Chương

Bài 3. HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số mũ ?

A. $y=\frac{1}{2^{-x}}$. **B.** $y=x^{-3}$. **C.** $y=\ln\sqrt{x}$. **D.** $y=\frac{1}{3x}$.

Lời giải

Chọn A

Do $y=\frac{1}{2^{-x}}=2^x$

» Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_3(x+3)$.

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $D=[-3;+\infty)$. **C.** $D=(-3;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\log_3(x+3)$ xác định khi và chỉ khi $x+3>0 \Leftrightarrow x>-3$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\log_3(x+3)$ là $D=(-3;+\infty)$.

» Câu 3. Tìm tập giá trị của hàm số $y=3^x$ trên đoạn $[-1;3]$.

A. $\left(\frac{1}{3};27\right)$. **B.** $\left[\frac{1}{3};27\right]$. **C.** $\left[\frac{1}{3};27\right)$. **D.** $[3;27)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $\forall x\in[-1;3]$ ta luôn có $3^{-1}\le x\le 3^3$.

Do đó tập giá trị của hàm số $y=3^x$ trên đoạn $[-1;3]$ là $\left[\frac{1}{3};27\right]$.

Hàm số $y=\log_b x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ nên $0<b<1$.

» Câu 4. Tìm tập giá trị của hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\left(\frac{1}{2};8\right)$. **B.** $\left[\frac{1}{8};\frac{1}{2}\right]$. **C.** $\left[\frac{1}{3};8\right)$. **D.** $\left[\frac{1}{8};2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ nên $\forall x\in[1;3]$ ta luôn có $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \le x \le \left(\frac{1}{2}\right)^1$.

Do đó tập giá trị của hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ trên đoạn $[1;3]$ là $\left[\frac{1}{8};\frac{1}{2}\right]$.

» Câu 5. Tập xác định của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số $y=\log_2 x$ là $x>0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\log_2 x$ là $D=(0;+\infty)$.

» Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=5^x$ là

A. ¡ . **B.** $(0;+\infty)$. **C.** ¡ $\backslash\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $y=5^x$ là ¡

» Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=2^x$ là

A. ¡ . **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** ¡ $\backslash\{0\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số mũ $y=2^x$ xác định với mọi $x\in$ ¡ nên tập xác định là $D=$ ¡ .

» Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x-4>0 \Leftrightarrow x>4$.

Tập xác định: $D=(4;+\infty)$.

» Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log\left[(6-x)(x+2)\right]$?

A. 7. **B.** 8. **C.** Vô số. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $(6-x)(x+2)>0 \Leftrightarrow -2<x<6$.

Mà $x\in ¢ \Rightarrow x\in\{-1;0;1;2;3;4;5\}$

Vậy có 7 số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log\left[(6-x)(x+2)\right]$.

» Câu 10. Tập xác định của hàm số $f(x)=\log_5(30-x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 11. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $30-x^2>0 \Leftrightarrow -\sqrt{30}<x<\sqrt{30}$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-5;-4;-3;...;5\}$.

Vậy có 11 giá trị nguyên x trong tập xác định.

» Câu 11. Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\log_3 x^2$ **B.** $y=\log(x^3)$ **C.** $y=\left(\frac{e}{4}\right)^x$ **D.** $y=\left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

Lời giải

Chọn C

Hàm số mũ $y=a^x$ với $0<a<1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $0<\frac{e}{4}<1$ nên hàm số $y=\left(\frac{e}{4}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

» Câu 12. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây sai?

A. Hàm số $y=\left(\frac{2025}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số $y=\ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số $y=2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\ln(-x)$ TXĐ $D=(-\infty;0)$

Cơ số $a=e>1$ do đó hàm số đồng biết trên $(-\infty;0)$

» Câu 13. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ B. $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$ C. $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$ D. $y=(0,5)^x$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a>1$.

Thấy các số $\frac{1}{\pi};\ \frac{2}{3};\ 0,5$ nhỏ hơn 1, còn $\sqrt{3}$ lớn hơn 1 nên chọn **C**.

» Câu 14. Cho hàm số $y=\log_{\sqrt{5}} x$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

B. Hàm số đã cho có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn B

Ta có tập xác định của hàm số $y=\log_{\sqrt{5}} x$ là $D=(0;+\infty)$. Do đó đáp án B sai.

» Câu 15. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_{\sqrt{3}} x$. **B.** $y=\log_{\frac{p}{6}} x$. **C.** $y=\log_{\frac{e}{3}} x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{4}} x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\log_a x$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ $\Leftrightarrow a>1$

» Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị của hàm số $y=2^x$ và $y=\log_2 x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y=-x$.

B. Đồ thị của hai hàm số $y=e^x$ và $y=\ln x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y=x$.

C. Đồ thị của hai hàm số $y=2^x$ và hàm số $y=\dfrac{1}{2^x}$ đối xứng với nhau qua trục hoành.

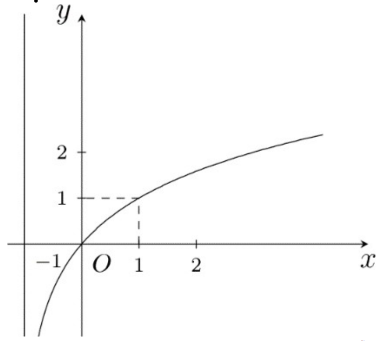
D. Đồ thị của hai hàm số $y=\log_2 x$ và $y=\log_2 \dfrac{1}{x}$ đối xứng với nhau qua trục tung.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_a x$ đối xứng với nhau qua đường phân giác góc
phần tư thứ nhất ($y=x$), suy ra chọn **B.**

» Câu 17. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\log_2 x+1$. **C.** $y=\log_2(x+1)$. **D.** $y=\log_3(x+1)$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;0)$ nên loại đáp án ***A*** và ***B***.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;1)$ nên loại ***D***.

» Câu 18. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực R.

