Vĩnh Lợi

Chọn B



$$\log_2 \left| \frac{x^2 - 3x + m}{x + 2} \right| = 0 \Leftrightarrow \left| \frac{x^2 - 3x + m}{x + 2} \right| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + m}{x + 2} = 1 \\ \frac{x^2 - 3x + m}{x + 2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ \begin{cases} x^2 - 3x + m = x + 2 \\ x^2 - 3x + m = -x - 2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -x^2 + 4x + 2 & (P_1) \\ m = -x^2 + 2x - 2 & (P_2) \end{cases} \quad (x \neq -2)$$

Trường hợp 1: Phương trình ban đầu có 2 nghiệm thì đường thẳng $y = m$ sẽ cắt 2 đồ thị tại 2 điểm. Dựa vào đồ thị ta có

$$-1 < m < 6. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } S = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

Trường hợp 2: Xét tương giao 2 đồ thị $y = -x^2 + 4x + 2$ và $y = -x^2 + 2x - 2$:

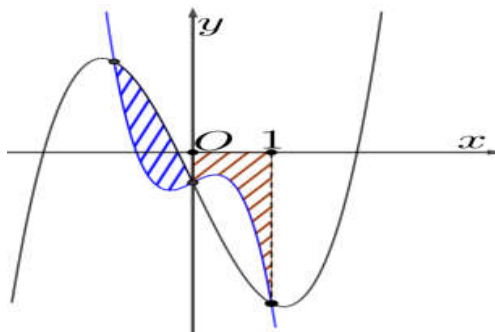
$$-x^2 + 2x - 2 = -x^2 + 4x + 2 \Leftrightarrow x = -2$$

Với $x = -2$ thì $m = -10$

Vậy với $m = -10$ thì đường thẳng $y = m$ sẽ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt nhưng có 1 điểm có hoành độ $x = -2$, do đó $m = -10$ thỏa mãn.

Vậy tổng các phần tử của S là 5.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx + c$ và $g(x) = bx^3 + ax + d, (a > 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng tổng diện tích miền kẻ sọc như hình vẽ bằng $\frac{7}{3}$. Giá trị của $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx$ bằng

- A. $\frac{7}{6}$. B. $-\frac{7}{3}$. C. $-\frac{5}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Dương Vĩnh Lợi

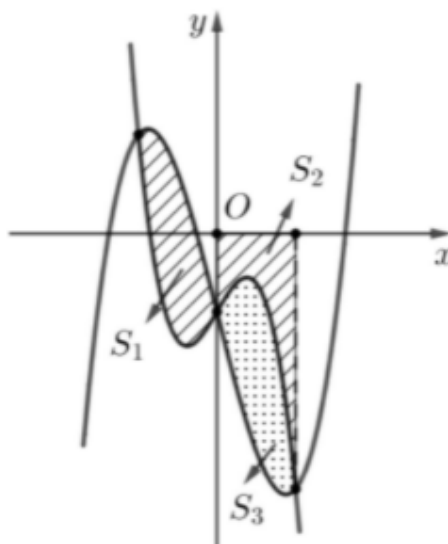
Chọn B

Xét $I = \int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx$ Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$.

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = 0$

$x = e \Rightarrow t = 1$

Vậy $I = \int_0^1 f(t) dt$



Dựa vào hình vẽ ta có $S_1 = S_3$ (phần chưa gạch)

Mà $S_1 + S_2 = \frac{7}{3} \Rightarrow S_3 + S_2 = \frac{7}{3} \Rightarrow \int_0^1 [g(x) - f(x)] + \int_0^1 [-g(x)] = \frac{7}{3}$

$\Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{3}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 1\text{cm}$, $AC = \sqrt{3}\text{cm}$. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}\text{cm}^3$. Tính khoảng cách từ B tới (SAC) .

