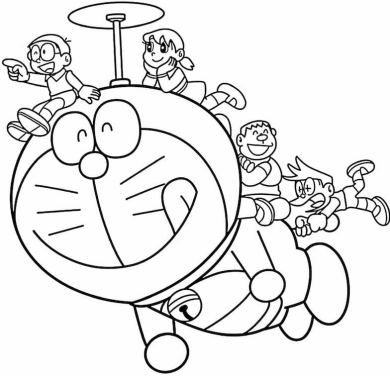


▮ BÀI GIẢNG 4 : TÌM QUỸ TÍCH VECTO



LÝ THUYẾT



✎ Memorize :

✎ Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 151: Cho 2 điểm cố định A, B. Tìm tập hợp các điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}$

✎ Lời giải :

Câu 152: Cho 2 điểm cố định A, B . Tìm tập hợp các điểm M sao cho

$$|2\overline{MA} + \overline{MB}| = |\overline{MA} + 2\overline{MB}|$$

 **Lời giải :**

Câu 153: Cho tam giác ABC và đường thẳng d không có điểm chung với bất kì cạnh nào của tam giác. M là điểm thay đổi trên đường thẳng d . Xác định vị trí của M sao cho biểu thức $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

 **Lời giải :**

Câu 154: Cho tam giác ABC :

a) Tìm điểm K thỏa mãn $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC} = \vec{0}$

b) Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$.

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 155: Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm M trong mỗi trường hợp sau:

a) $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

c) $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$.

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow B \equiv A$ trái với giả thiết.

Vậy không có điểm M thoả mãn.

b) Ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow M$ là trọng tâm tam giác ABC .

c) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC ta được:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}; \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MJ}$$

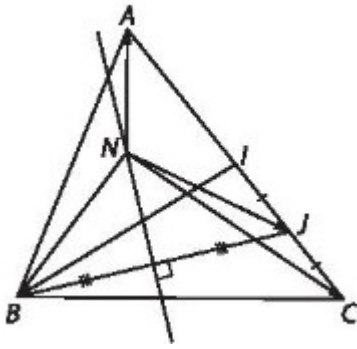
Nên $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{MJ}| \Leftrightarrow MI = MJ$

Như vậy M cách đều 2 điểm cố định I, J nên tập hợp các điểm M thoả điều kiện đề Câu là đường trung trực của IJ .

Câu 156: Cho tam giác ABC . Tìm điểm N sao cho $|\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC}| = 4|\overrightarrow{NB}|$.

Lời giải

Gọi J là trung điểm của IC



Khi đó $\vec{JA} = 3\vec{JC}$ và do đó $\vec{JA} = -3\vec{JC}$.

Từ đó suy ra

$$\vec{NA} + 3\vec{NC} = (\vec{NJ} + \vec{JA}) + 3(\vec{NJ} + \vec{JC}) = 4\vec{NJ}.$$

$$\text{Do đó: } |\vec{NA} + 3\vec{NC}| = 4|\vec{NJ}| \Leftrightarrow 4|\vec{NJ}| = 4|\vec{NB}| \Leftrightarrow |\vec{NJ}| = |\vec{NB}|,$$

tức là N thuộc trung trực của đoạn JB .

Vậy tập hợp các điểm N cần tìm là đường trung trực của đoạn JB .

Câu 157: Cho tam giác ABC .

a) Tìm điểm K thỏa mãn $\vec{KA} + 2\vec{KB} + 3\vec{KC} = \vec{0}$.

b) Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}| = |\vec{MB} - \vec{MC}|$.

Lời giải

a) Giả sử tìm được điểm K thỏa mãn $\vec{KA} + 2\vec{KB} + 3\vec{KC} = \vec{0}$.