A. $y=\left(\dfrac{p}{3}\right)^x$ **B.** $y=\log_{\frac{p}{4}}(2x^2+1)$ **C.** $y=\left(\dfrac{2}{e}\right)^x$ **D.** $y=\log_{\frac{2}{3}} x$

Lời giải

Chọn C

Vì $\frac{2}{e}<1$ nên $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên R.

» Câu 19. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\log_{\sqrt{3}} x$ **B.** $y=\log_2\left(\sqrt{x}+1\right)$ **C.** $y=\log_{\frac{p}{4}} x$ **D.** $y=\left(\frac{p}{3}\right)^x$

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=\log_{\frac{p}{4}} x$ có tập xác định: $D=(0;+\infty)$.

Nhận thấy cơ số $\frac{p}{4}<1$ nên $y=\log_{\frac{p}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

» Câu 20. Tìm tập xác định của hàm số: $y=2^{\sqrt{x}}+\log(3-x)$

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $[0;3)$.

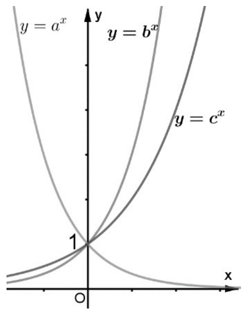
Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định:

$\begin{cases} x\ge 0 \\ 3-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x<3 \end{cases} \Rightarrow D=[0;3)$

» Câu 21. Cho ba số thực dương a,b,c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=c^x$ được cho trong hình vẽ bên



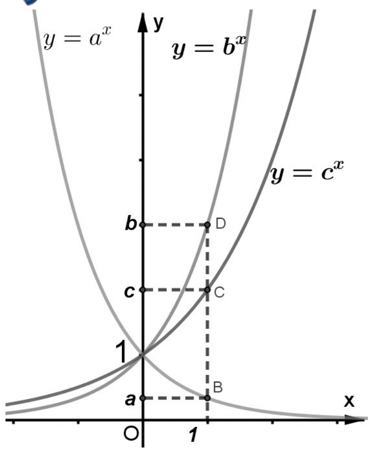
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b<c<a$ **B.** $c<a<b$ **C.** $a<b<c$ **D.** $a<c<b$

Lời giải

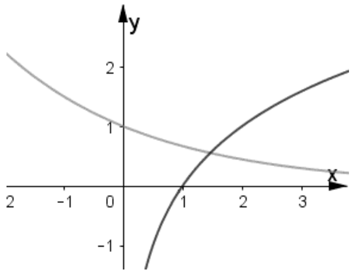
Chọn D

Đường thẳng $x=1$ đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=c^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là $y=a, y=b, y=c$ như hình vẽ:



Từ đồ thị kết luận $a<c<b$

» Câu 22. Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<a<\frac{1}{2}<b$. **B.** $0<a<1<b$. **C.** $0<b<1<a$. **D.** $0<a<1$, $0<b<\frac{1}{2}$.

Lời giải

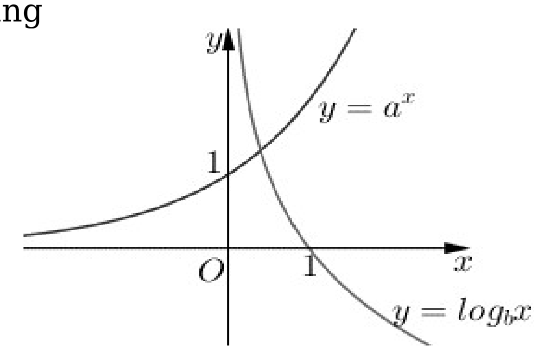
Chọn B

Xét hàm số $y=a^x$ đi qua $(0;1)$ suy ra đồ thị hàm số (1) là đồ thị của hàm nghịch biến nên $0<a<1$.

Xét đồ thị hàm số $y=\log_b x$ đi qua $(1;0)$ suy ra đồ thị của hàm số (2) là đồ thị của hàm đồng biến suy ra $b>1$.

Vậy $0<a<1<b$.

» Câu 23. Cho đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, đâu là khẳng định đúng



A. $0<a<1, 0<b<1$. **B.** $a>1, b>1$.

C. $0<b<1<a$. **D.** $0<a<1<b$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x\to -\infty \Rightarrow y\to 0$ do đó đồ thị hàm số $y=a^x$ có $a>1$.

Nên ta loại đáp án A và **D.**

Ở đồ thị hàm số $y=\log_b x \Leftrightarrow x=b^y$ ta thấy khi $x\to +\infty \Rightarrow y\to -\infty$ do đó ta có $0<b<1$.

» Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\le 2$ **B.** $m>2$ **C.** $m\ge 0$ **D.** $m<0$

Lời giải

Chọn D

Để hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2-2x-m+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \Delta'<0 \Leftrightarrow (-1)^2-1.(-m+1)<0 \Leftrightarrow m<0$.

» Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $0<m<3$ **B.** $m<-1$ hoặc $m>0$

C. $m>0$ **D.** $m=0$

Lời giải

Chọn C

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2-2x+m+1>0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1>0 (ld) \\ \Delta'=1-(1+m)<0 \Leftrightarrow m>0 \end{cases}$.

» Câu 26. Hàm số $y=\ln\left(x^2+mx+1\right)$ xác định với mọi giá trị của x khi.

A. $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$. **B.** $m>2$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $m<2$.

Lời giải

Chọn C

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2+mx+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m^2-4<0 \Leftrightarrow -2<m<2$.

» Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\ln\left(-x^2+mx+2m+1\right)$ xác định với mọi $x\in(1;2)$.

A. $m\ge -\frac{1}{3}$. **B.** $m\ge \frac{3}{4}$. **C.** $m>\frac{3}{4}$. **D.** $m<-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định với mọi $x\in(1;2)$ khi $-x^2+mx+2m+1>0,\forall x\in(1;2)$.

$\Leftrightarrow f(x)=x^2-mx-2m-1<0,\ \forall x\in(1;2)$.

$\Rightarrow f(x)=0$ có 2 nghiệm thỏa mãn $x_1\le 1<2\le x_2$.

