

ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ I LỚP 12 NĂM HỌC 2022-2023**MÔN TOÁN***Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề***MÃ ĐỀ THI: 001****MA TRẬN ĐỀ SỐ 1**

Câu	Nội dung	Loại câu hỏi	Mức độ			
			Mức độ 1	Mức độ 2	Mức độ 3	Mức độ 4
Câu 1	Lý thuyết tính đơn điệu	Trắc nghiệm	X			
Câu 2	Xét tính đơn điệu của hàm số (biết đồ thị, BBT)	Trắc nghiệm	X			
Câu 3	Xét tính đơn điệu của hàm số (biết y, y')	Trắc nghiệm		X		
Câu 4	Điều kiện để hàm số bậc 3 đơn điệu trên K	Trắc nghiệm	X			
Câu 5	Điều kiện để hàm số bậc nhất / bậc nhất đơn điệu trên K	Trắc nghiệm		X		
Câu 6	Điều kiện để hàm số trùng phương đơn điệu trên K	Trắc nghiệm	X			
Câu 7	Điều kiện để hàm số lượng giác đơn điệu trên K	Trắc nghiệm		X		
Câu 8	Đơn điệu liên quan hàm hợp, hàm ẩn	Trắc nghiệm		X		
Câu 9	Tìm cực trị, điểm cực trị (biết y, y')	Trắc nghiệm		X		
Câu 10	Điều kiện để hàm số đạt cực trị tại x_0)	Trắc nghiệm	X			
Câu 11	Đường thẳng nối 2 điểm cực trị (đồ thị hàm bậc 3)	Trắc nghiệm		X		
Câu 12	Đường thẳng nối 2 điểm cực trị (đồ thị hàm phân thức)	Trắc nghiệm		X		
Câu 13	Điều kiện hình học về tam giác cực trị (hàm trùng phương)	Trắc nghiệm		X		
Câu 14	Max, min của hàm số biết đồ thị, BBT	Trắc nghiệm	X			
Câu 15	Max, min của hàm phân thức trên khoảng K	Trắc nghiệm	X			
Câu 16	Max, min của hàm lượng giác trên một đoạn	Trắc nghiệm		X		
Câu 17	Bài toán thực tế về max, min	Trắc nghiệm		X		
Câu 18	Tìm đường tiệm cận (biết y)	Trắc nghiệm	X			
Câu 19	Nhận dạng 3 hàm số thường gặp	Trắc nghiệm	X			
Câu 20	Xét dấu hệ số của biểu thức	Trắc nghiệm		X		
Câu 21	Tính giá trị biểu thức (biết đồ thị)	Trắc nghiệm		X		
Câu 22	Điều kiện để $f(x)=g(m)$ có n nghiệm	Trắc nghiệm		X		
Câu 23	Đồ thị hàm bậc 3 cắt d thỏa mãn điều kiện theo x	Trắc nghiệm		X		

Câu 24	Thu gọn biểu thức lũy thừa	Trắc nghiệm	X			
Câu 25	Tính giá trị biểu thức chứa logarit	Trắc nghiệm	X			
Câu 26	Biểu diễn logarit này theo logarit khác	Trắc nghiệm		X		
Câu 27	Tìm TXĐ của hàm số lũy thừa, logarit	Trắc nghiệm	X			
Câu 28	Nhận dạng khối đa diện	Trắc nghiệm		X		
Câu 29	Câu hỏi liên quan phép biến hình	Trắc nghiệm		X		
Câu 30	Thể tích khối chóp cạnh bên vuông góc đáy	Trắc nghiệm	X			
Câu 31	Thể tích khối chóp mặt bên vuông góc đáy	Trắc nghiệm		X		
Câu 32	Thể tích khối chóp đều	Trắc nghiệm		X		
Câu 33	Thể tích khối lăng trụ đứng	Trắc nghiệm	X			
Câu 34	Thể tích khối lăng trụ xiên	Trắc nghiệm		X		
Câu 35	Tỉ số thể tích	Trắc nghiệm		X		
Câu 36	Bài toán hàm hợp, hàm ẩn chứa tham số	Tự luận				X
Câu 37	Rút gọn biểu thức	Tự luận			X	
Câu 38	Max min hàm số lũy thừa	Tự luận			X	
Câu 39	Max min thể tích	Tự luận				X

ĐỀ BÀI

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- B. Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.
- C. Nếu $f'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$.

- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$								

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$ B. $(0; 4)$ C. $(-2; 2)$ D. $(-\infty; 1)$
- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbf{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $(1; 3)$ D. $(3; +\infty)$

- Câu 4.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên $\mathbf{R}$ là

- A. $(-\infty; 0]$ B. $\left[\frac{-3}{4}; +\infty\right)$ C. $\left(-\infty; \frac{-3}{4}\right]$ D. $[0; +\infty)$

- Câu 5.** Cho hàm số $y = \frac{mx - 4}{x - m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

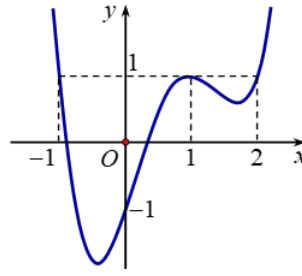
- Câu 6.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^4 + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m > 0$ B. $m < 1$ C. $m < 0$ D. $m > 1$

- Câu 7.** Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{2\cos x + 3}{2\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $m \in (-3; +\infty)$ B. $m \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$
- C. $m \in (-\infty; -3)$ D. $m \in (-3; 1] \cup [2; +\infty)$

- Câu 8.** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên tập số thực $\mathbf{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình sau



Đặt $g(x) = f(x) - x$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 9. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) = x^{2022}(2022x - 2023)$

- A. 0. B. 2022. C. -1. D. 1.

Câu 10. Biết rằng hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ ($b, c \in \mathbb{R}$) có ba điểm cực trị. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $c < 0$. B. $b < 0$. C. $b > 0$. D. $c > 0$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 1$ có đồ thị (C) . Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) có phương trình là

- A. $y = \frac{8}{9}x + \frac{1}{9}$ B. $y = -\frac{8}{9}x - \frac{8}{9}$ C. $y = -\frac{8}{9}x + \frac{1}{9}$ D. $y = -\frac{8}{9}x + \frac{8}{9}$

Câu 12. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có 2 điểm cực trị A, B . Trong các điểm dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng AB ?

- A. $M(-2; 5)$ D. $N(1; 1)$ C. $P(3; -5)$ D. $Q(-3; -5)$

Câu 13. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m - 1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông.

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 14. Giá trị nhỏ nhất của hàm số có bảng biến thiên sau trên đoạn $[-2; 3]$ là:

x	-2	-1	1	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	1	-3	7	

- A. $\min_{[-2; 3]} y = 0$. B. $\min_{[-2; 3]} y = -3$. C. $\min_{[-2; 3]} y = 1$. D. $\min_{[-2; 3]} y = 7$.

Câu 15. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + 2m$?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{11}{3}$. D. $\frac{17}{3}$.

Câu 16. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x + \cos \frac{\pi x}{2}$ trên đoạn $[-2; 2]$. Giá trị của $m + M$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 0. D. -4.

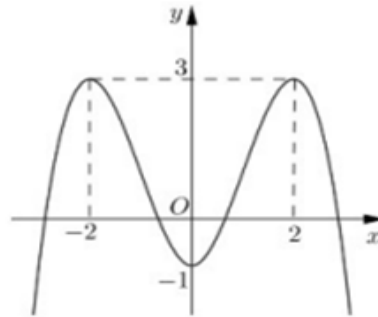
Câu 17. Một chất điểm chuyển động thẳng với quãng đường biến thiên theo thời gian bởi quy luật $s(t) = t^3 - 4t^2 + 12$ (m), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi t bằng bao nhiêu?

- A. 2 (s). B. $\frac{8}{3}$ (s). C. 0 (s). D. $\frac{4}{3}$ (s).

Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có phương trình là

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $y = -1$.

Câu 19. Đường cong sau là đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. B. $y = -|x|^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 8x^2 - 1$. D. $y = -x^4 - 8x^2 - 1$.

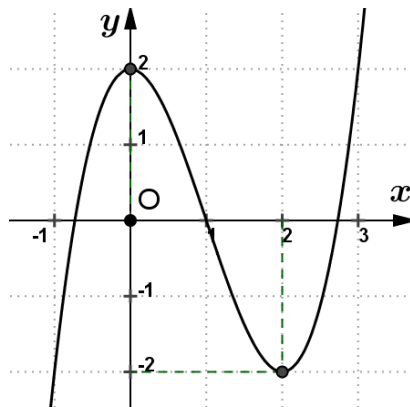
Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 21. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$.



- A. $S = -1$. B. $S = 1$. C. $S = -2$. D. $S = 0$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

- A. $\frac{1}{3} < m < \frac{5}{3}$. B. $1 < m < \frac{5}{3}$. C. $2 < m < \frac{7}{3}$. D. $-2 < m < \frac{4}{3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3; 20)$ và có hệ số góc m . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

- A. $m \neq 24$. B. $m > \frac{15}{4}, m \neq 24$. C. $m < \frac{15}{4}$. D. $m \geq \frac{15}{4}$.

Câu 24. Viết biểu thức $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}}$ về dạng 2^x và biểu thức $\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$ về dạng 2^y . Tính giá trị của biểu thức $x^2 + y^2$.

- A. $\frac{2017}{567}$. B. $\frac{11}{6}$. C. $\frac{53}{24}$. D. $\frac{2017}{576}$.

Câu 25. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $\frac{x}{y} = 2$. Biết giá trị của biểu thức $T = \log_{49} x^4 - \log_7 y^2$ có dạng $\log_7 a$. Tính $a^2 - 2a$.

