**HÌNH HOC 12 – CHƯƠNG 2**

**§1. MẶT TRÒN XOAY**

Thời lượng dự kiến: 5 tiết

Facebook GV1 soạn bài và phản biện: Nguyễn Mười

Facebook GV chuẩn hóa: Ngô Văn Toản

**TIẾT 4:**

**BÀI TẬP MẶT NÓN, MẶT TRỤ TRÒN XOAY**

**I. TÓM TẮT KIẾN THỨC VỀ HÌNH NÓN, KHỐI NÓN.**

**1. Hình nón tròn xoay**

☞Hình thành: Cho vuông tại quay quanh trục , ta được mặt nón như hình trên với:.

****

**2. Khối nón tròn xoay**

**-** Khối nón tròn xoay là phần không gian được giới hạn bởi hình nón tròn xoay kể cả hình nón đó.

- Các yếu tố của hình nón cũng là của khối nón tương ứng.

**3. Các yếu tố của hình nón**

Trục của hình nón:

Đường cao: .

Bán kính đáy:

Đường sinh:

Góc ở đỉnh:

Thiết diện qua trục là cân tại

Góc giữa đường sinh và mặt đáy:

**4. Một số công thức.**

Chu vi đáy:

Diện tích đáy:

Thể tích:

*(liên tưởng đến thể tích khối chóp).*

Diện tích xung quanh:

Diện tích toàn phần:

**5. Bài tập trắc nghiệm**

**Dạng 1: Xác định các yếu tố cơ bản của khối nón. Tính diện tích, thể tích.**

**Câu 1.[Mức độ 1]** . Thể tích của khối nón đã cho là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C.**

Thể tích của khối nón đã cho là:

**Câu 2.[Mức độ 1]** .

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là:

**Câu 3.[Mức độ 1]** .

Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Diện tích toàn phần của hình nón đã cho là:

**Câu 4.[Mức độ 1]** .

Chiều cao của hình nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Bán kính của hình nón đã cho là: .

Chiều cao của hình nón đã cho là: .

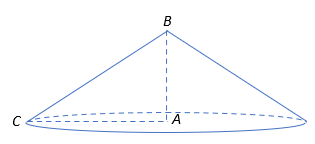
**Câu 5.[Mức độ 2]** Trong không gian, cho tam giác vuông tại . Khi quay tam giác quanh cạnh góc vuông thì đường gấp khúc tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

**Lời giải**

****

Ta có: .

Đường sinh của hình nón đã cho là: .

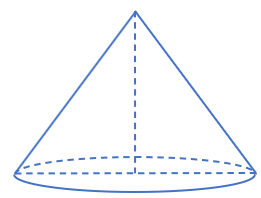
Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: .

**Câu 6.[Mức độ 2]** Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều có cạnh bằng . Thể tích của khối nón được tạo nên bởi hình nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

****

Do thiết diện qua trục của hình nón đã cho là tam giác đều cạnh nên ta có: .

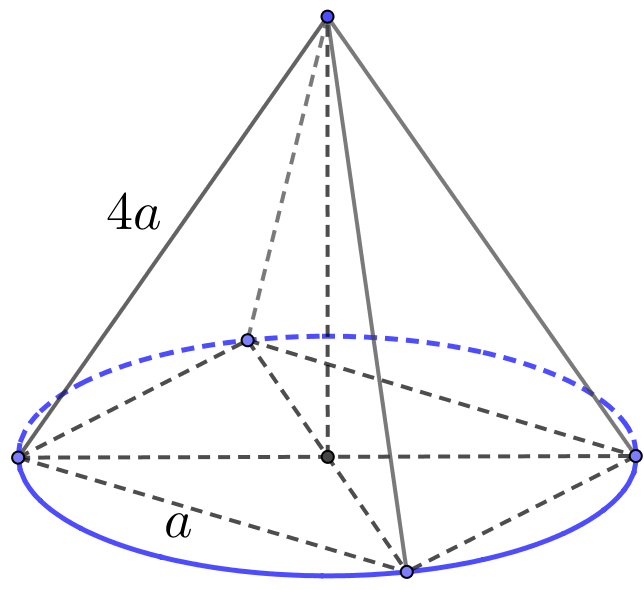
Thể tích của khối nón đã cho là:

**Câu 7.[Mức độ 2]** và cạnh bên bằng . Tính diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và đường tròn đáy ngoại tiếp đáy hình chóp đã cho.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

****

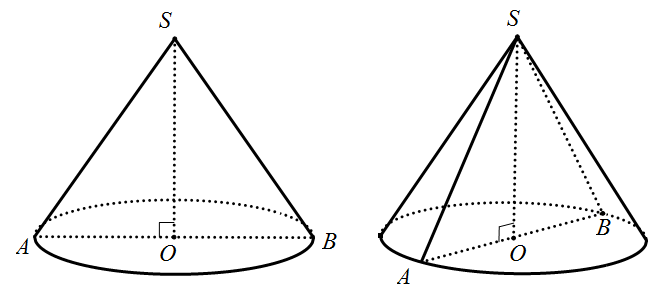
Theo đề bài ta có:

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là:

**Dạng 2: Thiết diện của khối chóp.**

**1⬩TRƯỜNG HỢP 1:** Thiết diện qua trục của hình nón: đi qua trục của hình nón và cắt mặt nón theo 2 đường sinh Thiết diện là tam giác cân.

🗸. *Cách vẽ hình:* trên hình vẽ thiết diện là tam giác .

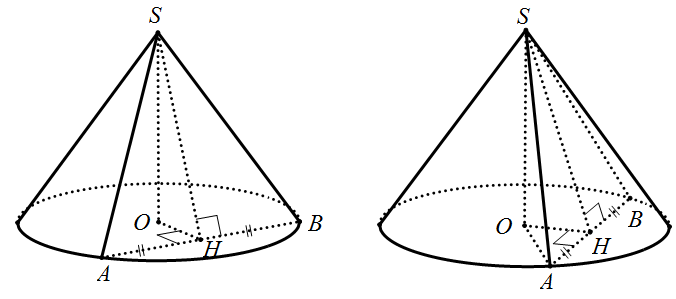
****

**⬩*Thiết diện qua trục của hình nón thông thường hay gặp ở một số dạng như:***

* Thiết diện qua trục là một tam giác vuông.
* Thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân.
* Thiết diện qua trục là một tam giác đều.
* Thiết diện qua trục có góc ở đỉnh bằng số độ cho trước ( hay ).
* …..

**2⬩TRƯỜNG HỢP 2:** Thiết diện qua đỉnh của hình nón: **đi qua đỉnh** của hình nón và cắt mặt nón theo 2 đường sinh Thiết diện cũng là tam giác cân.

**🗸. *Cách vẽ hình:*** trên hình vẽ thiết diện là tam giác .



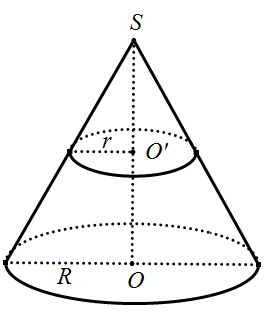
**⬩ Lưu ý:** Khi vẽ thiết diện qua đỉnh, nếu kẻ thì theo tính chất đường kính và dây cung của đường tròn (đường kính vuông góc với dây cung thì đi qua trung điểm của dây cung và ngược lại), thì chính là trung điểm của . Khi đó góc giữa mặt phẳng với đường tròn đáy chính là .

**⬩*Thiết diện qua đỉnh của hình nón thông thường hay gặp ở một số dạng như:***

* Thiết diện qua đỉnh là một tam giác vuông.
* Thiết diện qua đỉnh là một tam giác vuông cân.
* Thiết diện qua đỉnh là một tam giác đều.
* Thiết diện qua đỉnh có góc tạo bởi thiết diện và trục là số cho trước ( hay ).
* Thiết diện qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy tới mặt phẳng chứa thiết diện là .
* Thiết diện là một tam giác cân đồng thời tạo với mặt phẳng đường tròn đáy góc cho trước.
* …

**3⬩TRƯỜNG HỢP 3:** Thiết diện vuông góc với trục của hình nón và song song với đường tròn đáy hình nón: **vuông góc với trục** hình nón giao tuyến là một đường tròn.