$\Rightarrow \begin{cases} f(1)\le 0 \\ f(2)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m\le 0 \\ -4m+3\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge\frac{3}{4}$.

» **Câu 28.** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,4\%/$ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. $102.16.000$ đồng **B.** $102.017.000$ đồng **C.** $102.424.000$ đồng **D.** $102.423.000$ đồng

Lời giải

Chọn C

Ta có $A_n = A_0(1+r)^n = 100.000.000\left(1+\dfrac{0,4}{100}\right)^6 = 102.424.128$

» **Câu 29.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln(x^2-2x+m+1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $0<m<3$. **B.** $m>0$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>0 \end{array}\right.$. **D.** $m=0$

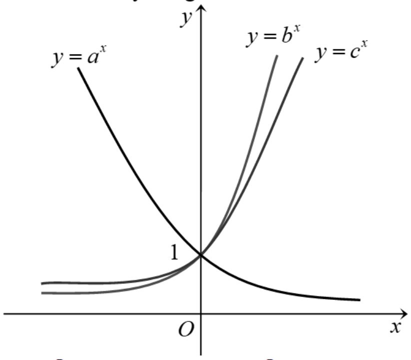
Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\ln(x^2-2x+m+1)$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$x^2-2x+m+1>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 1-m-1<0 \Leftrightarrow m>0$.

» **Câu 30.** Cho ba số thực dương a,b,c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<b<c$. **B.** $a<c<b$. **C.** $b<c<a$. **D.** $c<a<b$.

Lời giải

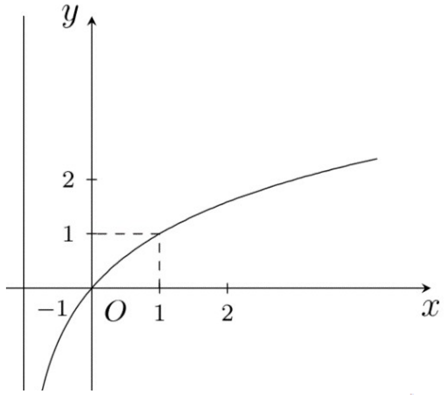
Chọn B

Từ đồ thị suy ra $0<a<1$;

$b>1, c>1$ và $b^x>c^x$ khi $x>0$ nên $b>c$.

Vậy $a<c<b$.

» **Câu 31.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\log_2 x+1$. **C.** $y=\log_2(x+1)$. **D.** $y=\log_3(x+1)$.

Lời giải

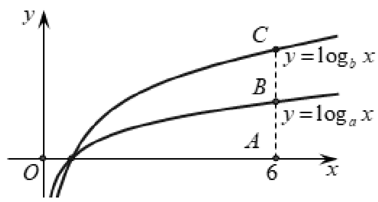
Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;0)$ nên loại phương án $y=\log_3 x$ và $y=\log_2 x+1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;1)$ nên loại phương án $y=\log_3(x+1)$.

Vậy đáp án $y=\log_2(x+1)$ thỏa mãn.

» Câu 32. Cho các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Đường thẳng $x=6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ lần lượt tại A,B và C. Nếu $AC=AB\log_2 3$ thì

A. $b^3=a^2$ **B.** $b^2=a^3$ **C.** $\log_3 b=\log_2 a$ **D.** $\log_2 b=\log_3 a$

Lời giải

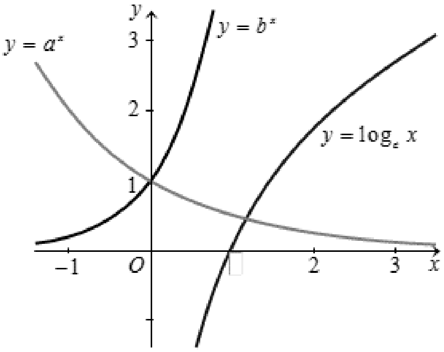
Chọn A

Từ các đồ thị hàm số đã cho trên hình ta có $A(6;0)$, $B(6;\log_a 6)$, $C(6;\log_b 6)$, $AC=y_C-y_A=\log_b 6$, $AB=y_B-y_A=\log_a 6$.

Vậy $AC=AB\log_2 3 \Leftrightarrow \log_b 6=\log_a 6.\log_2 3$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_6 b}=\dfrac{1}{\log_6 a}.\dfrac{\log_6 3}{\log_6 2} \Leftrightarrow \dfrac{\log_6 2}{\log_6 b}=\dfrac{\log_6 3}{\log_6 a} \Leftrightarrow \log_2 b=\log_3 a$.

» Câu 33. Trong hình vẽ bên có đồ thị các hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=\log_c x$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



A. $a<c<b$ **B.** $c<a<b$ **C.** $a<b=c$ **D.** $b<c<a$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có: $0<a<1$.

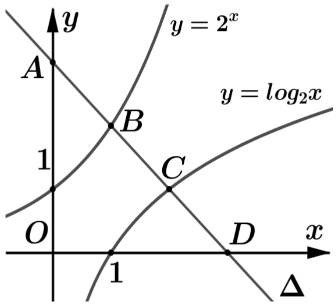
Các hàm số $y=b^x, y=\log_c x$ đồng biến biến trên tập xác định của nó nên ta có: $\begin{cases} b>1 \\ c>1 \end{cases}$.

Xét đồ thị hàm số $y=\log_c x$, ta có: $\log_c 2>1 \Leftrightarrow c<2$.

Xét đồ thị hàm số $y=b^x$, ta có: $b^1>2 \Leftrightarrow b>2$.

Do đó: $0<a<c<b$.

» **Câu 34.** Cho hai hàm số $y=2^x$, $y=\log_2 x$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng Δ cắt trục Oy, đồ thị hàm số $y=2^x$, đồ thị hàm số $y=\log_2 x$ và trục Ox lần lượt tại A, B, C, D thỏa mãn $AB=BC=CD$. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng Δ như thế?