Gọi I là trung điểm của AC , gọi J là trung điểm của BC . Khi đó

$$\vec{KA} + 2\vec{KB} + 3\vec{KC} = (\vec{KA} + \vec{KC}) + 2(\vec{KB} + \vec{KC}) = 2\vec{KI} + 4\vec{KJ} \quad (1)$$

Lấy điểm L thuộc đoạn IJ sao cho $LI = 2LJ$. Khi đó, theo kết quả Ví dụ 2, ta được $\vec{LI} + 2\vec{LJ} = \vec{0}$. Suy ra $\vec{KI} + 2\vec{KJ} = 3\vec{KL}$. Từ đó và (1) suy ra $\vec{KA} + 2\vec{KB} + 3\vec{KC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(\vec{KI} + 2\vec{KJ}) = \vec{0} \Leftrightarrow 6\vec{KL} = \vec{0}$, điều này tương đương với $K \equiv L$.

b) Với mỗi điểm M ta có $|\vec{MB} - \vec{MC}| = |\vec{BC}|$. (2)

Theo kết quả phần a), $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = 6\vec{ML}$. (3)

Từ (2) và (3) suy ra

$$|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}| = |\vec{MB} - \vec{MC}| \Leftrightarrow 6|\vec{ML}| = |\vec{BC}| \Leftrightarrow LM = \frac{BC}{6}.$$

Từ đó suy ra tập hợp tất cả các điểm M cần tìm là đường tròn tâm L , bán kính bằng $\frac{BC}{6}$.

Câu 158: Cho tam giác ABC .

a) Chứng minh rằng tồn tại duy nhất một điểm I thoả $2\vec{IA} + 3\vec{IB} + 4\vec{IC} = \vec{0}$.

b) Tìm quỹ tích điểm thoả mãn $|2\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |\vec{MB} - \vec{MA}|$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có } 2\vec{IA} + 3\vec{IB} + 4\vec{IC} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 2\vec{IA} + 3(\vec{IA} + \vec{AB}) + 4(\vec{IA} + \vec{AC}) &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 9\vec{IA} + 3\vec{AB} + 4\vec{AC} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow \vec{IA} &= -\frac{3\vec{AB} + 4\vec{AC}}{9} \end{aligned}$$

suy ra I tồn tại và duy nhất.

b) Với I là điểm được xác định ở câu a), ta có

$$2\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC} = 9\vec{MI} + (2\vec{IA} + 3\vec{IB} + 4\vec{IC}) = 9\vec{MI}$$

$$\text{và } \vec{MB} - \vec{MA} = \vec{AB} \text{ nên } |2\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |\vec{MB} - \vec{MA}| \Leftrightarrow |9\vec{MI}| = |\vec{AB}| \Leftrightarrow MI = \frac{AB}{9}.$$

Vậy quỹ tích của M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{9}$.

Câu 159: Cho ΔABC . Tập hợp điểm M thoả mãn $|2\vec{MA} + 3\vec{MB}| = |3\vec{MB} + 2\vec{MC}|$.

Lời giải

Gọi K là điểm thoả $2\vec{KA} + 3\vec{KB} = \vec{0}$, L là điểm thoả mãn $3\vec{LB} + 2\vec{LC} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có: } |2\vec{MA} + 3\vec{MB}| = |3\vec{MB} + 2\vec{MC}| \Leftrightarrow |\vec{MK}| = |\vec{ML}|.$$

Tập hợp điểm M là đường trung trực của đoạn KL .

Câu 160: Cho ΔABC . Tập hợp điểm M thoả mãn $|4\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = |2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}|$

Lời giải

Với I là trung điểm BC . Gọi J là điểm thoả $4\vec{JA} + \vec{JB} + \vec{JC} = \vec{0}$. Ta có:

$$|4\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = |2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}| \Leftrightarrow |6\vec{MJ}| = |2\vec{MA} - 2\vec{MI}| \Leftrightarrow |6\vec{MJ}| = |2\vec{IA}| \Leftrightarrow MJ = \frac{1}{3}IA.$$

Tập hợp điểm M là đường tròn tâm J bán kính $R = \frac{1}{3}IA$.

THỦ THUẬT

- Câu 161:** Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Tập hợp điểm M sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 6$ là:
- A. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . B. Đường tròn tâm G bán kính là 1.
C. Đường tròn tâm G bán kính là 2. D. Đường tròn tâm G bán kính là 6.