**🗸. *Cách vẽ hình:***  trên hình vẽ, thiết diện là đường tròn tâm .



**Câu 1.[Mức độ 2]** Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng . Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

**A.** . **B.** . **C.**. **D.**.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi là đỉnh hình nón, thiết diện qua trục là tam giác .

Ta có , suy ra ; .

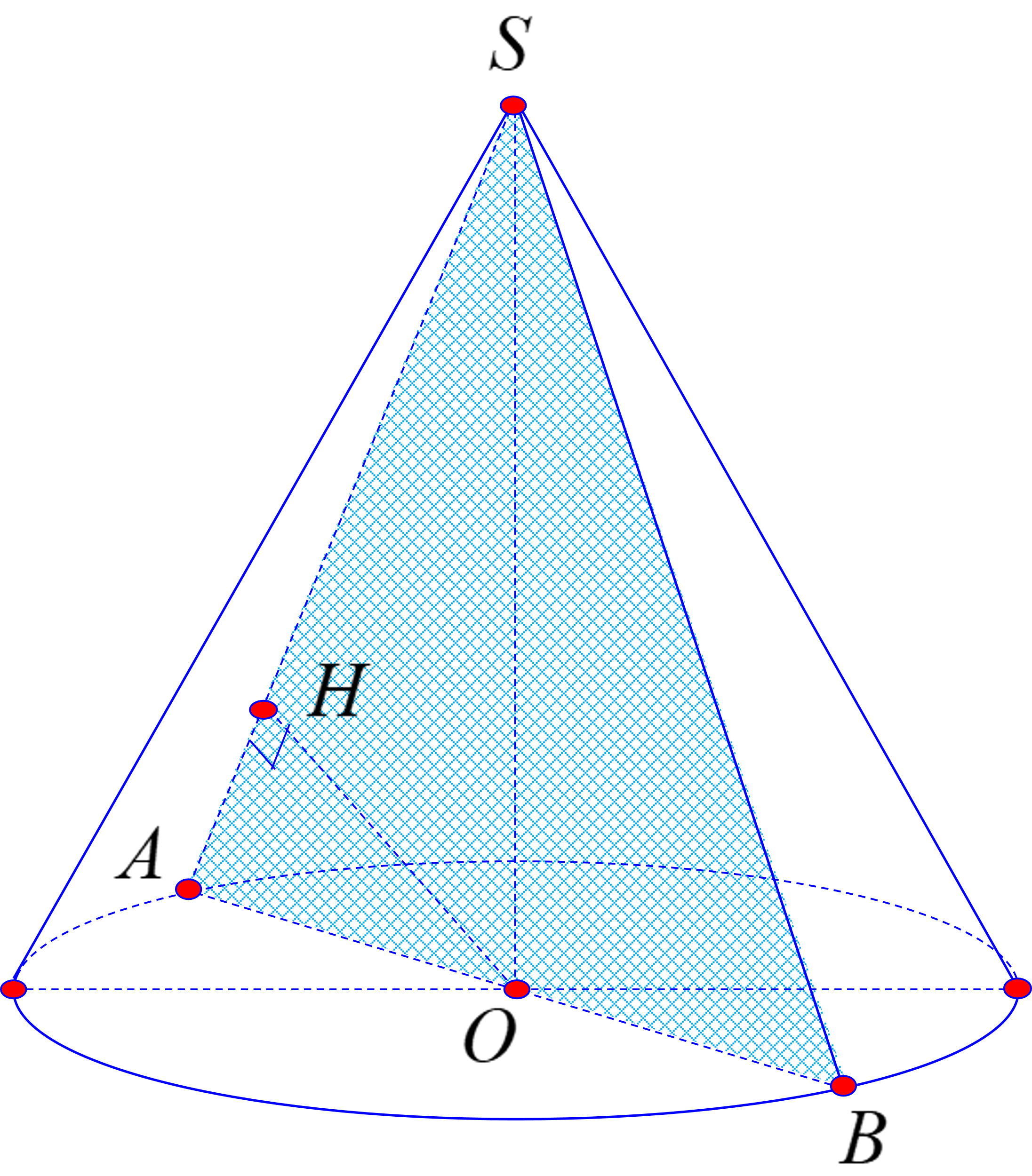
Vậy .