A. Vô số đường thẳng Δ. **B.** 2.
C. 3. **D.** Không có đường thẳng nào.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $A(0;3y_0)$ và $D(3x_0;0)$ $(x_0,y_0>0)$.

Vì $AB=BC=CD$ nên ta có $B(x_0;2y_0); C(2x_0;y_0)$.

Dễ thấy B và C đối xứng với nhau qua đường thẳng $y=x$.

$\longrightarrow y=x$ chính là đường trung trực của đoạn thẳng AD.

Lại do đường thẳng $y=x$ đi qua O nên tam giác OAD là tam giác cân tại O.

$\longrightarrow x_0=y_0$.

Đặt $x_0=c$. Khi đó $A(0;3c), D(3c;0)$.

Đường thẳng Δ đi qua A và D có phương trình $y=-x+3c$.

Ta thấy ứng với mỗi giá trị dương của c ta nhận được 4 điểm A,B,C,D thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Vậy có vô số đường thẳng Δ.

» Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\ln\left(x^2+2mx+3m-2\right)$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m>2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $m<1$. **D.** $m<-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định với mọi $\mathbb{R}$ khi $x^2+2mx+3m-2>0, x\in\mathbb{R}$.

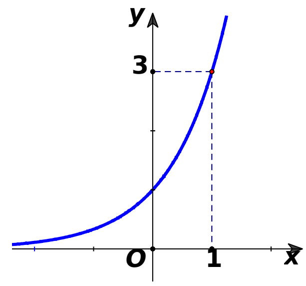
$\Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ m^2-3m+2<0 \end{cases} \Leftrightarrow 1<m<2$.

» Câu 36. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024;2025]$ sao cho hàm số $y=\ln\left(-3^x+3m-2\right)$ xác định trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. 2026. **B.** 2024. **C.** 2020. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B



Hàm số $y=\ln\left(3^x+3m-2\right)$ xác định trên khoảng $(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow -3^x+3m-2>0, \forall x\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3^x<3m-2, \forall x\in(1;+\infty)$

Dựa vào đồ thị hàm số $y=3^x$ ta có

$\Leftrightarrow 3^x<3m-2, \forall x\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3m-2>3 \Leftrightarrow m>\frac{5}{3}$

Mặt khác, $m\in[-2024;2025]$ và $\Rightarrow m\in\{2;...;2024;2025\}$. Có 2024 giá trị nguyên của m.

» Câu 37. Tìm tập giá trị của hàm số $f(x)=2+\log_2 x$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $T=[1;3]$. **B.** $T=[0;2]$. **C.** $T=[3;4]$. **D.** $T=[2;4]$.

Lời giải

Chọn C

$2\le x\le 4 \Leftrightarrow \log_2 2\le\log_2 x\le\log_2 4 \Leftrightarrow 2+\log_2 2\le 2+\log_2 x\le 2+\log_2 4 \Leftrightarrow 3\le f(x)\le 4$.

Vậy $T=[3;4]$.

» Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\log(x^2+2x+11)+m$ có giá trị nhỏ nhất bằng 5.

A. $m=1$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m>1$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn D

$y=\log(x^2+2x+11)+m=\log\left[(x+1)^2+10\right]+m\geq 1+m$

Hàm số $y=\log(x^2+2x+11)+m$ có giá trị nhỏ nhất bằng 5 thì $1+m=5\Leftrightarrow m=4$.

» Câu 39. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_3(x^2-2mx+17)}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

A. 3. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_3(x^2-2mx+17)}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2mx+17>0, \forall x\in\mathbb{R} \\ \log_3(x^2-2mx+17)>0, \forall x\in\mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow x^2-2mx+17>1,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+16>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'<0\Leftrightarrow m^2-16<0\Leftrightarrow -4<m<4$.

Vậy giá trị nguyên lớn nhất của tham số m là 3.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» Câu 40. Cho hàm số $y=a^x$ với $0<a\neq 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y=a^x$ có tập xác định $D=(0;+\infty)$		
(b)	Đồ thị hàm số $y=a^x$ đi qua điểm $(0;1)$.		
(c)	Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $0<a<1$.		
(d)	Hàm số $y=a^x$ có tập giá trị là $(a;+\infty)$ nếu $x>1$ và $a>1$.		

Lời giải

(a) *Hàm số $y=a^x$ có tập xác định $D=(0;+\infty)$.*

Hàm số $y=a^x$ có tập xác định $D=R$.

» Chọn SAI.

(b) *Đồ thị hàm số $y=a^x$ đi qua điểm $(0;1)$.*

Do $x=0 \Rightarrow y=1$, đồ thị hàm số $y=a^x$ là hàm số đi qua điểm $(0;1)$.
» Chọn ĐÚNG.

(c) *Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nếu $0<a<1$.*

Hàm số $y=a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nếu $0<a<1$.
» Chọn SAI.

(d) *Hàm số $y=a^x$ có tập giá trị là $(a;+\infty)$ nếu $x>1$ và $a>1$.*

Nếu $x>1$ và $a>1$ thì $a^x>a^1=a$ do đó hàm số $y=a^x$ có tập giá trị là $(a;+\infty)$.
» Chọn ĐÚNG.

» Câu 41. Cho hàm số $y=2^x$
Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$.		
(b)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$		
(c)	Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;4)$		
(d)	Đồ thị hàm số $y=2^x$ đối xứng với đồ thị $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ qua trục tung.		

Lời giải

(a) *Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$.*

Hàm số $y=2^x$ xác định trên $\mathbb{R}$ do đó hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$
» Chọn ĐÚNG.

(b) *Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$*

Hàm số $y=2^x$ có cơ số $2>1$, do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$
» Chọn SAI.

(c) *Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;4)$*

Thay $A(2;4)$ vào $y=2^x$: $2^2=4=y_A$ do đó Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;4)$
» Chọn ĐÚNG.

(d) *Đồ thị hàm số $y=2^x$ đối xứng với đồ thị $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ qua trục tung.*

Đồ thị hàm số $y=a^x$ đối xứng với đồ thị $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ qua trục tung với $a>0$
» Chọn ĐÚNG.