- A. 0. B. 4. C. 2. D. 8.

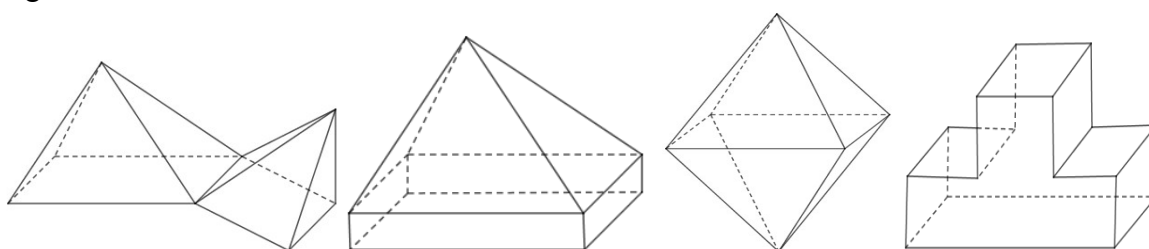
Câu 26. Gọi $\log_{13} 2 = a$, giá trị của $\log_4 52$ là

- A. $1 + a$. B. $\frac{a+2}{2}$. C. $\frac{3a-2}{3}$. D. $\frac{2a+1}{2a}$.

Câu 27. Tập xác định D của hàm số $y = (x-2)^{\frac{2}{5}}$ là tập nào sau đây?

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (2; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $D = (-\infty; 2)$.

Câu 28. Trong các hình sau có bao nhiêu hình là hình đa diện lồi?



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 29. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. Bốn B. Ba. C. Hai. D. Năm.

Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$ có AB , AC , AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2AD = 2a$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

- A. $4a^3$. B. $\frac{4a^3}{3}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $\triangle SAB$ là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 32. Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối chóp là :

- A. $2a^3\sqrt{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 33. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của đoạn thẳng BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. a^3 . B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E , F lần lượt là trung điểm của

- $\frac{V_{S.AEF}}{SB, SD}$. Tỉ số $\frac{V_{S.ABCD}}$ bằng:
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + x$. Tìm m để phương trình $f(\sin^{2022} x) - f(\cos^{2022} x) = m$ vô nghiệm.

$$T = 4(a-b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Câu 37. Rút gọn biểu thức với $a > 0$, $b > 0$ và $a > b$.

Câu 38. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (3 - x^2)^{\frac{2}{3}}$.

Câu 39. Cho khối chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB là tam giác vuông tại S . Các cạnh bên SA, SB, SC có thể thay đổi. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$.

□ HẾT □

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	C	A	C	C	B	C	B	D	D	D	B	C	B	D	A	B	D	C	B	B	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35															
D	B	B	A	C	B	D	B	B	C															

LỜI GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- B. Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.
- C. Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a; b)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trung

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 2. [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	$+\infty$	1	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$ B. $(0; 4)$ C. $(-2; 2)$ D. $(-\infty; 1)$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trung

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.

Câu 3. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbf{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $(1; 3)$ D. $(3; +\infty)$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Tèo

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1; 3)$.

Câu 4 [Mức độ 1] Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. $(-\infty; 0]$ B. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$ C. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$ D. $[0; +\infty)$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Tèo

Ta có $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9$.

Hàm số y nghịch biến trên khoảng $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0; \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 12m + 9 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{4} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$$

Câu 5. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = \frac{mx - 4}{x - m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Hà Vĩ Đức

Ta có tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ và $y' = \frac{-m^2 + 4}{(x - m)^2}, \forall x \neq m$.

$$(0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4 > 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng
 $\Leftrightarrow -2 < m \leq 0$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in [-1; 0]$ nên có 2 giá trị nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 6. [Mức độ 1] Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^4 + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m > 0$ B. $m < 1$ C. $m < 0$ D. $m > 1$.

Lời giải

FB tác giả: Hà Vĩ Đức

Nếu $m = 0$ thì $y = 1$ là hàm hằng nên không thỏa yêu cầu bài toán.

Nếu $m \neq 0$ thì $y' = 4mx^3$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Do đó hàm số $y = mx^4 + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $m < 0$.

Câu 7. [Mức độ 3] Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{2 \cos x + 3}{2 \cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $m \in (-3; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -3)$.

D. $m \in (-3; 1] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Bích Ngọc

Đặt $t = \cos x$, với $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

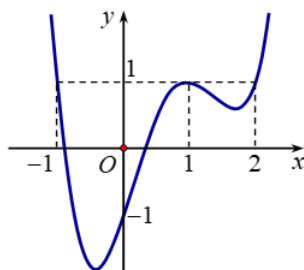
Hàm số trở thành $y(t) = \frac{2t + 3}{2t - m} \Rightarrow y'(t) = \frac{-2m - 6}{(2t - m)^2}$.