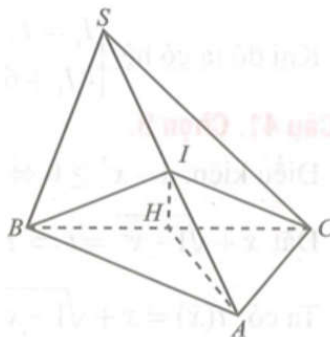
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{cm}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\text{cm}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$.

Lời giải

Tác giả: Dương Hiền ; Fb: Dương Hiền

Chọn A

Gọi I là trung điểm của SA .



Tam giác SAB, SAC vuông tại $B, C \Rightarrow IS = IA = IB = IC$

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

Gọi H là trung điểm của BC . Vì ΔABC vuông tại $A \Rightarrow H$

là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$

Gọi H là trung điểm của BC . Vì ΔABC vuông tại $A \Rightarrow$

H là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC \Rightarrow IH \perp (ABC)$

Xét tam giác vuông ABC có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2, \quad HC = 1$$

$$IC = R = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow IH = \sqrt{IC^2 - HC^2} = \sqrt{\frac{5}{4} - 1} = \frac{1}{2}$$

$$HK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$$

$$d(H; (IAC)) = HE = \frac{IH \cdot HK}{\sqrt{IH^2 + HK^2}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{d(B; (IAC))}{d(H; (IAC))} = \frac{BC}{HC} = 2 \Rightarrow d(B; (IAC)) = 2d(H; (IAC)) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy } d(B; (SAC)) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 48: Cho các số thực a, b thỏa mãn $e^{a^2+2b^2} + e^{ab}(a^2 - ab + b^2 - 1) - e^{1+ab+b^2} = 0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{1+2ab}$. Khi đó,

$m+M = \frac{c}{d}$ (với $c, d \in \mathbb{N}$ và $\frac{c}{d}$ là phân số tối giản). Tính $S = 3c + 2d$.

A. 36.

B. 29.

C. 27.

D. 67.

Lời giải

Tác giả: Dương Hiền ; Fb: Dương Hiền

Chọn A

Ta có: $e^{a^2+2b^2} + e^{ab}(a^2 - ab + b^2 - 1) - e^{1+ab+b^2} = 0 \Leftrightarrow e^{a^2-ab+2b^2} + a^2 - ab + b^2 - 1 - e^{1+b^2} = 0$

$\Leftrightarrow e^{a^2-ab+2b^2} + a^2 - ab + 2b^2 = e^{1+b^2} + 1 + b^2, (*)$

Xét hàm số: $f(t) = e^t + t \Rightarrow f'(t) = e^t + 1 > 0 \Rightarrow f(t) = e^t + t$ là hàm số đồng biến trên \mathbb{R}

$(*) \Leftrightarrow f(a^2 - ab + 2b^2) = f(1 + b^2) \Leftrightarrow a^2 - ab + 2b^2 = 1 + b^2 \Leftrightarrow a^2 - ab + b^2 = 1$

Do đó: $P = \frac{1}{1+2ab} = \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + ab + b^2}$

TH1: $b = 0 \Rightarrow P = 1$

TH2: $b \neq 0 \Rightarrow P = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{a}{b}\right) + 1}{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{a}{b}\right) + 1} = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = g(x)$ với $x = \frac{a}{b}$

$g'(x) = \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	1	$\nearrow 3$	$\searrow \frac{1}{3}$	$\nearrow 1$	

Do đó: $m = P_{\min} = \frac{1}{3}; M = P_{\max} = 3 \Rightarrow m + M = \frac{10}{3}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f^2(x) dx = \pi$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin 3x dx = \frac{-3\pi}{2}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng.

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{5}{7}$.

