

A. PHẦN MỞ ĐẦU

1. LÍ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Trong đề thi tuyển sinh đại học các năm gần đây thường xuyên xuất hiện bài toán giải hệ phương trình. Đối với đa số học sinh thì đây là bài toán khó. Phần lớn các em đều lúng túng khi đứng trước việc phải lựa chọn phương pháp giải quyết vấn đề sao cho hướng đi trở nên hợp lý và dễ dàng nhất có thể. Các phương pháp giải hệ rất đa dạng: phương pháp đặt ẩn phụ, phân tích thành nhân tử, biến đổi tương đương,... Phương pháp hàm số là một trong số những cách giải được áp dụng phổ biến. Tuy nhiên, việc sử dụng phương pháp này để giải quyết vấn đề thường được học sinh áp dụng một cách máy móc. Đa số không có kỹ năng tốt trong việc phân tích bài toán và nhận dạng một cách nhạy bén hàm số được sử dụng, cũng như hướng trình bày. Vì vậy học sinh thường loay hoay, mất nhiều thời gian cho việc chọn hàm, chọn hướng sử dụng, làm cho bài toán trở nên khó và không được giải quyết một cách thuận lợi nhất. Do đó, tôi đã tiến hành khảo sát, triển khai thực hiện đề tài: “Rèn luyện kỹ năng và tư duy sáng tạo cho học sinh khi sử dụng tính đơn điệu của hàm số để giải hệ phương trình”. Một là, giúp học sinh hình thành kỹ năng nhận biết được các dạng toán sử dụng phương pháp hàm số, rèn luyện cách lựa chọn hàm số và hướng đi phù hợp cho mỗi bài. Hai là, nâng cao năng lực sáng tạo, khả năng khái quát hóa thông qua việc biến đổi sáng tạo các hệ phương trình dựa trên các hàm số lựa chọn.

2. PHẠM VI NGHIÊN CỨU

Sau khi học sinh học tính đồng biến, nghịch biến chương 1- hàm số (Giải tích lớp 12).

3. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Phương pháp nghiên cứu lý luận, đọc tài liệu liên quan đến hệ phương trình giải bằng phương pháp sử dụng tính biến thiên của hàm số.

4. CẤU TRÚC SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

Phần 1: Cở sở lý luận.

Phần 2: Cở sở thực tiễn.

Phần 3: Nội dung, biện pháp thực hiện các giải pháp của đề tài.

B. PHẦN NỘI DUNG

1. Cơ sở lý luận

Tính đơn điệu của hàm số

Xét hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng (a,b) .

a. Định nghĩa:

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến (tăng) trên khoảng (a,b) khi và chỉ khi với mọi x_1, x_2 thuộc khoảng (a,b) , $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2)$.

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến (giảm) trên khoảng (a,b) khi và chỉ khi với mọi x_1, x_2 thuộc khoảng (a,b) , $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$.

b. Tính chất:

- Tính chất 1: Nếu hàm $y=f(x)$ chỉ tăng (hoặc giảm) trên khoảng (a,b) thì $f(x_1)=f(x_2)$ khi và chỉ khi $x_1=x_2$.

- Tính chất 2: Nếu hàm $y=f(x)$ chỉ tăng (hoặc giảm) trên khoảng (a,b) thì phương trình $f(x)=0$ có không quá 1 nghiệm trong khoảng (a,b) .

Hệ thống bài tập giải hệ phương trình dựa trên tính biến thiên và các tính chất trên đây được sử dụng phổ biến trong các đề thi. Tuy nhiên việc giải quyết vấn đề theo hướng này khiến học sinh gặp nhiều khó khăn và là một bài toán khó. Vì vậy thông qua hệ thống bài có sự sắp xếp hợp lý về mức độ cũng như các dạng nhằm:

- Rèn luyện kỹ năng nhận biết hàm số khi giải bài toán hệ phương trình bằng phương pháp sử dụng tính đơn điệu.

- Phát triển tư duy sáng tạo, khái quát hóa thông qua sự phát triển hệ thống bài tập theo các mức độ khác nhau dựa trên cơ sở hàm số được chọn.

2. Cơ sở thực tiễn

a. Thuận lợi

Việc giải hệ phương trình thường áp dụng những kỹ năng biến đổi đại số quen thuộc mà học sinh đã được rèn luyện từ cấp 2, cho nên khi giảng dạy hệ phương trình thường dễ tạo hứng thú học tập cho các em thông qua các bài tập đơn giản.

b. Khó khăn

Qua khảo sát thực tế, học sinh trường THPT nói chung và học sinh trường THPT Lê Viết Tạo nói riêng (có chất lượng đầu vào thấp), kỹ năng giải các dạng toán khó như hệ phương trình là rất hạn chế. Điều này gây khó khăn trong việc giảng dạy của giáo viên, khiến học sinh cảm thấy nản chí, muốn bỏ cuộc khi đứng trước một bài toán giải hệ phương trình.

3. Nội dung, biện pháp thực hiện các giải pháp của đề tài.

Từ thực tế học sinh trường THPT Lê Viết Tạo với đa số còn hạn chế về tư duy hệ thống và khái quát hoá cũng như kỹ năng giải hệ phương trình, trên cơ sở đó tôi đã tiến hành thực nghiệm và áp dụng đề tài .