Ta có $t' = -\sin x < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$, do đó $t = \cos x$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

Do đó YCBT $\Leftrightarrow y(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right) \Leftrightarrow y'(t) > 0, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m - 6 > 0 \\ 2t - m \neq 0 \end{cases}, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m \neq 2t \end{cases}, \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m \notin (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow m < -3.$$

Câu 8. [Mức độ 2] Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình sau



Đặt $g(x) = f(x) - x$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

FB tác giả: Bích Ngọc

$$g'(x) = f'(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 2)$.

Do đó đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có phương trình: $8(x-1)+9(y-0)=0$
 $\Leftrightarrow y = -\frac{8}{9}x + \frac{8}{9}$

Câu 12. [Mức độ 2] Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có 2 điểm cực trị A, B . Trong các điểm dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng AB ?

A. $M(-2; 5)$

D. $N(1; 1)$

C. $P(3; -5)$

D. $Q(-3; -5)$

Lời giải

FB tác giả: Trịnh Duy Phương

Cách 1:

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=-1 \\ x=2 \Rightarrow y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(0; -1) \\ B(2; 3) \end{cases} \Rightarrow AB: y = 2x - 1$

Trong các phương án đưa ra chỉ có điểm $N \in AB$.

Cách 2: (dùng công thức giải nhanh): Nếu $y = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ thì $y = \frac{P'(x)}{Q'(x)} = \frac{2ax + b}{p}$ là

phương trình qua cực đại cực tiểu của hàm số $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$.

Ta có phương trình đường thẳng AB là: $y = \frac{2a}{p}x + \frac{b}{p} \rightarrow y = 2x - 1$ đi qua điểm $N(1; 1)$.

Câu 13. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông.

A. $m = -1$

B. $m = 0$

C. $m = 1$

D. $m = 2$

Lời giải

FB tác giả: Vũ Nguyễn

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 4(m-1)x = 4x(x^2 - m + 1); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2 = m-1 \end{cases}$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$. (*)

Khi đó các điểm cực trị của đồ thị là: $A(0; 1)$, $B(\sqrt{m-1}; 2m-m^2)$, $C(-\sqrt{m-1}; 2m-m^2)$;

$\overline{AB} = (\sqrt{m-1}; 2m-m^2-1)$, $\overline{AC} = (-\sqrt{m-1}; 2m-m^2-1)$.

Hàm số đã cho là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng, suy ra $\triangle ABC$ cân tại A .

Do đó kết hợp với yêu cầu bài toán thì $\triangle ABC$ phải vuông tại A , suy ra: $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$.

$\Leftrightarrow -(m-1) + (2m-m^2-1)^2 = 0 \Leftrightarrow (m-1)^4 - (m-1) = 0 \Leftrightarrow (m-1)[(m-1)^3 - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=2 \end{cases}$

Câu 14. [Mức độ 1] Giá trị nhỏ nhất của hàm số có bảng biến thiên sau trên đoạn $[-2; 3]$ là:

x	-2	-1	1	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	1	-3	7	

A. $\min_{[-2;3]} y = 0$

B. $\min_{[-2;3]} y = -3$

C. $\min_{[-2;3]} y = 1$

D. $\min_{[-2;3]} y = 7$

Lời giải

FB tác giả: Vũ Nguyễn

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $[-2;3]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y = -3$

Câu 15. [Mức độ 1] Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ trên đoạn $[-1;1]$. Tính $M + 2m$?

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{8}{3}$

C. $\frac{11}{3}$

D. $\frac{17}{3}$

Lời giải

FB tác giả: Lê Hằng

Hàm số $y = f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$ liên tục trên $[-1;1]$.

$$y' = \frac{1}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \in [-1;1]$$

$$f(-1) = 1, \quad f(1) = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow M = \max_{[-1;1]} f(x) = \frac{5}{3}, \quad m = \min_{[-1;1]} f(x) = 1$$

$$\text{Vậy } M + 2m = \frac{5}{3} + 2 \cdot 1 = \frac{11}{3}$$

Câu 16. [Mức độ 2] Gọi m , M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x + \cos \frac{\pi x}{2}$ trên đoạn $[-2;2]$. Giá trị của $m + M$ bằng

A. 2.

B. -2

C. 0.

D. -4.

Lời giải

FB tác giả: Lê Hằng

$$f'(x) = 2 - \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi x}{2};$$

$$\text{Vì } -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi x}{2} \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < 2 - \frac{\pi}{2} \leq 2 - \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi x}{2} \leq 2 + \frac{\pi}{2} \Rightarrow f'(x) > 0, \quad \forall x \in [-2;2]$$

$$\Rightarrow f(-2) \leq f(x) \leq f(2)$$

$$\text{Hay ta có } m = \min_{[-2;2]} f(x) = f(-2) = -5, \quad M = \max_{[-2;2]} f(x) = f(2) = 3$$

$$\text{Vậy } M + m = 3 - 5 = -2.$$

Câu 17. [Mức độ 2] Một chất điểm chuyển động thẳng với quãng đường biến thiên theo thời gian bởi quy luật $s(t) = t^3 - 4t^2 + 12$ (m), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi t bằng bao nhiêu?