» Câu 42. Cho hàm số $y=\log_4 x$
Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai

(a)	Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$		
(b)	Hàm số có tập giá trị $T=\mathbb{R}$		
(c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$		
(d)	Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=1$ tại điểm có hoành độ bằng 3		

Lời giải

(a) *Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$*

Hàm số $y=\log_4 x$ xác định trên $(0;+\infty)$ do đó hàm số có tập xác định $D=(0;+\infty)$

» **Chọn** SAI.

(b) *Hàm số có tập giá trị $T=\mathbb{R}$*

Hàm số $y=\log_4 x$ có tập giá trị $T=\mathbb{R}$

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) *Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$*

Hàm số $y=\log_4 x$ xác định trên $(0;+\infty)$ và có cơ số $4>1$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

» **Chọn** SAI.

(d) *Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=1$ tại điểm có hoành độ bằng 3*

Phương trình hoành độ giao điểm: $\log_4 x=1 \Leftrightarrow x=4^1=4$

» **Chọn** SAI.

» Câu 43. Cho các hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ và $y=2^x$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Có hai hàm số mũ.		
(b)	Đồ thị hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ đi qua điểm $M(2;-1)$.		
(c)	Đồ thị hàm số $y=2^x$ đi qua điểm $N(1;-1)$.		
(d)	Hai đồ thị hàm số $y=2^x$ và $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ cắt nhau tại 1 điểm.		

Lời giải

(a) *Có hai hàm số mũ.*

Có một hàm số mũ là $y=2^x$.

» **Chọn** SAI.

(b) *Đồ thị hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ đi qua điểm $M(2;-1)$.*

Khi $x=2$ thì $y=\log_{\frac{1}{2}} 2=-1$ nên đồ thị hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ đi qua điểm $M(2;-1)$.

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Đồ thị hàm số* $y=2^x$ *đi qua điểm* $N(1;-1)$.

Khi $x=1$ thì $y=2^1=2$ nên đồ thị hàm số $y=2^x$ không đi qua điểm $N(1;-1)$.

» Chọn SAI.

(d) *Hai đồ thị hàm số* $y=2^x$ *và* $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ *cắt nhau tại 1 điểm.*

Căn cứ đồ thị, ta thấy hai đồ thị hàm số $y=2^x$ và $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ cắt nhau tại 1 điểm..

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 44. Cho các hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}x$; $y=2^x$; $y=\log_{\sqrt{3}}x$; $y=\log_{0,5}x$ và $y=(0,5)^x$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y=2^x$ có tập giá trị là $(0;+\infty)$.		
(b)	Hàm số $y=\log_{\sqrt{3}}x$ có tập giá trị là ¡ .		
(c)	Có hai hàm số có tập giá trị là ¡ .		
(d)	Có hai hàm số có tập giá trị là $(0;+\infty)$.		

Lời giải

(a) *Hàm số* $y=2^x$ *có tập giá trị là* $(0;+\infty)$.

» Chọn Đúng.

(b) *Hàm số* $y=\log_{\sqrt{3}}x$ *có tập giá trị là* ¡ .

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Có hai hàm số có tập giá trị là* ¡ .

Có ba hàm số có tập giá trị là ¡ là $y=\log_{\frac{1}{2}}x$; $y=\log_{\sqrt{3}}x$; $y=\log_{0,5}x$.

» Chọn SAI.

(d) *Có hai hàm số có tập giá trị là* $(0;+\infty)$.

Có hai hàm số có tập giá trị là $(0;+\infty)$ là $y=2^x$; $y=(0,5)^x$.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 45. Cho các hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}}x$; $y=p^x$; $y=\ln x$; $y=\log_{0,2}x$ và $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ nghịch biến trên ¡ .		

(b)	Hàm số $y=\log_p x$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.		
(c)	Có ba hàm số nghịch biến trên tập xác định.		
(d)	Có hai hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.		

Lời giải

(a) *Hàm số $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ nghịch biến trên ¡ .*

Hàm số $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ có $\frac{1}{\sqrt{2}}<1$ nên nghịch biến trên tập xác định ¡ .

» Chọn Đúng.

(b) *Hàm số $y=\log_p x$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.*

Hàm số $y=\log_p x$ có $p>1$ nên đồng biến trên tập xác định $(0;+\infty)$.

» Chọn SAI.

(c) *Có ba hàm số nghịch biến trên tập xác định.*

Có ba hàm số nghịch biến trên tập xác định là $y=\log_{\frac{1}{3}} x$; $y=\log_{0,2} x$ và $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) *Có hai hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.*

Có một hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là $y=\ln x$.

» Chọn SAI.

» Câu 46. Cho hàm số $y=\log_3(5x-3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.		
(b)	Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$.		
(c)	Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2;7)$.		
(d)	Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]$ là 2		

Lời giải

(a) *Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.*

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 5x-3>0 \Leftrightarrow x>\frac{3}{5}$, do đó hàm số có TXĐ: $D=\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$.

» Chọn SAI.

(b) *Hàm số đồng biến trên* $\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$.

Với $\forall x_1,x_2\in\left(\frac{3}{5};+\infty\right);x_1<x_2\Rightarrow 5x_1-3<5x_2-3\Rightarrow \log_3(5x_1-3)<\log_3(5x_2-3)$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$.

» Chọn ĐÚNG.

(c) *Đồ thị hàm số đi qua điểm* $M(2;7)$.

Với $x=2$ thì $y=\log_3 7$.

Vậy đồ thị hàm số qua điểm $(2;\log_3 7)$ và không đi qua điểm M.

» Chọn SAI.