Lời giải

Ta có $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG} \Rightarrow 3|\vec{MG}| = 6 \Leftrightarrow |\vec{MG}| = 2$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm G bán kính là 2.

Đáp án C.

- Câu 162:** Cho ΔABC có trọng tâm G . I là trung điểm của BC . Tập hợp điểm M sao cho: $2|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3|\vec{MB} + \vec{MC}|$ là:

- A. đường trung trực của đoạn GI B. đường tròn ngoại tiếp ΔABC
C. đường thẳng GI D. đường trung trực của đoạn AI

Lời giải

Ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}, \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MI} \Rightarrow 2|\vec{3MG}| = 3|\vec{2MI}|$

$\Leftrightarrow |\vec{MG}| = |\vec{MI}| \Rightarrow$ Tập hợp điểm M là trung trực của GI .

Đáp án A.

- Câu 163:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}| = k, k > 0$ là:

- A. đường tròn tâm O bán kính là $\frac{k}{4}$ B. đường tròn đi qua A, B, C, D
C. đường trung trực của AB D. tập rỗng

Lời giải

Đáp án A

$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}| = |\vec{4MO}| = k \Leftrightarrow |\vec{MO}| = \frac{k}{4}$

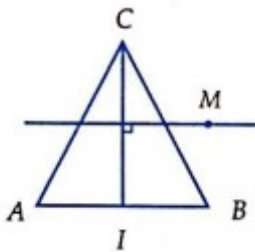
Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính $\frac{k}{4}$

Câu 164: Cho $\triangle ABC$ trọng tâm G . Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm BC, AB, CA . Quỹ tích các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}$ là:

- A. đường tròn tâm I bán kính $\frac{1}{2}JK$ B. đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3}IJ$
 C. đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3}CA$ D. trung trực AC

Lời giải

Đáp án B



Gọi I là trung điểm của AB thì

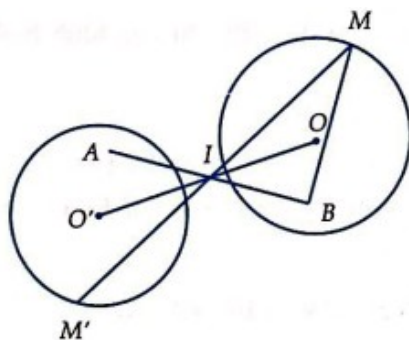
$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \text{Tập hợp điểm } M \text{ là trung trực của } IC$$

Câu 165: Cho đường tròn $(O; R)$ và hai điểm A, B cố định. Với mỗi điểm M ta xác định điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$, lúc đó:

- A. Khi M chạy trên $(O; R)$ thì M' chạy trên đường thẳng AB
 B. Khi M chạy trên $(O; R)$ thì M' chạy trên đường thẳng đối xứng với AB qua O
 C. Khi M chạy trên $(O; R)$ thì M' chạy trên một đường tròn cố định
 D. Khi M chạy trên $(O; R)$ thì M' chạy trên một đường tròn cố định bán kính R

Lời giải

Đáp án D



Gọi I là trung điểm AB

$\Rightarrow I$ là điểm cố định: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow \overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow I$ là trung điểm của MM'

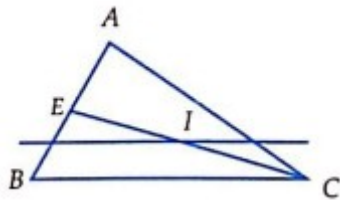
Gọi O' là điểm đối xứng của O qua điểm I thì O' cố định và $MOM'O'$ là hình bình hành

$\Rightarrow OM = OM' = R \Rightarrow M'$ nằm trên đường tròn cố định tâm O' bán kính R .