- A. 2 (s). B. $\frac{8}{3}$ (s). C. 0 (s). **D. $\frac{4}{3}$ (s).**

Lời giải

Ta có : $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 8t$

$v'(t) = 6t - 8$. Có $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{3}$.

t	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
v'	-	0	+
v	0	$-\frac{16}{3}$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min_{[0; +\infty)} v = v\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{16}{3}$.

Vậy vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi $t = \frac{4}{3}$.

Câu 18. [Mức độ 1] Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có phương trình là

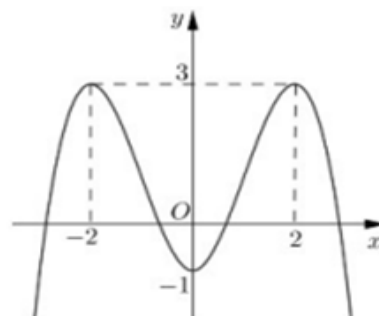
- A. $y = 1$** B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $y = -1$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 1$$

Ta có: nên $y = 1$ là tiệm cận ngang.

Câu 19. [Mức độ 1] Đường cong sau là đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **B. $y = -|x|^3 + 3x^2 - 1$** C. $y = -x^4 + 8x^2 - 1$. D. $y = -x^4 - 8x^2 - 1$.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hoàng Tú

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên loại đáp án A và D.

Thay tọa độ điểm $(2;3)$ vào hai đáp án **B** và **C**. Ta thấy đáp án **B** thỏa mãn.

Câu 20. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	2	$+\infty$	2

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Hoàng Tú

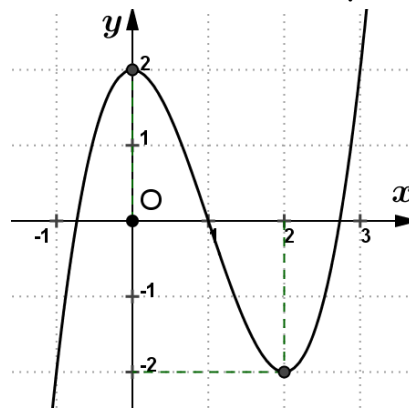
Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=3 \Leftrightarrow \frac{c}{b}=3 \Rightarrow c=3b$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2 \Leftrightarrow \frac{a}{b}=2 \Rightarrow a=2b$.

Khi $x=0 \Rightarrow y=\frac{1}{c} > 2 \Rightarrow c > 0$. Mà $\begin{cases} c=3b \\ a=2b \end{cases}$ nên $a, b > 0$.

Vậy $a, b, c > 0$ nên có 3 số dương.

Câu 21. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $S = a + b$.



A. $S = -1$.

B. $S = 1$.

C. $S = -2$.

D. $S = 0$.

Lời giải

Tác giả: Ngân Bùi

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Từ đồ thị, ta thấy:

Hàm số đạt cực trị tại $x=0, x=2$ nên $y'(0) = y'(2) = 0$.

Đồ thị đi qua các điểm $(0;2); (1;0)$.

$$\begin{cases} y'(0) = c = 0 \\ y'(2) = 12a + 4b + c = 0 \\ y(0) = d = 2 \\ y(1) = a + b + c + d = 0 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}$$

Ta có hệ: . Suy ra: $S = a + b = -2$.

Câu 22. [Mức độ 2] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

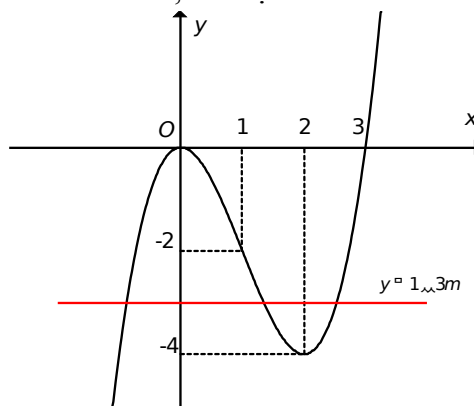
- A. $\frac{1}{3} < m < \frac{5}{3}$. B. $1 < m < \frac{5}{3}$. C. $2 < m < \frac{7}{3}$. D. $-2 < m < \frac{4}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Ngân Bùi

Phương trình $\hat{=} x^3 - 3x^2 = 1 - 3m$.

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, ta được:



Dựa vào đồ thị, ta thấy để phương trình có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn

$$-4 < 1 - 3m < -2 \hat{=} 1 < m < \frac{5}{3}.$$

hơn 1 thì:

$$1 < m < \frac{5}{3}.$$

Vậy

Câu 23. [Mức độ 2] Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3; 20)$ và có hệ số góc m . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

- A. $m \neq 24$. B. $m > \frac{15}{4}$ C. $m < \frac{15}{4}$. D. $m \geq \frac{15}{4}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Tri Đức

Ta có $d: y = mx + a$. Thay điểm $A(3; 20)$ vào ta được: $y = mx + 20 - 3m$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x + 2 = mx + 20 - 3m$

$$\Leftrightarrow x^3 - (3+m)x + 3m - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x^2 + 3x + 6 - m) = 0$$

Để d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt thì phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 + 3x + 6 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 3.

