|  |  |
| --- | --- |
| **UBND TỈNH HÀ NAM****SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN****Năm học 2022-2023****Môn : Toán (Đề chuyên)***Thời gian làm bài : 150 phút*  |

**Câu I. (2,0 điểm)** Cho biểu thức

 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm tất cả các giá trị của để 

**Câu II. (2,0 điểm)**

1. Cho đường thẳng có phương trình (với là tham số) và điểm . Tìm tất cả các giá trị của để khoảng cách từ điểm đến đường thẳng đạt giá trị lớn nhất
2. Giải hệ phương trình 

**Câu III. (4,0 điểm)** Cho tam giác có các góc nhọn nội tiếp đường tròn . Các đường cao của tam giác cắt nhau tại H và cắt đường tròn tại các điểm lần lượt là (M khác A, N khác B, P khác C)

1. Chứng minh 
2. Chứng minh diện tích tứ giác bằng 
3. Tính giá trị biểu thức 
4. Gọi S và Q là chân đường vuông góc kẻ từ điểm K đến các cạnh . Đường thẳng cắt tại G, đường thẳng cắt đường tròn tại điểm J (J khác A). Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác . Chứng minh ba điểm thẳng hàng

**Câu IV. (1,0 điểm)** Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn

 

**Câu V. (1,0 điểm)** Cho ba số thực dương thỏa mãn . Chứng minh : 

**ĐÁP ÁN**

**Câu I. (2,0 điểm) Cho biểu thức**

 ****

1. **Rút gọn biểu thức **

****

1. **Tìm tất cả các giá trị của để **

****

**Câu II. (2,0 điểm)**

1. **Cho đường thẳng có phương trình (với là tham số) và điểm . Tìm tất cả các giá trị của để khoảng cách từ điểm đến đường thẳng đạt giá trị lớn nhất**

Gọi là điểm cố định nằm trên đường thẳng 

có nghiệm với mọi 



Gọi là hình chiếu của trên 

Khoảng cách lớn nhất là khi 

Phương trình đường thẳng 



1. **Giải hệ phương trình **

ĐK: 



Thay vào phương trình (2) ta được :



Vậy hệ phương trình có nghiệm 

**Câu III. (4,0 điểm) Cho tam giác có các góc nhọn nội tiếp đường tròn . Các đường cao của tam giác cắt nhau tại H và cắt đường tròn tại các điểm lần lượt là (M khác A, N khác B, P khác C)**

****

1. **Chứng minh **

tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 

(góc nội tiếp cùng chắn cung 

Mà (góc nội tiếp cùng chắn cung 



1. **Chứng minh diện tích tứ giác bằng **

****(cùng phụ với 

nằm trên đường trung trực của 

, mà 

1. **Tính giá trị biểu thức **

****(góc nội tiếp cùng chắn cung 

(cùng phụ với 

có vừa là đường phân giác vừa là đường cao

cân tại C là trung điểm của 



Chứng minh tương tự : 



1. **Gọi S và Q là chân đường vuông góc kẻ từ điểm K đến các cạnh . Đường thẳng cắt tại G, đường thẳng cắt đường tròn tại điểm J (J khác A). Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác . Chứng minh ba điểm thẳng hàng**

**\*Hình vẽ phục vụ**

****

nên là tứ giác nội tiếp 

(cùng phụ với Do đó là tứ giác nội tiếp





Vì là tứ giác nội tiếp nên mà (cùng phụ với 

Mà (cùng phụ với nên 



Từ (1) và (2) suy ra 







JK cắt (O) tại D (D khác K) thì là đường kính của 

Gọi là trung điểm KD, L là trung điểm 

Khi đó là đường trung bình của 

Mà nên OI là trung trực BC 

Vì (cùng vuông góc với nên là hình thang

là đường trung bình của hình thang 

là trung trực của 

Từ (3) và (4) suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác 

Vậy thẳng hàng

**Câu IV. (1,0 điểm) Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn**

 ****

****

Với 

Với , ta có và là số chính phương khác 0 nên là số chính phương. Đặt 





Vậy các bộ nguyên thỏa yêu cầu bài toán là 

**Câu V. (1,0 điểm) Cho ba số thực dương thỏa mãn . Chứng minh : **

****

Đặt 



Áp dụng bất đẳng thức Co si, ta có . Do đó :





Dấu bằng xảy ra khi 