3.1. Khái quát chung

Dựa trên những kết quả nghiên cứu về lí thuyết toán học bậc THPT, tôi đã áp dụng cả 3 khâu của quá trình dạy học như sau :

- Nội dung của phương pháp và hệ thống các bài tập minh hoạ được chọn lọc có tính bao quát các dạng hệ phương trình thường gặp ở các mức độ khác nhau, phù hợp với các đối tượng học sinh, được định hướng và dẫn dắt cho học sinh tự hình thành, chiếm lĩnh trong khâu “*Hình thành kiến thức, kỹ năng mới*”;

- Hệ thống các bài tập thực hành có tính chất và nội dung tương tự với hệ thống các bài tập thực nghiệm, được áp dụng trong khâu “*Củng cố, hoàn thiện*” và khâu “*kiểm tra đánh giá*” để cho học sinh rèn luyện kỹ năng và củng cố kiến thức được hình thành, đồng thời đánh giá hiệu quả thực nghiệm.

3.2. Nội dung

3.2.1. Nội dung 1. Phương pháp sử dụng tính đơn điệu của hàm số để giải hệ phương trình

Có 3 hướng để giải quyết:

- Hướng 1:

Bước 1: Đưa một trong hai phương trình hoặc cộng, trừ các phương trình của hệ để đưa về dạng : $f(x) = k$ (1)

Bước 2: Xét hàm số $y = f(x)$ $y = g(x)$

Dùng lập luận để khẳng định hàm số đồng biến hay nghịch biến

Bước 3: Lúc đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất (mà ta nhắm được)

- Hướng 2:

Bước 1: Đưa một trong hai phương trình hoặc cộng, trừ các phương trình của hệ để đưa về dạng: $f(x) = g(x)$ (1)

Bước 2: Xét hai hàm số $y = f(x)$ và

Dùng lập luận để khẳng định $x = x_0$ là hàm đồng biến (nghịch biến) và là hàm nghịch biến (đồng biến)

Bước 3: Lúc đó nếu phương trình (1) có nghiệm $x = x_0$ là nghiệm duy nhất $y = f(x)$

- Hướng 3:

Bước 1: Đưa một trong hai phương trình hoặc cộng, trừ các phương trình của hệ để đưa về dạng $f(u) = f(v)$ (1)

Bước 2: Xét hàm số: $y = f(t)$.

Dùng lập luận để khẳng định hàm số đồng biến hay nghịch biến

Bước 3: Khi đó từ (1) suy ra: $u = v$

Lưu ý:

-Thông thường bài toán giải hệ phương trình thường được đề cập đến với cách giải theo hướng 1 và hướng 3 (hướng 2 hoàn toàn có thể chuyển về để đưa về hướng 1) hoặc kết hợp cả hai hướng này.

-Học sinh lớp 12 có thể dùng đạo hàm để xét tính biến thiên của hàm số, trong khi đó học sinh lớp 10, 11 chưa học đạo hàm có thể dùng định nghĩa để xét, nên các em lớp 10, 11 cũng có thể tham khảo dạng toán này.

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^4 - 4x = y^4 - 4y(1) \\ x^{2014} + y^{2014} = 1(2) \end{cases}$$

Lời giải:

Từ PT (2) suy ra
$$\begin{cases} x^{2014} \leq 1 \\ y^{2014} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq y \leq 1 \end{cases}$$

Xét hàm số $f(t)=t^4-4t$ trên $[-1;1]$, ta chứng minh hàm số $f(t)=t^4-4t$ đồng biến trên $[-1;1]$ bằng hai cách như sau:

Cách 1: Phù hợp với kiến thức lớp 10 chưa được học về đạo hàm.

Với mọi t_1, t_2 thuộc $[-1;1]$, $t_1 \neq t_2$ ta có:

$$k = \frac{f(t_1) - f(t_2)}{t_1 - t_2} = (t_1 + t_2)(t_1^2 + t_2^2) - 4 \leq 4 - 4 = 0$$

Do đó $f(t)$ là hàm nghịch biến trên $[-1;1]$ vì vậy từ (1) ta có $f(x)=f(y)$, suy ra $x=y$

Thay vào (2) ta được

$$x = y = \pm \sqrt[2014]{\frac{1}{2}}$$

$$(x; y) = \left(\pm \sqrt[2014]{\frac{1}{2}}; \pm \sqrt[2014]{\frac{1}{2}} \right)$$

là nghiệm của hệ.

Cách 2: Sử dụng đạo hàm

Ta có $f'(t)=4t^3-4 \leq 4-4=0$

Do đó $f(t)$ là hàm nghịch biến trên $[-1;1]$, đến đây xử lý tiếp như lời giải trên.

Nhận xét: Với cách xét tỉ số $k = \frac{f(t_1) - f(t_2)}{t_1 - t_2}$ ta chứng minh được hàm số

đồng biến hoặc nghịch biến rất phù hợp với kiến thức của học sinh lớp 10 nhưng hạn chế của phương pháp này là nếu $f(t)$ có dạng phức tạp thì bước chứng minh $k > 0$ (hoặc $k < 0$) khó khăn hơn rất nhiều.

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 5x - 3y + 4 = 0 \\ \log_{12}(x-1) + \log_{12}(y-3) = 1. \end{cases}$$

Lời giải:

ĐK: $x > 1$ và $y > 3$ (*).

Ta có $x^2 - y^2 + 5x - 3y + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (x+2) = (y+1)^2 + (y+1)$ (1).

Từ hs $f(t) = t^2 + t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và (*) nên (1)
 $\Leftrightarrow x+2 = y+1 \Leftrightarrow y = x+1$.

Do đó $\log_{12}(x-1) + \log_{12}(y-3) = 1 \Leftrightarrow (x-1)(y-3) = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=6 \end{cases} \Rightarrow y=6$.

Kết luận: nghiệm của hệ phương trình là $x=5, y=6$.