Điều kiện:
$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 24 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{4} \\ m \neq 24 \end{cases}$$

Câu 24. [Mức độ 1] Viết biểu thức $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}}$ về dạng 2^x và biểu thức $\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$ về dạng 2^y . Tính giá trị biểu thức $x^2 + y^2$.

A. $\frac{2017}{567}$.

B. $\frac{11}{6}$.

C. $\frac{53}{24}$.

D. $\frac{2017}{576}$ |

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Tri Đức

Ta có
$$\sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt[8]{2^3}} = 2^{\frac{3}{8}} \Rightarrow x = \frac{3}{8}$$

Và
$$\frac{2\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{2 \cdot 2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{2}{3}}} = 2^{\frac{11}{6}} \Rightarrow y = \frac{11}{6}$$

Vậy
$$x^2 + y^2 = \frac{2017}{576}$$

Câu 25. [Mức độ 2] Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $\frac{x}{y} = 2$. Biết giá trị của biểu thức $T = \log_{49} x^4 - \log_7 y^2$ có dạng $\log_7 a$. Tính $a^2 - 2a$.

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

FB tác giả: Minh Thành

Ta có
$$T = \log_{49} x^4 - \log_7 y^2 = \log_7 x^2 - \log_7 y^2 = \log_7 \left(\frac{x}{y} \right)^2 = \log_7 2^2 = \log_7 4 \Rightarrow a = 4$$

Khi đó $a^2 - 2a = 8$.

Câu 26. [Mức độ 1] Gọi $\log_{13} 2 = a$, giá trị của $\log_4 52$ là

A. $1 + a$.

B. $\frac{a+2}{2}$.

C. $\frac{3a-2}{3}$.

D. $\frac{2a+1}{2a}$ |

Lời giải

FB tác giả: Minh Thành

Ta có
$$\log_{13} 2 = a \Rightarrow \log_2 13 = \frac{1}{a}$$

Suy ra
$$\log_4 52 = \frac{1}{2} \log_2 (2^2 \cdot 13) = \frac{1}{2} (2 + \log_2 13) = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a} = \frac{2a+1}{2a}$$

Câu 27. [Mức độ 1] Tập xác định D của hàm số $y = (x-2)^{\frac{2}{5}}$ là tập nào sau đây?

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (2; +\infty)$ |

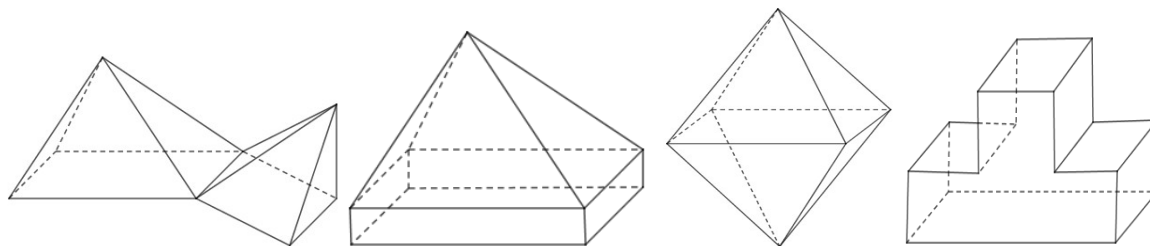
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $D = (-\infty; 2)$.

Lời giải

Do $\frac{2}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy $D = (2; +\infty)$.

Câu 28. [Mức độ 2] Trong các hình sau có bao nhiêu hình là hình đa diện lồi ?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

FB tác giả: Ngô Thúy

Hình 1 không phải hình đa diện, hình 4 là hình đa diện nhưng không phải là đa diện lồi.

Câu 29. [Mức độ 2] Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. Bốn

B. Ba.

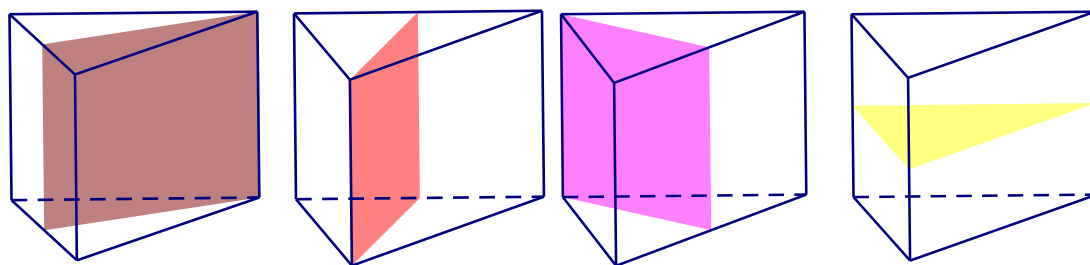
C. Hai.