Lời giải

Tác giả: Dương Hiền ; Fb: Dương Hiền

Chọn D

Xét tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \sin 3x dx$

Đặt $u = \sin 3x \Rightarrow du = 3 \cos 3x dx$

$dv = f'(x) dx \Rightarrow v = f(x)$

$$I = \sin 3x \cdot f(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3f(x) \cos 3x dx = -\frac{3\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3f(x) \cos 3x dx = \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cos 3x dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Xét } \int_0^1 [f(x)]^2 dx - \int_0^1 4 \cos 3x \cdot f(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \cos 3x)^2 dx = \pi - 2\pi + \pi = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 [f(x) - 2 \cos 3x]^2 dx = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2 \cos 3x$$

$$\text{Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos 3x dx = 2 \frac{\sin 3x}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{2}{3}$$

Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a ; $AA' = 4a$. Điểm D là trung điểm của BB' , I di động trên cạnh AA' . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác IDC' . Tính giá trị biểu thức $\sqrt{15m} + \sqrt{51M}$ bằng

A. $\frac{23a^2}{2}$.

B. $\frac{33a^2}{2}$.

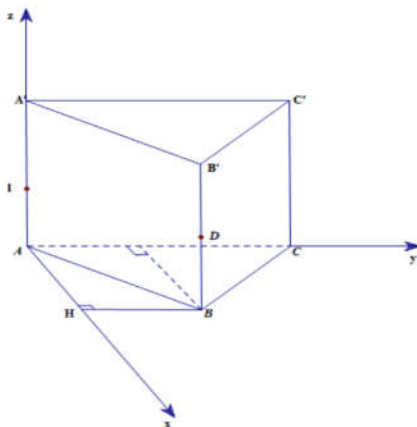
C. $\frac{15a^2}{4}$.

D. $\frac{31a^2}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Dương Hiền ; Fb: Dương Hiền

Chọn B



Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ với $A' \equiv 0 \Rightarrow A'(0;0;0)$

$$D\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a; \frac{a}{2}; 2a\right), I(0;0;x), C'(0;a;4a) \quad (0 \leq x \leq 4a)$$

$$S_{\Delta DIC'} = \frac{1}{2} \left| [\overline{C'D}, \overline{C'I}] \right|$$

$$\overline{C'I} = (0; -a; x - 4a)$$

$$\overline{C'D} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a; -\frac{a}{2}; -2a \right)$$

$$\text{Ta có } \left[\overline{IC'}, \overline{ID'} \right] = \left(-\frac{1}{2}ax; -\frac{\sqrt{3}}{2}ax + 2\sqrt{3}a^2; -\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 \right)$$

Suy ra

$$\begin{aligned} S_{\Delta DIC'} &= \frac{1}{2} \left[\overline{C'D}, \overline{C'I} \right] = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{2}ax \right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}ax + 2\sqrt{3}a^2 \right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 \right)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4}a^2x^2 + \frac{3}{4}a^2x^2 - 6a^3x + 12a^4 + \frac{3}{4}a^4} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{a^2x^2 - 6a^3x + \frac{51}{4}a^4} = \frac{1}{4} \sqrt{4a^2x^2 - 24a^3x + 51a^4} = \frac{1}{4} a \sqrt{4x^2 - 24ax + 51a^2} \\ &= \frac{1}{4} a \sqrt{(2x - 6a)^2 + 15a^2} \geq \frac{1}{4} a \sqrt{15}a = \frac{\sqrt{15}}{4} a^2 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \min S_{\Delta DIC'} = \frac{\sqrt{15}}{4} a^2 \Rightarrow m = \frac{\sqrt{15}}{4} a^2$$

x	0	$3a$	$4a$
$S'_{IDC'}$	-	0	+
$S_{IDC'}$	$51a^2$	$\frac{\sqrt{15}}{4} a^2$	$19a^2$

$$\Rightarrow \max S_{IDC'} = \frac{a}{4} \cdot \sqrt{51a^2} = \frac{\sqrt{51}a^2}{4} \Rightarrow M = \frac{\sqrt{51}a^2}{4}$$

$$\text{Vậy } \sqrt{15}m + \sqrt{51}M = \frac{33}{2} a^2.$$