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2^x - 2^y = (y-x)(xy+2) \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$

Phân tích: Nếu thay vào phương trình thứ nhất thì ta sẽ được hằng đẳng thức

Lời giải:

Thay $2 = x^2 + y^2$ vào phương trình thứ nhất ta được

$$2^x - 2^y = (y-x)(xy+x^2+y^2) \Leftrightarrow 2^x - 2^y = y^3 - x^3 \Leftrightarrow 2^x + x^3 = 2^y + y^3 \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t^3, t \in \mathbb{R}$ có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 3t^2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. (1) $\Leftrightarrow f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ thế vào pt thứ hai ta được $x = y = \pm 1$. Vậy tập nghiệm của hệ là $S = \{(1;1); (-1;-1)\}$

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases} (4x^2+1)x + (y-3)\sqrt{5-2y} = 0 & (1) \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3-4x} = 7 & (2) \end{cases}$

Lời giải:

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 3-4x \geq 0 \\ 5-2y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{4} \\ y \leq \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (4x^2+1)2x + (2y-6)\sqrt{5-2y} = 0$$

$$\Leftrightarrow [(2x)^2+1](2x) = [(\sqrt{5-2y})^2+1]\sqrt{5-2y} \Leftrightarrow (2x)^3+2x = (\sqrt{5-2y})^3 + \sqrt{5-2y}$$

$$\Leftrightarrow f(2x) = f(\sqrt{5-2y}) \text{ với } f(t) = t^3 + t. f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f(t) \text{ đồng}$$

$$\text{biến trên } \mathbb{R}. \text{ Vậy } f(2x) = f(\sqrt{5-2y}) \Leftrightarrow 2x = \sqrt{5-2y} \Leftrightarrow y = \frac{5-4x^2}{2}, x \geq 0$$

$$\text{Thế vào pt (2) ta được } 4x^2 + \left(\frac{5-4x^2}{2}\right)^2 + 2\sqrt{3-4x} - 7 = 0 \Leftrightarrow g(x) = 0$$

Với $g(x) = 4x^2 + \left(\frac{5 - 4x^2}{2} \right)^2 + 2\sqrt{3 - 4x} - 7, x \in \left[0; \frac{3}{4} \right]$

Hàm số nghịch biến do $g'(x) < 0$ trên $(0; 3/4)$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1/2; 2)$

Ví dụ 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 3x = y^3 - 3y & (1) \\ x^2 + y^2 = 1 & (2) \end{cases}$

Phân tích: Ta có thể giải hệ trên bằng phương pháp đưa về dạng tích. Tuy nhiên ta muốn giải hệ này bằng phương pháp sử dụng tính đơn điệu của hàm số. Hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ không đơn điệu trên toàn trục số, nhưng nhờ có (2) ta giới hạn được x và y trên đoạn $[-1; 1]$.

Lời giải:

Từ (2) ta có $x^2 \leq 1, y^2 \leq 1 \Leftrightarrow x, y \in [-1; 1]$

Hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ có $f'(t) = 3t^2 - 3 < 0, \forall t \in (-1; 1) \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên đoạn $[-1; 1]$. $x, y \in [-1; 1]$ nên $(1) \Leftrightarrow f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ thế vào pt (2) ta được

$$x = y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Vậy tập nghiệm của hệ là } S = \left\{ \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right); \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right\}$$

Nhận xét: Trong trường hợp này ta đã hạn chế miền biến thiên của các biến để hàm số đơn điệu trên đoạn đó.

Ví dụ 6. Tìm các giá trị của m để hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 \\ x^2 + \sqrt{1 - x^2} - 3\sqrt{2y - y^2} + m = 0 \end{cases}$$

Lời giải:

Điều kiện. $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$

$$(1) \Leftrightarrow x^3 - 3x = (y - 1)^3 - 3(y - 1)$$

Hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ nghịch biến trên đoạn $[-1; 1]$

$$x, y - 1 \in [-1; 1] \text{ nên } f(x) = f(y - 1) \Leftrightarrow x = y - 1 \Leftrightarrow y = x + 1$$

$$\text{Thế vào pt (2) ta được } x^2 - 2\sqrt{1 - x^2} = -m \quad (3)$$

$$\text{Hệ có nghiệm} \Leftrightarrow \text{Pt (3) có nghiệm } x \in [-1; 1]$$

$$\text{Xét } g(x) = x^2 - 2\sqrt{1 - x^2}, x \in [-1; 1], g'(x) = 2x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \right)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0. \quad g(0) = -2, g(\pm 1) = 1$$

$$\text{Pt (3) có nghiệm } x \in [-1; 1] \Leftrightarrow -2 \leq -m \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$$

Ví dụ 7. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + \sqrt{x^2 + 1} = 3^y \\ y + \sqrt{y^2 + 1} = 3^x \end{cases}$$

Lời giải: Trừ về hai pt ta được

$$x + \sqrt{x^2 + 1} - (y + \sqrt{y^2 + 1}) = 3^y - 3^x \Leftrightarrow x + \sqrt{x^2 + 1} + 3^x = y + \sqrt{y^2 + 1} + 3^y$$

$$f(x) = f(y) \text{ với } f(t) = t + \sqrt{t^2 + 1} + 3^t. f'(t) = 1 + \frac{t}{\sqrt{t^2 + 1}} + 3^t \ln 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Bởi vậy $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$ thế vào pt thứ nhất ta được $x + \sqrt{x^2 + 1} = 3^x \Leftrightarrow 1 = 3^x (\sqrt{x^2 + 1} - x) \Leftrightarrow g(0) = g(x)$

$$\begin{aligned} \text{Với } g(x) &= 3^x (\sqrt{x^2 + 1} - x). g'(x) = 3^x \ln 3 (\sqrt{x^2 + 1} - x) + 3^x \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1 \right) \\ &= 3^x (\sqrt{x^2 + 1} - x) \left(\ln 3 - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ do } \sqrt{x^2 + 1} - x > 0 \text{ và } \sqrt{x^2 + 1} \geq 1 \end{aligned}$$