D. Năm.

Lời giải

FB tác giả: Vu Ngoc Son

Có 4 mặt đối xứng, trong đó có 3 mặt là 3 mặt phẳng trung trực của các cạnh đáy và một mặt là mặt trung trực của cạnh bên.



Câu 30. [Mức độ 1] Cho tứ diện $ABCD$ có AB , AC , AD đôi một vuông góc và $AB = AC = 2AD = 2a$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $4a^3$.

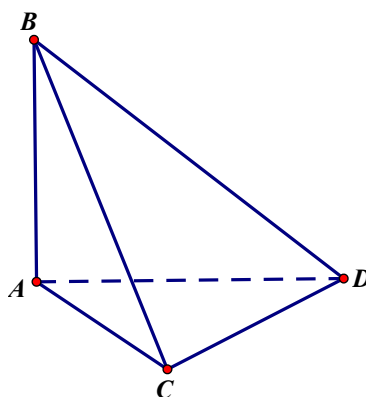
B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Vu Ngoc Son



$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} BA \cdot S_{ACD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot a = \frac{2a^3}{3}$$

Câu 31. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $\triangle SAB$ là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

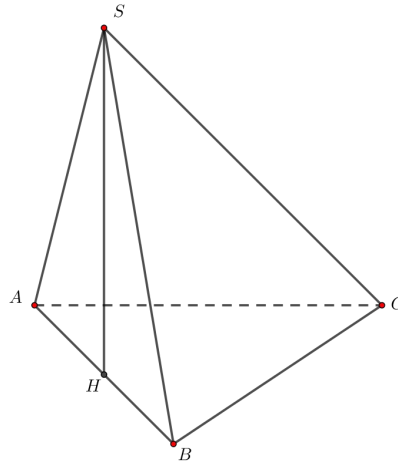
B. $\frac{a^3}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Lời giải

Tác giả: Tuantran



Gọi H là trung điểm của AB , do tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$ mà $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$

Câu 32. [Mức độ 2] Cho một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối chóp là :

A. $2a^3\sqrt{2}$

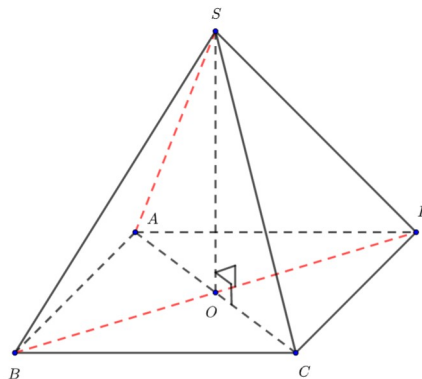
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

D. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Tác giả: Tuantran



Gọi hình chóp bài cho là $S.ABCD$ có đáy tâm O và $SO \perp (ABCD)$.

Theo bài có $(SD, (ABCD)) = \angle SDO = 45^\circ$

Khi đó $SO = OD = a\sqrt{2}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2} \cdot (2a)^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$

Câu 33. [Mức độ 1] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$

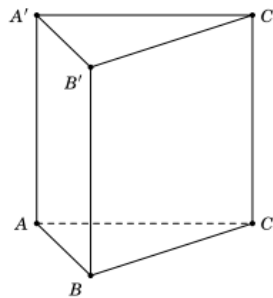
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Lời giải

FB tác giả: Tổng Nguyễn



Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là

$$V = Bh = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$$

Câu 34. [Mức độ 2] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của đoạn thẳng BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. a^3

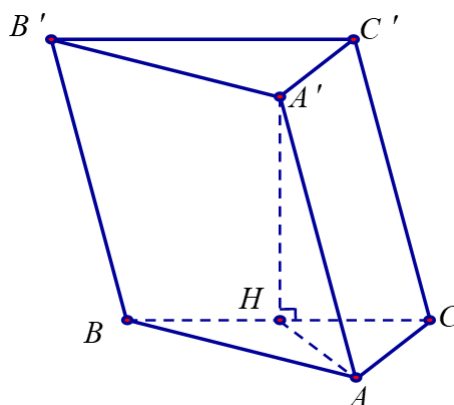
B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

C. $\frac{2a^3}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Lời giải

FB tác giả: Tổng Nguyễn



Gọi H là trung điểm BC . Theo giả thiết, $A'H$ là đường cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$$

Câu 35. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F lần lượt là trung

điểm của SB, SD . Tỉ số $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$.