Câu 166: Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{BC}$ với $k \in \mathbb{R}$
A. là một đoạn thẳng **B.** là một đường thẳng **C.** là một đường tròn
D. là một điểm

Lời giải

Đáp án B



Gọi E là trung điểm của AB , I là trung điểm của EC

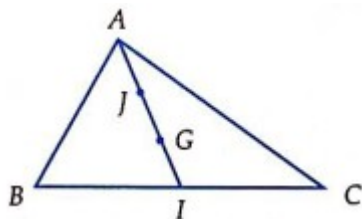
$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{ME} + 2\overrightarrow{MC} = 4\overrightarrow{MI} \Rightarrow \overrightarrow{MI} = \frac{k}{4}\overrightarrow{BC}$$

Do I, B, C cố định nên tập hợp điểm M là một đường thẳng đi qua I và song song với BC .

Câu 167: Cho $\triangle ABC$. Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn: $4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ là:
A. đường thẳng qua A **B.** đường thẳng qua B và C
C. đường tròn **D.** một điểm duy nhất

Lời giải

Đáp án C



$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$$

GT đã cho

$$\Leftrightarrow 3(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MA}) = 2(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MI}) \quad (I \text{ là trung điểm } AB)$$

$$\Leftrightarrow 6|\overrightarrow{MJ}| = 2|\overrightarrow{IA}| \Leftrightarrow MJ = \frac{1}{3}IA \quad (G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC)$$

$$\Leftrightarrow JM = \frac{1}{2}AG \quad (J \text{ là trung điểm của } AG)$$

$$R = \frac{AG}{2}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính

Câu 168: Cho $\triangle ABC$. Tìm quỹ tích điểm M thỏa mãn: $|\overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{3MB} + \overrightarrow{4MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$

A. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{3}$

B. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{4}$

C. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{9}$

D. Quỹ tích điểm M là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{2}$

Lời giải

Đáp án C

Vì A, B, C cố định nên ta chọn điểm I thỏa mãn: $\overrightarrow{2IA} + \overrightarrow{3IB} + \overrightarrow{4IC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA} + 3(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + 4(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC}) = \vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IA} = -3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}}{9}$$

$$\Rightarrow I \text{ duy nhất từ đó } \overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{3MB} + \overrightarrow{4MC} = 9\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{2IA} + \overrightarrow{3IB} + \overrightarrow{4IC}) = 9\overrightarrow{MI} \text{ và } \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{9MI}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow MI = \frac{AB}{9}$$

Từ giả thiết

Câu 169: Cho lục giác đều $ABCDEF$. Tìm tập hợp điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + |\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}|$ nhận giá trị nhỏ nhất.

A. Tập hợp điểm M là một đường thẳng B. Tập hợp điểm M là một đoạn thẳng

C. Tập hợp điểm M là một đường tròn D. Là một điểm

Lời giải

Đáp án B

Gọi P, Q lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$.

$$\Rightarrow |MA + MB + MC| + |MD + ME + MF| = 3|MP| + 3|MQ| \geq 3(MP + MQ) \geq 3PQ$$

Dấu "=" xảy ra khi M thuộc đoạn PQ . Vậy tập hợp điểm M là đoạn thẳng PQ .

Câu 170: Cho $\triangle ABC$ và điểm M thỏa mãn đẳng thức: $|3MA - 2MB + MC| = |MB - MA|$.
Tập hợp điểm M là

A. một đoạn thẳng **B.** nửa đường tròn **C.** một đường tròn **D.** một đường thẳng

Lời giải

Gọi E là trung điểm của $AC \Rightarrow |3MA - 2MB + MC| = |MB - MA|$

$$\Leftrightarrow |2(MA - MB) + MA + MC| = |AB| \Leftrightarrow |2BA + 2ME| = |AB|$$

Gọi I là điểm thỏa mãn $BA = EI$

$$\Leftrightarrow |2(EI + ME)| = |AB| \Leftrightarrow 2|MI| = |AB| \Leftrightarrow MI = \frac{1}{2}AB$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{2}$.

Đáp án C.

Ước mơ mà không kèm theo hành động thì dù hi vọng có cánh cũng không bao giờ bay tới đích.

Đừng nên học và làm bài tập của tớ nếu cậu chả có ước mơ.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>