Suy ra $g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Bởi vậy $g(x) = g(0) \Leftrightarrow x = 0$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x = y = 0$

Ví dụ 8. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \ln(1+x) - \ln(1+y) = x - y & (1) \\ x^2 - 12xy + 20y^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

Lời giải: ĐK: $x > -1, y > -1$

(1) $\Leftrightarrow \ln(1+x) - x = \ln(1+y) - y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$ với

$$f(t) = \ln(1+t) - t, t \in (-1; +\infty)$$

$$f'(t) = \frac{1}{1+t} - 1 = \frac{-t}{1+t} = 0 \Leftrightarrow t = 0 \in (-1; +\infty) \Rightarrow f(t) \text{ đồng biến trên } (-1; 0) \text{ và}$$

nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

TH 1. $x, y \in (-1; 0)$ hoặc $x, y \in (0; +\infty)$ thì $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$

Thế vào pt (2) ta được $x = y = 0$ (không thỏa mãn)

TH 2. $x \in (-1; 0), y \in (0; +\infty)$ hoặc ngược lại thì $xy < 0 \Rightarrow x^2 - 12xy + 20y^2 > 0$

TH 3. $xy = 0$ thì hệ có nghiệm $x = y = 0$. Vậy hệ có nghiệm duy nhất $x = y = 0$

Ví dụ 9. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 1 - x^3 \\ (x-1)^4 = y \end{cases}$$

Lời giải:

Điều kiện:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biến đổi tương đương hệ về dạng:

$$\begin{cases} \sqrt{x-1} - (x-1)^2 = 1-x^3 \\ (x-1)^4 = y \end{cases}$$

Từ phương trình: $\sqrt{x-1} - (x-1)^2 = 1-x^3$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = -x^3 + x^2 - 2x + 2 \quad (*)$$

Ta thấy hàm số $f(x) = \sqrt{x-1}$ là hàm đồng biến trên $[1, +\infty)$

Xét hàm số $g(x) = -x^3 + x^2 - 2x + 2$

- Miền xác định: $D = [1, +\infty)$
- Đạo hàm $g'(x) = -3x^2 + 2x - 2 < 0 \quad \forall x \in D$

Suy ra hàm số nghịch biến

Từ (*) ta thấy $x=1$ là nghiệm của phương trình và đó là nghiệm duy nhất

Vậy hệ có nghiệm $(1,0)$

Ví dụ 10. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 3x - 3 + \ln(x^2 - x + 1) = y \\ y^3 + 3y - 3 + \ln(y^2 - y + 1) = z \\ z^3 + 3z - 3 + \ln(z^2 - z + 1) = x \end{cases}$$

Lời giải:

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t - 3 + \ln(t^2 - t + 1)$

Lúc đó hệ có dạng

$$\begin{cases} f(x) = y \\ f(y) = z \\ f(z) = x \end{cases}$$

- Miền xác định: $D = \mathbb{R}$
- Đạo hàm: $f'(x) = 3t^2 + 3 + \frac{2t-1}{2\sqrt{t^2-t+1}} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến

trên D

Ta giả sử (x, y, z) là nghiệm của hệ và $x = \max\{x, y, z\}$ khi đó ta suy ra:

$$y = f(x) \geq f(y) = z \Rightarrow z = f(y) \geq f(z) = x$$

Vậy $x \geq y \geq z \geq x \Leftrightarrow x = y = z$. Thay vào hệ ta có: $x^3 + 3x - 3 + \ln(x^2 - x + 1) = x$
 $\Leftrightarrow x^3 + 2x - 3 + \ln(x^2 - x + 1) = 0$

Ta thấy $x=1$ là nghiệm duy nhất của phương trình (vì VT là đồng biến)

Vậy $x=y=z=1$ là nghiệm của hệ

Bài tập tương tự

Bài 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{3+x^2} + 2\sqrt{x} = 3 + \sqrt{y} \\ \sqrt{3+y^2} + 2\sqrt{y} = 3 + \sqrt{x} \end{cases}$$

Lời giải:

Điều kiện:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biến đổi hệ

$$\begin{cases} \sqrt{3+x^2} + 2\sqrt{x} = 3 + \sqrt{y} \\ 3 + \sqrt{x} = \sqrt{3+y^2} + 2\sqrt{y} \end{cases}$$

Cộng vế theo vế ta có: $\sqrt{3+x^2} + 3\sqrt{x} + 3 = \sqrt{3+y^2} + 3\sqrt{y} + 3 \quad (*)$

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{3+t^2} + 3\sqrt{t} + 3$

- Miền xác định: $D = [1, +\infty)$
- Đạo hàm: $f'(t) = \frac{t}{\sqrt{3+t^2}} + \frac{3}{2\sqrt{t}} + 1 > 0 \quad \forall x \in D$

Suy ra hàm số đồng biến

Từ (*) ta có $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$

Lúc đó: $\sqrt{3+x^2} + \sqrt{x} = 3$

- VT là hàm số hàm tăng
- VP là hàm hằng
- Ta thấy $x=1$ là nghiệm

Suy ra phương trình có nghiệm $x=1$ là nghiệm duy nhất

Vậy hệ có nghiệm $(1, 1)$

Bài 2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3(4y^2+1)+2(x^2+1)\sqrt{x}=6 \\ x^2y(2+2\sqrt{4y^2+1})=x+\sqrt{x^2+1} \end{cases} \quad (2)$$

Lời giải:

Điều kiện $x \geq 0$.