**Câu 2.[Mức độ 2]** Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng và thiết diện qua trục là tam giác đều bằng

**A.**  **B.** **C.****D.**

**Lời giải**

**Chọn D**

****

Giả sử thiết diện qua trục là tam giác đều và là khoảng cách từ tâm mặt đáy đến đường sinh .

Ta có: , và

.

Khi đó diện tích toàn phần của hình nón là

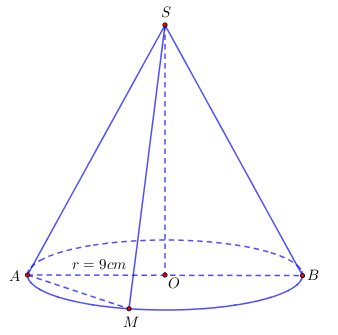
.

**Câu 3.[Mức độ 2]** Cho một khối nón có bán kính đáy là , góc giữa đường sinh và mặt đáy là . Tính diện tích thiết diện của khối nón cắt bởi mặt phẳng đi qua hai đường sinh vuông góc với nhau.

**A.** . **B.** .**C.****D.**.

**Lời giải**

**Chọn D**

****

Mặt phẳng đi qua hai đường sinh vuông góc là và cắt khối nón theo thiết diện là tam giác .

Góc giữa đường sinh và mặt đáy là .

Ta có .

Vì nên tam giác vuông tại .

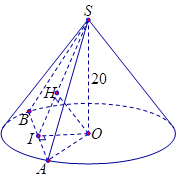
Do đó diện tích tam giác là

**Câu 4.[Mức độ 2]** và bán kính đáy . Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12. Tính diện tích của thiết diện đó.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

****

Giả sử thiết diện là tam giác cân tại .

Gọi là tâm của đường tròn đáy và là trung điểm của , ta có: vuông góc với .

Kẻ vuông góc với tại .

Ta có: vuông góc với .

Khi đó: .

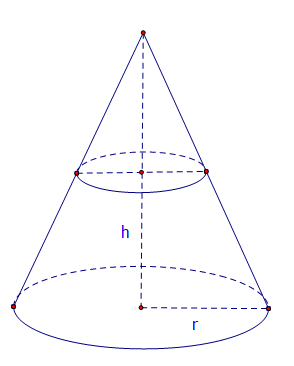
Suy ra:

.

**Câu 5.[Mức độ 3]** Mặt phẳng trung trực của đường cao của một khối nón chia nó ra thành hai khối. Tỉ số thể tích của khối bé chia khối lớn bằng

**A.** . **B. .****C.****D.**

**Lời giải**



Gọi là bán kính đáy của khối nón và là chiều cao của khối nón, khi đó khối nón có thể tích là

Cắt khối nón bằng mặt phẳng trung trực của đường cao thì ta được hai phần, trong đó có một phần là khối nón có thể tích là: .

Vậy tỉ số thể tích của hai phần sau khi bị cắt là: .

**5. Bài tập trắc nghiệm.**

MỨC VẬN DỤNG: NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

**Dạng 1. Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, chiều cao, bán kính đáy, thiết diện**

1. **(Đề** **Minh** **Họa** **2020** **Lần** **1)** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh  và bán kính đáy  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón.

1. **(Mã** **102** **-** **2020** **Lần** **2)** Cho hình nón có bán kính đáy  và độ dài đường sinh . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Có .