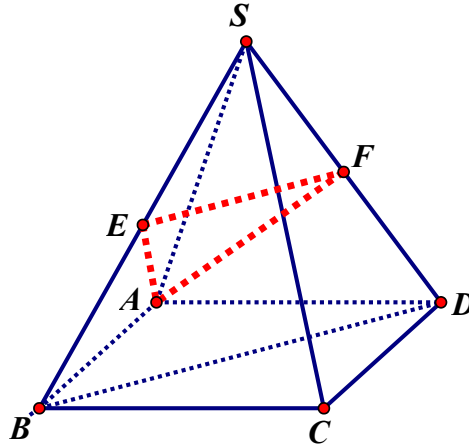
B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Huy Đường



Áp dụng công thức tỉ số thể tích hình chóp, ta có: $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SD} = \frac{1}{4}$.

Suy ra $V_{S.AEF} = \frac{1}{4} V_{S.ABD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD}$.

Vậy $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.

II. PHÂN TỰ LUẬN

Câu 36. [Mức độ 4] Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + x$. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $f(\sin^{2022} x) - f(\cos^{2022} x) = m$ vô nghiệm.

Lời giải

FB tác giả: Nguyen Hoang Anh Tuan

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Đặt $\sin^2 x = t, t \in [0; 1]$.

Như vậy ta sẽ đi tìm m để phương trình $f(t^{1011}) - f((1-t)^{1011}) = m$ vô nghiệm. Xét $g(t) = f(t^{1011}) - f((1-t)^{1011})$ với $t \in [0; 1]$.

Ta có $g'(t) = 1011t^{1010} f'(t^{1011}) + 1011(1-t)^{1010} f'((1-t)^{1011}) > 0$ với $\forall t \in [0; 1]$.

Ta có bảng biến thiên.

t	0	1
g'(t)	+	
g(t)	-1	1

Từ bảng biến thiên ta suy ra $g(t)$ sẽ có miền giá trị là $[-1; 1]$ và từ đây ta thu được $f(\sin^{2022} x) - f(\cos^{2022} x)$ sẽ nhận giá trị trong $[-1; 1]$.

Suy ra phương trình $f(\sin^{2022} x) - f(\cos^{2022} x) = m$ vô nghiệm khi $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

$$T = 4(a-b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Câu 37. [Mức độ 3] Rút gọn biểu thức $a > b$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Lan

Do $a > 0$, $b > 0$ và $a > b$ ta có:

$$\begin{aligned} T &= 4(a-b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{4\sqrt{ab}}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{a}{b} + 2 + \frac{b}{a} \right) - 1} = \frac{4\sqrt{ab}}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{(a+b)^2}{ab} - 1} \\ &= \frac{4\sqrt{ab}}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{4ab}} = \frac{4\sqrt{ab}}{a-b} \cdot \frac{\sqrt{a^2 - 2ab + b^2}}{2\sqrt{ab}} \\ &= \frac{2}{a-b} \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{(a-b)^2}}{a-b} = \frac{2|a-b|}{a-b} = \frac{2(a-b)}{a-b} = 2 \end{aligned}$$

$$T = 4(a-b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}} = 2$$

Vậy

Câu 38. [Mức độ 3] Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (3 - x^2)^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

FB tác giả: Thuy Hoang

Xét hàm số $y = (3 - x^2)^{\frac{2}{3}}$

Điều kiện: $3 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$.

+) TXĐ: $D = (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

+) Ta có $y' = \frac{2}{3}(3 - x^2)^{-\frac{1}{3}} \cdot (-2x) = -\frac{4}{3}x(3 - x^2)^{-\frac{1}{3}}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{3}x(3 - x^2)^{-\frac{1}{3}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có BBT sau:

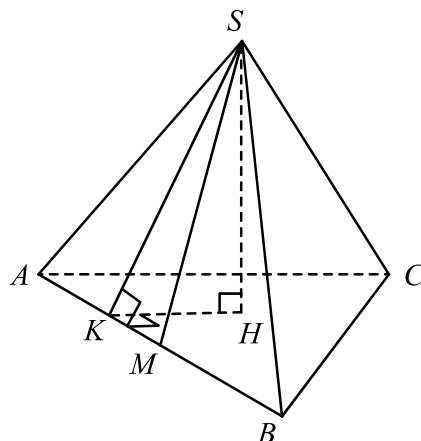
x	$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$
y'		+	0	-	
y			$\sqrt[3]{9}$		

Từ BBT ta thấy hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt[3]{9}$ tại $x=0$ và hàm số không đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 39. [Mức độ 4] Cho khối chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB là tam giác vuông tại S . Các cạnh bên SA, SB, SC có thể thay đổi. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Duy Tân



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) .

Gọi K là hình chiếu vuông góc của S trên AB .

Gọi M là trung điểm AB .

Do tam giác ABC đều cạnh a nên ta có: $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Do $SH \perp HK$ nên ta có $SH = SK \cdot \cos \angle KSH \leq SK$.

Mặt khác $SK \perp KM$ nên $SK = SM \cdot \cos \angle MSK \leq SM = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$. Suy ra $SH \leq \frac{a}{2}$.

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ khi $SM \perp (ABC)$.

□ HẾT □