Ta có $x=0$ không thỏa mãn hệ phương trình nên $x > 0$

Với điều kiện từ hệ suy ra

$$x + \sqrt{x^2+1} > 0 \Rightarrow x^2y(2 + 2\sqrt{4y^2+1}) > 0 \Rightarrow y > 0$$

Chia hai vế của phương trình thứ 2 của hệ cho x^2 ta được

$$2y + 2y\sqrt{(2y)^2+1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x}\sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2+1} \quad (3)$$

Xét hàm số $f(t) = t + t\sqrt{t^2+1}$ trên $(0; +\infty)$;

$$\text{Ta có } f'(t) = 1 + \sqrt{t^2+1} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2+1}} > 0, \quad \forall t > 0$$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

$$\text{Do đó (3) có nghiệm khi và chỉ khi } 2y = \frac{1}{x}$$

Thế $2y = \frac{1}{x}$ vào (2) ta được $x^3 + x + 2(x^2+1)\sqrt{x} = 6$ (4) Ta có vế trái của (4) là hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên $x=1$ là nghiệm duy nhất của (4).

Vậy $(x;y) = (1; \frac{1}{2})$ là nghiệm duy nhất của hệ phương trình đã cho.

Bài 3. Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} 2^{2x-y} - 2^{x+y} = (x+y)\sqrt{x+y} - (2x-y)\sqrt{2x-y} \\ \sqrt[3]{y} - 2(x-1)^3 + 1 = 0 \end{cases}$$

(Đề thi chọn học sinh giỏi Thanh Hóa năm 2011-2012)

Lời giải:

Điều kiện: $x + y \geq 0$; $2x - y \geq 0$

Ta có phương trình (1) của hệ tương đương với

$$2^{(2x-y)} + (2x - y)\sqrt{2x - y} = 2^{(x+y)} + (x + y)\sqrt{x + y}$$

Phương trình này có dạng $f(2x-y) = f(x+y)$ (*)

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t\sqrt{t}$ với $\forall t \geq 0$

Ta có: $f'(t) > 0 \quad \forall t \geq 0$ Nên hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên $[0; +\infty)$

Nên từ (*) ta có $2x - y = x + y$ hay $x = 2y$

Thế vào phương trình (2) của hệ ta được $\sqrt[3]{y} + 1 = 2(2y - 1)^3$ (3)

Đặt $\sqrt[3]{y} = 2t - 1$. Khi đó pt (3) trở thành

$$\begin{cases} t = (2y - 1)^3 \\ y = (2t - 1)^3 \end{cases}$$

Trừ từng vế tương ứng các pt của hệ ta được $t = y$

(Do $2(2y - 1)^2 + 2(2y - 1)(2t - 1) + 2(2t - 1)^2 + 1 > 0$ với $\forall t, y$)

Thế $t = y$ vào hệ ta được $y = (2y - 1)^3 \Leftrightarrow 8y^3 - 12y^2 + 5y - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow (y-1)(8y^2-4y+1)=0 \Leftrightarrow y=1 \Rightarrow x=2 \text{ thỏa mãn điều kiện.}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (2; 1)$

Bài 4. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy + 2 = y\sqrt{x^2 + 2} \\ y^2 + 2(x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 2x^2 - 4x. \end{cases} \quad (\text{với } x, y \in \mathbb{R})$$

Lời giải:

ĐKXD: $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } xy + 2 = y\sqrt{x^2 + 2} \Leftrightarrow y(\sqrt{x^2 + 2} - x) = 2 \Leftrightarrow y = \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2} - x}$$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{x^2 + 2} + x$ (1). Thế vào phương trình thứ hai trong hệ, ta có :

$$(\sqrt{x^2 + 2} + x)^2 + 2(x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 2x^2 - 4x$$

$$\Leftrightarrow 1 + x\sqrt{x^2 + 2} + 2x + (x+1)\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 0.$$

$$\Leftrightarrow (x+1)\left[1 + \sqrt{(x+1)^2 + 2}\right] = (-x)\left[1 + \sqrt{(-x)^2 + 2}\right] \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t(1 + \sqrt{t^2 + 2})$ với $t \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f'(t) = 1 + \sqrt{t^2 + 2} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 2}} > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f(t)$$

đồng

biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác, phương trình (*) có dạng $f(x+1) = f(-x) \Leftrightarrow x+1 = -x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Thay $x = -\frac{1}{2}$ vào (1) ta tìm được $y = 1$.

Vậy hệ đã cho có nghiệm là $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = 1. \end{cases}$

3.2.2. Nội dung 2 Xây dựng hệ phương trình được giải bằng phương pháp hàm số

Để nắm được kỹ thuật sáng tạo hệ phương trình, học sinh cần phải được rèn luyện nhuần nhuyễn các kỹ năng như: thêm-bớt, quy lạ về quen,...

Ví dụ 1. Xét hàm số: $f(x) = t^3 + t$, có $f'(t) = 3t^2 + 1 \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có:

$$f(\sqrt{x}) = x\sqrt{x} + \sqrt{x} = (x+1)\sqrt{x}.$$

$$f(\sqrt{y+2}) = (y+2)\sqrt{y+2} + \sqrt{y+2} = (y+3)\sqrt{y+2}.$$

Ta có phương trình

$$(x+1)\sqrt{x} = (y+3)\sqrt{y+2} \Leftrightarrow f(\sqrt{x}) = f(\sqrt{y+2}) \{ \}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y+2} \Leftrightarrow x = y+2.$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 1$$

Kết hợp với một phương trình khác nhận $(x,y) = (3,1)$ là nghiệm, chẳng hạn phương trình:

$$\sqrt{y+3} - \sqrt{x-2} + 8 - x^2 = 0$$

Ta có hệ

$$\begin{cases} (x+1)\sqrt{x} = (y+3)\sqrt{y+2} & (1) \\ \sqrt{y+3} - \sqrt{x-2} + 8 - x^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

Như vậy để giải phương trình (1), ta xét hàm số $f(t) = t^3 + t$, chứng minh hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Biến đổi phương trình (1) để được: $x = y+2$.