1. **(Mã** **101** **-** **2020** **Lần** **2)** Cho hình nón có bán kính đáy  và độ dài đường sinh . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

**A.** . **B.**  **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Ta có diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: .

1. **(Mã** **104** **-** **2020** **Lần** **2)** Cho hình nón có bán kính đáy  và độ dài đường sinh . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

.

1. **(KTNL** **GV** **Thuận** **Thành** **2** **Bắc** **Ninh** **2019)** Gọi  lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh  của hình nón là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

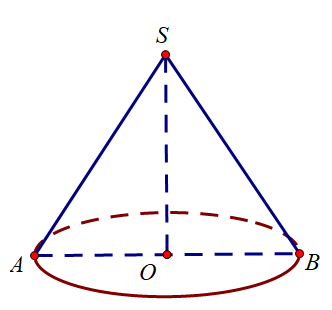
Diện tích xung quanh của hình nón là .

1. **(THPT** **Lê** **Quy** **Đôn** **Điện** **Biên** **2019)** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng  Tính diện tích xung quanh của hình nón.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**



Ta có tam giác  vuông cân tại  có 

Khi đó:   Nên 

1. **(THPT** **Lương** **Thế** **Vinh** **Hà** **Nội** **2019)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng  và độ dài đường sinh bằng . Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**



Ta có: .

1. **(Sở** **Vĩnh** **Phúc** **2019)** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng , bán kính đáy bằng . Tính độ dài đường sinh của hình nón đó

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

.

1. **(THPT** **-** **Yên** **Định** **Thanh** **Hóa** **2019)** Cho khối nón  có thể tích bằng và chiều cao là .Tính bán kính đường tròn đáy của khối nón .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Thể tích của khối nón được tính bởi công thức  (  là bán kính đáy,  là độ dài đường cao của khối chóp).

Theo bài ra:  nên ta có .

Vậy .

1. **(THPT** **Trần** **Nhân** **Tông** **-** **QN** **-2018)** Trong không gian, cho tam giác  vuông tại cân , gọi là trung điểm của , .Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác  xung quanh trục .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**



, 



## **Dạng 2. Thể tích**

1. **(Mã** **103** **-** **2019)** Thể tích của khối nón có chiều cao  và có bán kính đáy  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Thể tích của khối nón có chiều cao  và có bán kính đáy  là .

1. **(Đề** **Tham** **Khảo** **2020** **Lần** **2)** Cho khối nón có chiều cao  và bán kính đáy . Thể tích của khối nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Ta có công thức thể tích khối nón .

1. **(Mã** **101** **-** **2020** **Lần** **1)** Cho khối nón có bán kính đáy  và chiều cao . Thể tích khối nón đã cho bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C.**

Thể tích khối nón 

1. **(Mã** **102** **-** **2020** **Lần** **1)** Cho khối nón có bán kính đáy  và chiều cao . Thể tích của khối nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Thể tích của khối nón đã cho là .

1. **(Mã** **103** **-** **2020** **Lần** **1)** Cho khối nón có bán kính  chiều cao . Thể tích của khối nón đã cho bằng

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Áp dụng công thức thể tích khối nón ta được: .

1. **(Mã** **104** **-** **2020** **Lần** **1)** Cho khối nón có bán kính đáy và chiều cao . Thể tích của khối nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Ta có .

1. **(Mã** **110** **2017)** Cho khối nón có bán kính đáy  và chiều cao . Tính thể tích của khối nón đã cho.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Ta có .

1. **(Mã** **101** **-** **2019)** Thể tích của khối nón có chiều cao  và bán kính đáy  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

Thể tích của khối nón có chiều cao  và bán kính đáy  là: .

1. **(Mã** **104** **2019)** Thể tích khối nón có chiều cao  và bán kính đáy  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Lý thuyết thể tích khối nón.