(d) *Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số* $f(x)$ *trên* $\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]$ *là* 2

Do hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$

Suy ra $\underset{\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]}{Max} f(x)=f\left(\frac{12}{5}\right)=\log_3\left(5.\frac{12}{5}-3\right)=2$ và $\underset{\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]}{Min} f(x)=f\left(\frac{4}{5}\right)=\log_3\left(5.\frac{4}{5}-3\right)=0.$

Vậy $\underset{\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]}{Max} f(x)+\underset{\left[\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right]}{Min} f(x)=2.$

» Chọn ĐÚNG.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\log(x^2-2mx+4)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

Lời giải

✓ Trả lời: 3

Hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2mx+4>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0\\ \Delta'=m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<2.$

Vậy $-2<m<2$ thoả mãn đề bài.

» Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{2m+1-x}}+\log_3\sqrt{x-m}$ xác định trên khoảng $(2;3)$.

Lời giải

✓ Trả lời: 2

Hàm số xác định trên khoảng $(2;3)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases}2m+1-x>0\\ x-m>0\end{cases},\forall x\in(2;3)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x<2m+1\\ x>m\end{cases},\forall x\in(2;3)\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 2\\ 2m+1\ge 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 2\\ m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m\le 2.$

Khi đó có 2 giá trị nguyên.

» Câu 49. Trong vật lí, sự phân rã các chất phóng xạ được cho bởi công thức:

$$m(t)=m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Trong đó, m_0 là khối lượng chất phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t=0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t và T là chu kì bán rã. Hạt nhân Poloni (Po) là chất phóng xạ a có chu kì bán rã 138 ngày. Giả sử lúc đầu có 100 Poloni. Tính khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày theo đơn vị gam (làm tròn kết quả đến phần chục).

Lời giải

✓ Trả lời: 60,5

Khối lượng Poloni còn lại sau 100 ngày là: $m(100)=100\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{100}{138}}\approx 60,5(g)$

» Câu 50. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ còn nhớ bao nhiêu phần trăm danh sách đó sau mỗi tháng. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó được tính theo công thức:

$M(t)=75-20\ln(t+1),\ 0\le t\le 12$ (đơn vị:%)

Đến tháng thứ mấy thì nhóm học sinh đó nhớ được khoảng một nửa danh sách các loài động vật đã xem?

Lời giải

✓ Trả lời: 3

Theo giả thiết, học sinh nhớ được một nửa danh sách các loài vật, tức là

$$M(t)=50(\%)$$

Ta có:

$$50=75-20\ln(t+1)\Leftrightarrow \ln(t+1)=\frac{5}{4}\Leftrightarrow t+1=e^{\frac{5}{4}}\Leftrightarrow t\approx 2,49\ (\text{tháng}).$$

Vậy qua tháng thứ 3 khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh là 50 (%).

» Câu 51. Biết hàm số $y=(9-x^2)^{\frac{1}{5}}+\log_2(x-1)$ xác định trên tập $D=(a;b)$ với $a;b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $S=2(a+b)$

Lời giải

✓ Trả lời: 8

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases}9-x^2>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<x<3\\x>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<3$.

Vậy $D=(1;3)\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}\Rightarrow S=2(a+b)=8$.

» Câu 52. Hàm số $y=2025^{\sqrt{4-x^2}}+\log_2(2x^2-5x+2)$ xác định trên tập D có dạng $\left[-a;\frac{1}{b}\right)$ với $a;b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $T=(a+b)^2$

Lời giải

✓ ***Trả lời: 16***

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} 4-x^2 \ge 0 \\ 2x^2-5x+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<\frac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le x < \frac{1}{2}$.

Vậy $D=\left[-2;\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow T=(a+b)^2=16$.

» Câu 53. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\log_{0,5}\left(mx^2-mx+1\right)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

Lời giải

✓ ***Trả lời: 6***

Hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow mx^2-mx+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$ (*).

Trường hợp 1: $m=0$.

(*) trở thành $1>0, \forall x\in\mathbb{R}$ (đúng) nên $m=0$ thoả mãn.

Trường hợp 2: $m\neq 0$.

(*) tương đương với $\begin{cases} m>0 \\ \Delta=m^2-4m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 0<m<4 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<4$.

Vậy $0\le m<4$ thoả mãn đề bài.

Khi đó $m\in\{0;1;2;3\} \Rightarrow$ Tổng các giá trị nguyên bằng 6

» Câu 54. Dân số thế giới được tính theo công thức $S=A.e^{n.r}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80902400 người và tỉ lệ tăng dân số là $1,47\%$ một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì tối thiểu đến năm bao nhiêu dân của Việt Nam có khoảng 93713000 người?

Lời giải

✓ ***Trả lời: 2015***

Ta có: $S=A\cdot e^{nr} \Leftrightarrow e^{nr}=\frac{S}{A} \Leftrightarrow nr=\ln\frac{S}{A} \Leftrightarrow n=\frac{1}{r}\ln\frac{S}{A}$

với $S=93713700$ người; $A=80902400$ người; $r=\frac{1,47}{100}=0,0147/$ năm.

Suy ra $n=\frac{1}{0,0147}\ln\frac{93713000}{80902400}\approx 10$.

Vậy tối thiểu đến năm 2015 thì dân số của Việt Nam có khoảng 93713000 người.

» Câu 55. Trong một phòng thí nghiệm, người ta nuôi một loại vi khuẩn. Lúc đầu có 300 vi khuẩn. Sau một giờ, số vi khuẩn là 705 con. Giả sử số vi khuẩn tăng lên theo công thức tăng trưởng mũ, số vi khuẩn sau x giờ là $f(x)=C\cdot e^{kx}$. Số lượng vi khuẩn có được sau 5 giờ có dạng $\approx 2ab01,1$ con? Với $a;b$ là các số tự nhiên. Tính $T=a-b$. *Biết số lượng vi khuẩn có được sau 5 giờ được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.*

Lời giải

✓ ***Trả lời: 4***

Lúc đầu có 300 vi khuẩn. Sau một giờ, số vi khuẩn là 705 con.

Ta có $\begin{cases} f(0)=300=C.e^{k.0}=C \\ f(1)=705=C.e^{k.1}=C.e^{k} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C=300 \\ e^{k}=\dfrac{705}{300}=2,35 \end{cases}$.