Thế vào pt(2) ta được:

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} + 8 - x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1} - 2 + 1 - \sqrt{x-2} + 9 - x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+2} + \frac{x-3}{1+\sqrt{x-2}} - (x-3)(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} + \frac{1}{1+\sqrt{x-2}} = x+3 & (3) \end{cases}$$

Xét PT (3). Với $x \geq 2$ thì $VT \leq 3/2, VP \geq 5$. Vậy phương trình (3) vô nghiệm.

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x,y) = (3,1)$.

* Để làm cho bài toán trở nên khó hơn ta xét hàm số $f(t)$ với biểu thức theo t phức tạp hơn, chẳng hạn:

$$f(2x+1)=(2x+1)^3+(2x+1)=8x^3+12x^2+6x+1+2x+1=8x^3+12x^2+8x+2 \\ =2(4x^3+6x^2+4x+1).$$

$$f(\sqrt{2y+3})=(2y+3)\sqrt{2y+3}+\sqrt{2y+3}=(2y+4)\sqrt{2y+3}.$$

Từ đó ta có Pt:

$$4x^3+6x^2+4x+1=(y+2)\sqrt{2y+3}$$

$$\Leftrightarrow f(2x+1)=f(\sqrt{2x+3})$$

$$\Leftrightarrow y=2x^2+2x-1$$

Cho $x=1$, $y=3$

Kết hợp với một phương trình khác nhận $(x,y)=(3,1)$ là nghiệm, chẳng hạn phương trình:

$$y-x\sqrt{y+6}-6x^2+6=0$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} 4x^3+6x^2+4x+1=(y+2)\sqrt{2y+3} \\ y-x\sqrt{y+6}-6x^2+6=0 \end{cases} \quad (\text{II})$$

Như vậy để giải hệ phương trình (II), ta xét hàm số $f(t)=t^3+t$, chứng minh hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Biến đổi phương trình đầu để được: $y=2x^2+2x-1$.

Thế vào pt sau ta được:

$$2x^2+2x-1-x\sqrt{2x^2+2x+5}-6x^2+6=0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+2x+5-x\sqrt{2x^2+2x+5}-6x^2=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x^2+2x+5}=3x \\ \sqrt{2x^2+2x+5}=-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1-\sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ có 2 nghiệm $(1;3)$ và $(\frac{1-\sqrt{11}}{2}; 6-2\sqrt{11})$

Ví dụ 2. Ta xét hàm số khác, chẳng hạn ta xét hàm số

$$f(t)=t(2+\sqrt{t^2+4}), f'(t)=2+\sqrt{t^2+4}+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+4}} \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$$

Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có:

$$f(2x)=2x(2+\sqrt{4x^2+4})=4x+4x\sqrt{x^2+1}$$

$$f(2y+1)=(2y+1)(2+\sqrt{(2y+1)^2+4})$$

$$=4y+2+(2y+1)\sqrt{4y^2+4y+5}$$

Từ đó ta có phương trình: $2x=2y+1$

Cho $x=1/2$ thì $y=0$.

Kết hợp với một phương trình khác nhận $(1/2;0)$ là nghiệm, chẳng hạn PT:

$$\sqrt{2x+3}+\sqrt[3]{2y+1}-3=0$$

Ta có hệ:

$$\begin{cases} 4x + 4x\sqrt{x^2 + 1} = 4y + 2 + (2y + 1)\sqrt{4y^2 + 4y + 5} \\ \sqrt{2x + 3} + \sqrt[3]{2y + 1} - 3 = 0 \end{cases} \quad (\text{III})$$

Như vậy để giải hệ phương trình (III), ta xét hàm số

$$f(t) = t(2 + \sqrt{t^2 + 4}), f'(t) = 2 + \sqrt{t^2 + 4} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 4}} \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}, \text{ hàm số } y=f(t) \text{ đồng biến}$$

trên $\mathbb{R}$. Biến đổi phương trình đầu để được: $2x=2y+1$.

Thế vào pt sau ta được:

$$\begin{aligned} \sqrt{2x+3} - 2 + \sqrt[3]{2x} - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{2x-1}{\sqrt{2x+3}+2} + \frac{2x-1}{\sqrt[3]{4x^2} + \sqrt[3]{2x}+1} &= 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y &= 0. \end{aligned}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(1/2; 0)$

* Để làm cho bài toán trở nên khó hơn ta xét hàm số $f(t)$ với biểu thức theo t phức tạp hơn, chẳng hạn:

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1}{x}\right) &= \frac{1}{x} \left(2 + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 4}\right) = \frac{1}{x} \left(2 + \frac{1}{x} \sqrt{1 + 4x^2}\right) = \frac{1}{x^2} (2x + \sqrt{1 + 4x^2}); \\ f(2y) &= 2y(2 + \sqrt{4y^2 + 4}) = 4y + 4y\sqrt{y^2 + 1} \\ \Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) &= f(2y) \Leftrightarrow \frac{1}{x} = 2y. \end{aligned}$$

Cho $x=1$ suy ra $y=1/2$

Kết hợp với một phương trình khác nhận $x=1, y=1/2$ làm nghiệm, chẳng hạn phương trình:

$$-2x^2 + 2x - 1 + \frac{1}{2y} \sqrt{\frac{1}{y} - 1} = 0$$

Ta có hệ:

$$\begin{cases} -2x^2 + 2x - 1 + \frac{1}{2y} \sqrt{\frac{1}{y} - 1} = 0 \\ 2x + \sqrt{1 + 4x^2} - 4x^2 y \sqrt{y^2 + 1} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV})$$

Như vậy để giải hệ phương trình (IV), ta xét hàm số

$$f(t) = t(2 + \sqrt{t^2 + 4}), f'(t) = 2 + \sqrt{t^2 + 4} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 4}} \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}, \text{ hàm số } y=f(t) \text{ đồng biến}$$

trên $\mathbb{R}$. Biến đổi phương trình sau để được: $1/x=2y$.