1. **(Mã** **102** **-** **2019)** Thể tích của khối nón có chiều cao  và bán kính đáy  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**

Thể tích của khối nón có chiều cao  và bán kính đáy  là 

MỨC VẬN DỤNG

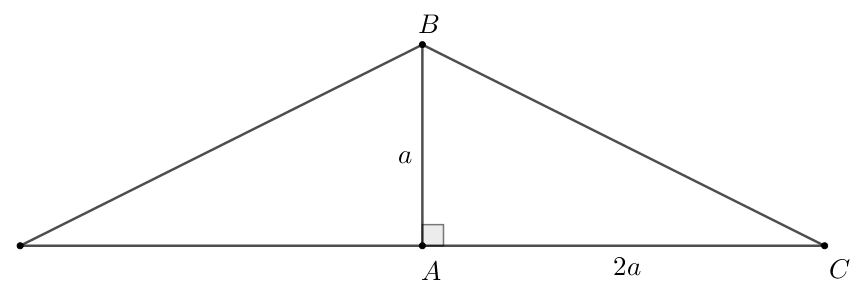
# Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, chiều cao, bán kính đáy, thiết diện

1. **(Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian, cho tam giác  vuông tại ,  và . Khi quay tam giác  quanh cạnh góc vuông  thì đường gấp khúc  tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**



.

Diện tích xung quanh hình nón cần tìm là .

1. **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng  và góc ở đỉnh bằng . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  là đỉnh của hình nón và  là một đường kính của đáy.

Theo bài ra, ta có tam giác  là tam giác đều  .

Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho là .

1. **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

**A. **. **B.** . **C.** . **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có độ dài đường sinh là .

Diện tích xung quanh .

1. **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  là đường sinh,  là bán kính đáy ta có .

Gọi  là góc ở đỉnh. Ta có .

Vậy diện tích xung quanh .

1. **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có Góc ở đỉnh bằng .

Độ dài đường sinh: .

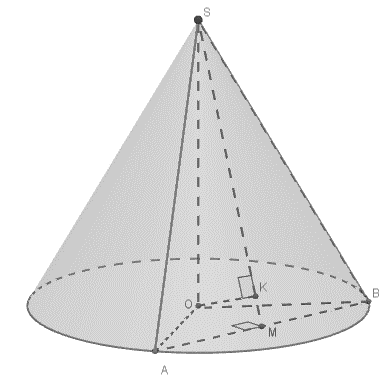
Diện tích xung quanh hình nón: .

1. **(Mã** **123** **2017)** Cho một hình nón có chiều cao  và bán kính đáy . Mặt phẳng  đi qua  cắt đường tròn đáy tại  và  sao cho . Tính khoảng cách  từ tâm của đường tròn đáy đến .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**



Có .

Ta có , gọi  là hình chiếu của  lên  suy ra  là trung điểm , gọi  là hình chiếu của  lên  suy ra .

Ta tính được  suy ra  là tam giác vuông cân tại , suy ra  là trung điểm của  nên 

1. **(KSCL** **THPT** **Nguyễn** **Khuyến** **2019)** Cho hình nón đỉnh , đường cao SO,  và  là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ  đến  bằng  và . Độ dài đường sinh của hình nón theo  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**



Gọi  là trung điểm của  ta có  vì tam giác  cân tại 

Mà  nên   mà  nên từ  dựng  thì 

Xét tam giác  ta có: 

Xét tam giác  ta có: 

Xét tam giác  ta có: 

1. **(THPT** **Cẩm** **Giàng** **2** **2019)** Cho một hình nón có bán kính đáy bằng  và góc ở đỉnh bằng . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **D**



Giả sử hình nón có đỉnh là ,  là tâm của đường tròn đáy và  là một đường kính của đáy.

, .

Độ dài đường sinh là .

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là .

1. **(THPT** **Cẩm** **Giàng** **2** **2019)** Cho đoạn thẳng có độ dài bằng , vẽ tia  về phía điểm  sao cho điểm  luôn cách tia  một đoạn bằng . Gọi  là hình chiếu của  lên tia , khi tam giác  quay quanh trục  thì đường gấp khúc  vẽ thành mặt tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**



Xét tam giác  vuông tại . Ta có 

Xét tam giác vuông tại ,  tại  ta có 

Khi tam giác  quay quanh trục  thì đường gấp khúc  vẽ thành mặt tròn xoay (có diện tích xung quanh là ) là hợp của hai mặt xung quanh của hình nón (N1) và (N2).