Vậy $f(x)=300\cdot(2,35)^{x}$.

Số vi khuẩn có được sau 5 giờ là $f(5)=300\cdot(2,35)^{5}\approx 21501,1$ con.

Khi đó $a=1;b=5\Rightarrow T=4$

» Câu 56. Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, và nếu các vật xung quanh có nhiệt độ T_S, thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số: $T(t)=T_S+D_0\cdot e^{-kt}\ (*)$, trong đó, k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M.

Một con gà tây nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^{\circ}F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^{\circ}F$. Nếu nhiệt độ của gà tây là $150^{\circ}F$ sau nửa giờ, thì nhiệt độ của nó sau 60 phút có dạng $120,ab^{\circ}F$, với $a;b$ là các số tự nhiên. Tính $M=b-a$. *Biết kết quả nhiệt độ của gà tây sau 60 phút được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai.*

✍ Lời giải

✓ ***Trả lời: 3***

Ta có $T_S=65$ và độ chênh lệch nhiệt độ là $D_0=195-65=130$

Sau nửa giờ $(t=0,5)$ thì nhiệt độ của gà là $T=150$.

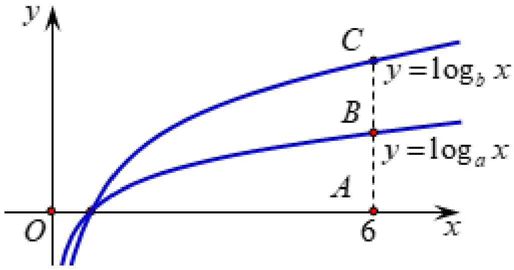
Áp dụng công thức $(*)$: $150=65+130\cdot e^{-k(0,5)}\Leftrightarrow e^{-k}=\left(\dfrac{17}{26}\right)^{2}$.

Vậy $T(t)=65+130\cdot\left(\dfrac{17}{26}\right)^{2t}$.

Suy ra nhiệt độ của gà sau 60 phút $(t=1$ giờ) là $65+130\cdot\left(\dfrac{17}{26}\right)^{2.1}\approx 120,58^{\circ}F$.

Khi đó $a=5;b=8\Rightarrow T=3$

» Câu 57. Cho các hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Đường thẳng $x=6$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ lần lượt tại A,B và C. Biểu thức liên hệ giữa a và b có dạng $b=m^{\log_n a}$, với $m;n$ là các số tự nhiên và biết $AC=AB\log_2 3$. Tính giá trị $T=2^m+2^n$

✍ ***Lời giải***

✓ ***Trả lời: 12***

Từ các đồ thị hàm số đã cho trên hình ta có $A(6;0)$, $B(6;\log_a 6)$, $C(6;\log_b 6)$, $AC = y_C - y_A = \log_b 6$, $AB = y_B - y_A = \log_a 6$.

Vậy $AC = AB\log_2 3 \Leftrightarrow \log_b 6 = \log_a 6.\log_2 3$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_6 b} = \dfrac{1}{\log_6 a}.\dfrac{\log_6 3}{\log_6 2} \Leftrightarrow \dfrac{\log_6 2}{\log_6 b} = \dfrac{\log_6 3}{\log_6 a} \Leftrightarrow \log_2 b = \log_3 a \Leftrightarrow b = 2^{\log_3 a}$.

Khi đó $\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow T = 2^2 + 2^3 = 12$

» Câu 58. Cô Nga gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Nga không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Do tham gia bảo hiểm nhân thọ nên hàng năm cô Nga phải đóng phí là 20 triệu đồng. Cô dự kiến sau khi gửi tiền được một năm thì bắt đầu hàng năm sẽ rút 20 triệu đồng từ tiền gốc và lãi thu được để đóng bảo hiểm, số tiền còn lại thì cô tiếp tục gửi ngân hàng (giả sử quy định về lãi suất tiền gửi không thay đổi). Hỏi sau 6 năm kể từ lúc thực hiện kế hoạch, cô Nga còn lại bao nhiêu tiền trong tài khoản ngân hàng? (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng)

✍ ***Lời giải***

✓ ***Trả lời: 2,3***

Sau một năm gửi ngân hàng, số tiền thu được là $x = 100.1,06$ (triệu đồng).
Rút 20 triệu để đóng bảo hiểm nên số tiền còn lại để gửi ngân hàng:
$x_1 = 100.1,06 - 20$.

Sau năm thứ hai, tiền thu được ***trừ đi*** 20 triệu đóng bảo hiểm thì còn lại tiền gửi ngân hàng là $x_2 = x_1.1,06 - 20 = (100.1,06 - 20).1,06 - 20 = 100.1,06^2 - 20.1,06 - 20$.
Tiếp tục như vậy, sau n năm, ta có số tiền còn lại trong ngân hàn là

$$x_n = 100.1,06^n - 20.(1,06^{n-1} + 1,06^{n-2} + ... + 1,06 + 1) = 100.1,06^n - 20.\frac{1 - 1,06^n}{1 - 1,06}.$$

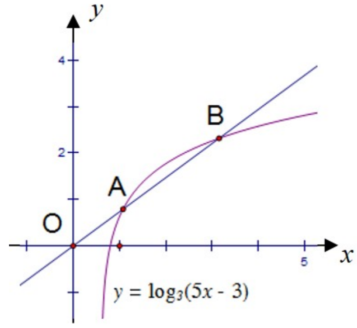
Với $n = 6$, có $x_6 = 100.1,06^6 - 20.\dfrac{1 - 1,06^6}{1 - 1,06} \approx 2,3$.
Tức là sau 6 năm thực hiện kế hoạch thì số tiền còn lại là 2,3 triệu đồng.

» Câu 59. Cho hàm số $y = \log_3(5x - 3)$. Giả sử A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị của hàm số $y = \log_3(5x - 3)$ sao cho A là trung điểm của đoạn OB. Khi đó, AB có độ dài bằng $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với b là số nguyên tố. Tính $a - b^2$.