Thế vào pt đầu ta được:

$$-2x^2 + 2x - 1 + x\sqrt{2x-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 + x\sqrt{2x-1} - 2x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} = x \\ \sqrt{2x-1} = -2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;1/2)$

Ví dụ 3. Sau đây ta sẽ xây dựng hệ phương trình giải được bằng phương pháp hàm số mà phải kết hợp cả hai phương trình trong hệ.

Đầu tiên ta sẽ xây dựng hệ phương trình giải được bằng cách chỉ nhân một phương trình của hệ với hằng số và kết hợp với phương trình còn lại. Chẳng hạn ta xét hàm số $f(t)=t^3+3t$ có $f'(t)=3t^2+3 \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$f(2x+1)=(2x+1)^3+3(2x+1)=8x^3+12x^2+12x+4;$$

$$f(y+2)=(y+2)^3+3(y+2)=y^3+6y^2+15y+14.$$

Khi đó

$$f(2x+1)=f(y+2) \quad (1) \text{ hay } 2x+1=y+2 \quad (2).$$

Cho $x=1$ thì $y=1$.

Từ đó ta xét hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x^3 + 6x^2 - 3y^2 - 3y - 4 = 0 \\ y^3 + 9y - 12x + 2 = 0 \end{cases} \quad (V)$$

Để giải hệ trên ta lấy phương trình đầu nhân 2 trừ đi phương trình sau và biến đổi để đưa về phương trình dạng (1), với $f(t)=t^3+3t$ có $f'(t)=3t^2+3 \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ Khi đó ta có $y=2x-1$. Thay vào phương trình đầu của hệ ta có $x=1$, suy ra $y=1$.

* Bây giờ ta sẽ xây dựng hệ phương trình giải được bằng cách nhân cả hai phương trình của hệ với hằng số và kết hợp hai phương trình mới lại với nhau.

Chẳng hạn ta xét hàm số $f(t)=t^3+t$ có $f'(t)=3t^2+1 \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có:

$$f(2x-1)=(2x-1)^3+(2x-1)=8x^3-12x^2+8x-2;$$

$$f(3y-2)=(3y-2)^3+(3y-2)=27y^3-54y^2+39y-10.$$

Khi đó

$$f(2x-1)=f(3y-2)$$

$$\text{hay } 8x^3-12x^2+8x-2=27y^3-54y^2+39y-10 \quad (1)$$

Chọn $x=1, y=1$.

Khi đó ta biến đổi PT (1) sao cho hai vế của PT (1) bằng nhau khi thay cặp số $(1,1)$ vào, chẳng hạn ta có thể biến đổi như sau:

$$(1) \Leftrightarrow 8x^3 + 8x - 12y - 4 = 27y^3 - 54y^2 + 27y + 12x^2 - 12.$$

Từ đó ta có hệ :

$$\begin{cases} 4x^3 + 4x - 6y - 2 = 0(3) \\ 4x^2 + 9y - 18y^2 + 9y - 4 = 0(4) \end{cases}$$

Để giải hệ phương trình trên , ta lấy PT (3) nhân 2 trừ PT (4) nhân với 3 ta được PT (2), biến đổi PT (2) về PT(1).

Xét hàm số $f(t)=t^3+t$ có $f'(t)=3t^2+1 \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nên PT (1) suy ra $f(2x-1)=f(3y-2)$ hay $2x-1=3y-2$

Thế vào PT (3) ta được $x=1, y=1$ là nghiệm của hệ.

Bài tập đề nghị

Bài toán 1: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y - x + 1 + \sqrt{2} = \sqrt{x+1} + \sqrt{2-x} \\ 2x^3 - y^3 + x^2y^2 = 2xy - 3x^2 + 3y \end{cases}$$

Bài toán 2: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+9} + \sqrt{y-7} = 4 \\ \sqrt{y+9} + \sqrt{x-7} = 4 \end{cases}$$

Bài toán 3: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - \frac{1}{x^3} = y - \frac{1}{y^3} \\ (x-4y)(2x-y+4) = -36 \end{cases}$$

Bài toán 4: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2^x = y + 1 \\ 2^y = x + 1 \end{cases}$$

Bài toán 5: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x-2} - \sqrt{y-1} = 27 - x^3 \\ (x-2)^4 + 1 = y \end{cases}$$

Bài toán 6: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^4 + 5y^2 - 6 = 0 \\ \frac{\sqrt{x^2+x} + \sqrt{-x^2-x+4} - x^2 - x + 4}{1 + \sqrt{-x^2-x+4}} - \frac{\sqrt{y^2+y}}{1 + \sqrt{-y^2-y+4}} = \sqrt{-x^2-x+4} \end{cases}$$

Bài toán 7: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (\sqrt{x^2+1} + x)(\sqrt{y^2+1} + y) = 1 \\ 4\sqrt{x+2} + \sqrt{22-3x} = y^2 + 8 \end{cases}$$

Bài toán 8: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 \\ x^2 + \sqrt{1-x^2} - 3\sqrt{2y-y^2} = 0 \end{cases}$$

Bài toán 9: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{2x^2+7} - 2y + 1 = 0 \\ (3-x)\sqrt{2-x} - 2y\sqrt{2y-1} = 0 \end{cases}$$

Bài toán 10: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^6 - y^3 + 2x^2 - 9y^2 - 33 = 29y \\ \sqrt{2x+3} + x = y \end{cases}$$