Trong đó:

(N1) là hình nón có được do quay tam giác  quanh trục  có diện tích xung quanh là 

(N2) là hình nón có được do quay tam giác  quanh trục  có diện tích xung quanh là 

.

1. **(HSG** **Bắc** **Ninh** **2019)** Cho hình nón có chiều cao , bán kính đáy . Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là . Tính diện tích  của thiết diện đó.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **A**

Giả sử hình nón đỉnh , tâm đáy  và có thiết diện qua đỉnh thỏa mãn yêu cầu bài toán là  (hình vẽ).



Ta có  là đường cao của hình nón. Gọi  là trung điểm của .

Gọi  là hình chiếu của  lên .

Ta chứng minh được .

Xét tam giác vuông  có .

.

Xét tam giác vuông  có   .

Xét tam giác vuông  có   .

Ta có    .

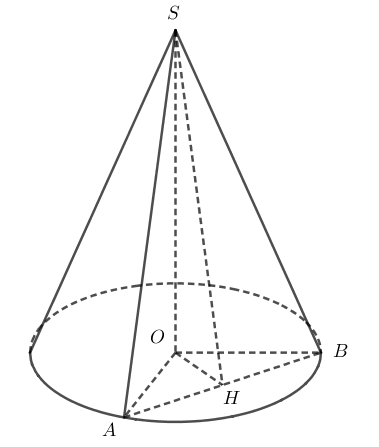
# **Dạng 2. Thể tích**

1. **(Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Cho hình nón có chiều cao bằng . Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Theo giả thiết tam giác  đều,  và .

.

 đều .

Xét  vuông tại , theo định lý Pytago ta có: .

Thể tích hình nón bằng .

1. **(KSCL** **THPT** **Nguyễn** **Khuyến** **2019)** Tính thể tích của hình nón có góc ở đỉnh bằng  và diện tích xung quanh bằng 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

Khối nón có góc ở đỉnh bằng  nên góc tạo bởi đường sinh và đáy bằng 

Vậy ; lại có  nên ; vậy 

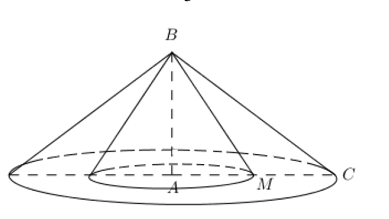
Vậy 

1. **(Chuyên** **Thái** **Nguyên** **2019)** Cho tam giác  vuông tại , cạnh , và là trung điểm của cạnh . Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác  quanh quanh  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**



Khi tam giác  quanh quanh trục thì thể tích khối tròn xoay tạo thành là hiệu của thể tích khối nón có đường cao , đường sinh  và khối nón có đường cao , đường sinh . Nên . Đáp án C

1. **(Chuyên** **Lê** **Quý** **Đôn** **Điện** **Biên** **2019)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng cm, góc ở đỉnh bằng . Tính thể tích của khối nón đó.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**



Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục, ta được thiết diện là tam giác  cân tại đỉnh  của hình nón.

Do góc ở đỉnh của hình nón là , suy ra . Bán kính đáy cm.

Xét  vuông tại , ta có  cm.

Thể tích của khối nón: .

1. **(Việt** **Đức** **Hà** **Nội** **2019)** Cho tam giác  vuông tại , . Gọi  là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác  quanh cạnh  và  là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác  quanh cạnh . Khi đó, tỷ số  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **B**

l

A

C

B

h=6

r=8

l

A

B

C

h=8

r=6=

Ta có công thức tính thể tích khối nón có chiều cao  và bán kính  là 

+ Khi quay tam giác  quanh cạnh  thì:

 và  thì 

+ Khi quay tam giác  quanh cạnh  thì:

 và  thì 

Vậy:  đáp án B.