**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO DIỄN CHÂU**

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 9**

**NĂM HỌC 2023 - 2024**

**Môn**: **Toán –** *(Thời gian làm bài 150 phút)*

**Bài 1.** *(5,0 điểm)*

1) Cho biểu thức  với 

Thu gọn M và tìm giá trị nhỏ nhất của M.

2) Cho a, b, c là các số nguyên khác 0 thỏa mãn: 

Chứng minh rằng:  có ít nhất 2 ước là số nguyên tố.

**Bài 2.** *(3,0 điểm)*

1) Cho đa thức P(x) với hệ số thực thỏa mãn P(1) = 2 và P(-1) = 4. Tìm đa thức dư trong phép chia đa thức P(x) cho đa thức x2 – 1

2) Tìm các số nguyên tố p, q sao cho: p2 – q2 – 12 = p – 7q.

**Bài 3.** *(4,0 điểm)* Giải các phương trình:

a)  = x2 – 9x + 28

b) 

**Bài 4.** *(2,0 điểm)* Cho x, y, z là các số thực dương thoả mãn:.

Chứng minh rằng: 



**Bài 5.** *(6,0 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao AD, BI, CK cắt nhau tại H. Trên đoạn BH lấy các điểm P sao cho .

a) Chứng minh rằng: 

b) Chứng minh rằng: 

c) Qua H kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại M và N. Gọi O là giao điểm các đường trung trực của tam giác AMN. Giả sử . Chứng minh rằng: 3 điểm K, I, O thẳng hàng.

*-----------Hết----------*

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 9**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Bài*** | ***Ý*** | ***Nội dung trình bày*** | ***Điểm*** |
| **1.**  (5đ) | 1)  *(3,0đ)* | Với      Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho  ta có    Dấu “=” xảy ra  hay x = 4 (t/mđk)  Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 4 khi | 0,5  0,5  0,5  0,5  0,5  0,5 |
| 2)  *(2,0đ)* | Vì a + b + c = 0    Vì a, b, c nguyên nên (1)  Lại có: a + b + c = 0 nên trong 3 số a, b, c có 1 số chia hết cho 2  (2)  Từ (1) và (2) suy ra  có ít nhất 2 ước nguyên tố là 2 và 3 | 0,25  0,25  0,5  0,25  0,5  0,25 |
| **2.**  (3đ) | 1)  *(1,0đ)* | Đặt  Ta có    Suy ra  Vậy đa thức dư là | 0,25  0,5  0,25 |
| 2)  *(2,0đ)* | Ta có: p2 – q2 – 12 = p – 7q    \* Nếu 2p – 1 = 2q – 7 p + 3 = q , mà p, q là các số nguyên tố  p = 2, q = 5  \* Nếu 2p – 1 = 7 – 2q p + q = 4 mà p, q là các số nguyên tố  p = q = 2 | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| **3.**  (4đ) | a)  *(2,0đ)* | Điều kiện  4 = x2 – 9x + 28  (  Giải ra ta có x = 5  Vậy  là nghiệm của phương trình đã cho. | 0,25  0,5  0,25  0,25  0,5  0,25 |
| b)  *(2,0đ)* | Điều kiện      Giải (1) và (2) đều tìm được x = 1 (t/m)  Vậy x = 1 là nghiệm của phương trình | 0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,5  0,25 |
| **4.**  *(2,0 đ)* | | Cho x, y, z là các số thực dương thoả mãn:.  Chứng minh rằng: | |
| Ta đặt (ĐK: )    Do đó    (\*)  Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 2 số dương      Do đó:    Vậy BĐT(\*) luôn đúng  Dấu = xảy ra khi x = y = z = 4 | 0,25  0,25  0,25  0,5  0,5  0,25 |
|  | Hình vẽ: | | |
| **5.**  *(6,0 đ)* | a) Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác vuông APC ta có:  AP2 = AI.AC  Có ΔABI ΔACK (g.g)  ⇒  ⇒ AP2 = AK.AB  ⇒ ΔABP ΔAPK (g.g) ⇒ | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| b) Gọi S,  là diện tích các tam giác ABC, ABH, ACH, BCH  ΔABC có các đường cao BK, CI cắt nhau tại H  Chứng minh được:    Dấu bằng xảy ra khi ΔABC đều | 0,25  0,5  0,5  0,5  0,25 |
| c)    Trên tia AO lấy F sao cho O là trung điểm của AF  Ta có: AH2 = 2.AO2 = AO.AF mà AH2 = AK.AM  ⇒ AK.AM = AO.AF    ⇒ ΔAOK ΔAMF (c.g.c)  mà  Tương tự  Suy ra 3 điểm K, O, I thẳng hàng | 0,5  0,5  0,5  0,5 |