Bài toán 11: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2 + 3x = \frac{8}{y^3} \\ x^3 - 2 = \frac{6}{y} \end{cases}$$

Bài toán 12: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2^{x^2+1} - 4^{\frac{8y^2+1}{2}} = 3(2\sqrt{y} - \sqrt{x}) \\ 2^{(x+y)^2} + \frac{3}{2}\sqrt{x+y} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

C. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

1. Tổ chức thực nghiệm

Tổ chức thực nghiệm tại trường THPT Lê Viết Tạo, huyện Hoằng Hóa gồm:

- Lớp thực nghiệm: 12A
- Lớp đối chứng: 12B

Trình độ hai lớp tương đương nhau, lớp 12B có 40 học sinh, lớp 12A có 38 học sinh. Thời gian tiến hành thực nghiệm từ tháng 09 năm 2014 đến tháng 01 năm 2015.

2. Kết quả thực nghiệm

Hoạt động học tập của học sinh nhìn chung diễn ra khá sôi nổi không gây cảm giác áp đặt. Việc sử dụng các biện pháp nhận được sự hứng thú của học sinh trong giải toán và học toán.

Kết quả kiểm tra

Điểm Lớp	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Số bài
TN(12A)	0	0	1	3	5	6	8	8	6	3	40
ĐC(12B)	0	3	4	6	5	5	7	5	2	1	38

3. Kết quả

Kết quả lớp thực nghiệm có 36/40 (chiếm 90%) đạt trung bình trở lên, trong đó có 27/40 (chiếm 67,5%) đạt khá giỏi.

Lớp đối chứng có 25/38 (chiếm 65,8%) đạt trung bình trở lên, trong đó có 15/38 (chiếm 39,4%) đạt khá giỏi.

D. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Trên đây là những giải pháp mà tôi đúc rút được trong suốt quá trình giảng dạy tại trường THPT.

Bên cạnh việc rèn kỹ năng giải hệ theo phương pháp xét tính đơn điệu của hàm số, học sinh còn được thực hành cách xây dựng một bài toán (tự mình tìm ra các đề bài ở mức độ khó, dễ khác nhau). Điều này khiến các em trở nên tự tin hơn khi đứng trước một bài toán giải hệ phương trình dù là rất phức tạp, hơn nữa còn kích thích tư duy sáng tạo, khả năng khái quát hóa...

1. Kết quả

Sau khi thực hiện đề tài, các em học sinh đã có được:

- Có thêm một phương pháp để giải hệ phương trình bằng sử dụng tính đơn điệu của hàm số, hình thành và thuần thục kỹ năng giải toán và từ đó biết so

sánh với cách giải cụ thể của từng loại (đại số, lượng giác, mũ, logarit) để tìm ra những ưu điểm nổi bật của phương pháp hàm này;

- Tư duy logic, sáng tạo, hệ thống và khái quát hoá. Trên cơ sở đó các em có được một phương pháp tư duy khoa học cho nhóm đối tượng học sinh trung bình - khá trở lên;

- Tích cực chủ động và sự hứng thú học tập nội dung này của mọi đối tượng học sinh, từ đó tạo động lực và niềm tin vào bản thân để các em tự tin học bộ môn Toán .

Kết quả khả quan của việc thực hiện đề tài trong năm học qua có ý nghĩa to lớn tạo động lực và niềm tin cho tôi tiếp tục thực hiện đề tài trong những năm học tiếp theo.

2. Kiến nghị

Sau khi thực hiện đề tài, ngoài những ưu điểm và kết quả của đề tài đã trình bày ở trên, tôi nhận thấy việc thực hiện đề tài sẽ hiệu quả hơn nếu một số vấn đề sau được quan tâm:

- Một số học sinh còn chưa thành thạo kỹ năng tính đạo hàm hàm số. Do đó, các thầy cô giáo khi giảng dạy cần hướng dẫn cho học sinh tính đạo hàm, tìm cực trị ,miền giá trị của hàm số một cách thành thạo.

- Đề tài khái quát một cách giải phổ biến nhất cho các hệ phương trình thuộc nhiều dạng khác nhau nhưng không có nghĩa là triệt tiêu tất cả các cách giải khác trong trường hợp cụ thể. Do đó, đòi hỏi các thầy cô khi áp dụng cần coi trọng tính ưu việt của đề tài đối với những bài tập mà áp dụng theo cách khác gặp khó khăn để tạo được hứng thú và tính chủ động tích cực cho các em.

Mặc dù cố gắng tìm tòi, nghiên cứu song chắc chắn còn nhiều hạn chế. Tôi rất mong nhận được sự góp ý chân thành của quý thầy cô và đồng nghiệp. Tôi xin chân thành cảm ơn.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	<i>Thanh Hóa, ngày 20 tháng 5 năm 2015</i> <i>Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.</i> Luu Thị Hương
--------------------------------	---

MỤC LỤC

PHẦN A	PHẦN MỞ ĐẦU	Trang
1	LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI	1
2	PHẠM VI NGHIÊN CỨU	1
3	PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU	1
4	CẤU TRÚC SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM	1
PHẦN B	NỘI DUNG ĐỀ TÀI	2
1	CƠ SỞ LÝ LUẬN	2
2	CƠ SỞ THỰC TIỄN	2
3	NỘI DUNG, BIỆN PHÁP THỰC HIỆN CÁC GIẢI PHÁP CỦA ĐỀ TÀI	2
	3.1. KHÁI QUÁT CHUNG	3
	3.2. NỘI DUNG	3
PHẦN C	THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM	17
1	TỔ CHỨC THỰC NGHIỆM	17
2	KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM	17
PHẦN D	KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ	17
1	KẾT QUẢ	17
2	KIẾN NGHỊ	18