✍ ***Lời giải***

✓ ***Trả lời: 36***

Ta có:



Gọi $A\left(x_1, \log_3(5x_1-3)\right)$. Vì A là trung điểm OB nên $B\left(2x_1; 2\log_3(5x_1-3)\right)$.

Vì B thuộc đồ thị của hàm số $y=\log_3(5x-3)$ nên

$$2\log_3(5x_1-3)=\log_3(10x_1-3)\Leftrightarrow \begin{cases}5x_1-3>0\\10x_1-3>0\\(5x_1-3)^2=10x_1-3\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}5x_1-3>0\\ \left[\begin{array}{l}x_1=\frac{6}{5}\\x_1=\frac{2}{5}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x_1=\frac{6}{5}.$$

Vì thế $A\left(\frac{6}{5};1\right), B\left(\frac{12}{5};2\right)\Rightarrow AB=\frac{\sqrt{61}}{5}\Rightarrow \begin{cases}a=61\\b=5\end{cases}\Rightarrow a-b^2=61-5^2=36$.

» Câu 60. Cho hàm số $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ là nửa khoảng $[a;b)$, với $(b-a)$ lớn nhất. Tìm $T=b-a$ (làm tròn đến một chữ số thập phân) .

Lời giải

✓ ***Trả lời: 1,5***

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Ta có $y'=\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}\cdot\frac{m^2-1}{(x+m)^2}\cdot\ln\left(\frac{1}{5}\right)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)\Leftrightarrow y'>0, \forall x\in\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-1<0\\-m\notin\left(\frac{1}{2};+\infty\right)\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}-1<m<1\\-m\le\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}-1<m<1\\m\ge-\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m<1$$

. Vậy $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$.

$T=b-a=1-\left(-\frac{1}{2}\right)=1,5$.

» Câu 61. Gọi a,b là các số thực lớn hơn 1 sao cho biểu thức $T=(\log_{a^2}b)^3+6\log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $P=\log_{\sqrt{a}}\sqrt[3]{ab}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

✓ ***Trả lời: 2***

Ta có $T=(\log_{a^2} b)^3+6\log_b a=\frac{1}{8}(\log_a b)^3+\frac{6}{\log_a b}$.

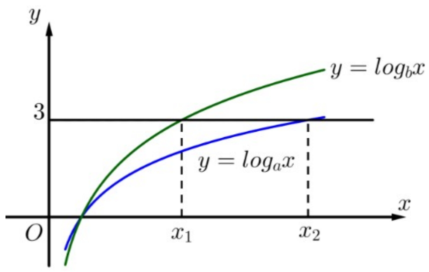
Đặt $x=\log_a b$ (do $a;b>1\Rightarrow x>0$)

Khi đó $T=\frac{1}{8}x^3+\frac{6}{x},\ (x>0)$. Ta có $T=\frac{1}{8}x^3+\frac{6}{x}=\frac{x^3}{8}+\frac{2}{x}+\frac{2}{x}+\frac{2}{x}\ge 4\sqrt[4]{\frac{x^3}{8}.\frac{2}{x}.\frac{2}{x}.\frac{2}{x}}=4$.

Vậy $T=(\log_{a^2} b)^3+6\log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 khi $x=2$, khi đó $\log_a b=2\Leftrightarrow b=a^2$

$P=\log_{\sqrt{a}}\sqrt[3]{ab}=\frac{2}{3}\log_a(a.a^2)=\frac{2}{3}\log_a a^3=2$.

» Câu 62. Hàm số $y=\log_a x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường thẳng $y=3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ x_1, x_2. Biết $x_2=2x_1$, tính $\frac{a^3}{b^3}$?

Lời giải

✓ Trả lời: 2

Từ đồ thị có x_1 là nghiệm của phương trình $\log_b x=3$ nên $\log_b x_1=3\Leftrightarrow x_1=b^3$.

Từ đồ thị có x_2 là nghiệm của phương trình $\log_a x=3$ nên $\log_a x_2=3\Leftrightarrow x_2=a^3$.

Do $x_2=2x_1\Rightarrow a^3=2.b^3\Leftrightarrow\left(\frac{a}{b}\right)^3=2$. Vậy $\frac{a^3}{b^3}=2.$

» Câu 63. Một nguồn âm đẳng hướng phát ra từ điểm O. Mức cường độ âm tại điểm M cách điểm O một khoảng $R(R>0)$ được tính bởi công thức $L_M=\log\frac{k}{R^2}$ (Ben), với $k>0$ là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B lần lượt là $L_A=4,3\text{(Ben)}$ và $L_B=5\text{(Ben)}$. Mức cường độ âm tại trung điểm của AB tính theo Ben bằng bao nhiêu? *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)*

Lời giải

✓ Trả lời: 5,42

Gọi I là trung điểm của đoạn AB.

Ta có $L_A=\log\frac{k}{OA^2}\Rightarrow\frac{k}{OA^2}=10^{L_A}\Rightarrow OA=\frac{\sqrt{k}}{(\sqrt{10})^{L_A}}$;

$$L_B = \log\frac{k}{OB^2} \Rightarrow \frac{k}{OB^2} = 10^{L_B} \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{k}}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_B}};$$

$$L_I = \log\frac{k}{OI^2} \Rightarrow \frac{k}{OI^2} = 10^{L_I} \Rightarrow OI = \frac{\sqrt{k}}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_I}}.$$

Vì $L_B > L_A$ nên $OA > OB$ nên

$$OI = \frac{1}{2}(OA - OB) \Rightarrow \frac{\sqrt{k}}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_I}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{k}}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_A}} - \frac{\sqrt{k}}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_B}}\right) \Rightarrow \frac{1}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_I}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_A}} - \frac{1}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_B}}\right)$$

$$\Rightarrow L_I = -2\log\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_A}} - \frac{1}{\left(\sqrt{10}\right)^{L_B}}\right)\right] \approx 5,42\,(\text{Ben}).$$

---------------------- Hết ----------------------