|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****HẢI DƯƠNG****ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10** **THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI** **NĂM HỌC 2016 - 2017****Môn thi: TOÁN (Chuyên)*****Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề*****(Đề thi gồm có 01 trang)** |

**Câu 1 (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức:  với .

b) Tính giá trị biểu thức  biết:

 , .

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình: .

b) Giải hệ phương trình: 

**Câu 3 (2,0 điểm)**

a) Tìm dạng tổng quát của số nguyên dương *n* biết: *M* = *n*.4*n* + 3*n* chia hết cho 7.

b) Tìm các cặp số (*x*; *y*) nguyên dương thoả mãn: (*x*2 + 4*y*2 + 28)2  17(*x*4 + *y*4) = 238*y*2 + 833.

**Câu 4 (3,0 điểm)** Cho đường tròn tâm *O* đường kính *BC*, *A* là điểm di chuyển trên đường tròn (*O*) (*A* khác *B* và *C*). Kẻ *AH* vuông góc với *BC* tại *H*. *M* là điểm đối xứng của điểm *A* qua điểm *B*.

a) Chứng minh điểm *M* luôn nằm trên một đường tròn cố định.

b) Đường thẳng *MH* cắt (*O*) tại *E* và *F* (*E* nằm giữa *M* và *F*). Gọi *I* là trung điểm của *HC*, đường thẳng *AI* cắt (*O*) tại *G* (*G* khác *A*). Chứng minh: *AF*2 + *FG*2 + *GE*2 + *EA*2 = 2*BC*2.

c) Gọi *P* là hình chiếu vuông góc của *H* lên *AB*. Tìm vị trí của điểm *A* sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *BCP* đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 5 (1,0 điểm)** Cho *a, b, c* là các số thực dương thay đổi thỏa mãn: *a* + *b* + *c* = 1.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : ****

----------------------------Hết----------------------------

Họ và tên thí sinh:....................................................................Số báo danh:........................................

Chữ kí của giám thị 1: .................................................Chữ kí của giám thị 2: ....................................

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****HẢI DƯƠNG** | **ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN****ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN****NĂM HỌC 2016 - 2017** **(Hướng dẫn chấm gồm: 04 trang)** |

**Nếu học sinh có cách làm khác đúng vẫn cho điểm tối đa.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| 1 | a | Rút gọn biểu thức:  với . | **1,00** |
|  |  |  | 0,25 |
| . | 0,25 |
| +) Với  thì  nên *A* = . | 0,25 |
| +) Với  thì   nên *A* = . | 0,25 |
| 1 | b | Tính giá trị biểu thức:  biết: , . | **1,00** |
|  |  | Ta có:  (1).  | 0,25 |
| Tương tự: (2).  | 0,25 |
|  Trừ vế với vế (1) và (2) ta được:   | 0,25 |
|  (x - y)3 + 3(x - y)(xy + 1) =  Vậy P =  | 0,25 |
| 2 | a | Giải phương trình:  (1) | **1,00** |
|  |  |  +) ĐK: PT (1) (x2 - 3x + 3) + 3(x + 1) =  (2) | 0,25 |
| Do x2 - 3x + 3 > 0 nên (2) Đặt  được PT: 1 + 3t2 = 4t 3t2 - 4t + 1 = 0  | 0,25 |
| +) Với t = 1 được PT:  | 0,25 |
| +) Với t =  được PT:  | 0,25 |
| 2 | b | Giải hệ phương trình:  | **1,00** |
|  |  | Ta có: (Do  với mọi y) | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Do  và  nên (3) vô nghiệm. | 0,25 |
| Thay y = - x - 1 vào (2) tìm được nghiệm Với x = 1 y = -2; x = . Vậy hệ có nghiệm (1;-2), . | 0,25 |
| 3 | a | Tìm dạng tổng quát của số nguyên dương *n* biết: *M* = *n*.4*n* + 3*n* chia hết cho 7. | **1,00** |
|  |  | +) *n* = 2*k* (*k* nguyên dương): *M* = 2*k*.42*k* + 32*k* = 2*k*.16*k* + 9*k*. Ta có: 16*k* và 9*k* cùng dư với 2*k* chia 7.  | 0,25 |
|  *M* cùng dư với (2*k*.2*k* + 2*k*) = 2*k*.(2*k* + 1) chia 7(2*k* + 1) chia hết cho 7*k* chia 7 dư 3, hay *k* = 7*q* + 3 *n* = 14*q* + 6 (*q* ). | 0,25 |
| +) *n* = 2*k* + 1 (*k* nguyên dương): *M* = (2*k* + 1).42*k* + 1 + 32*k*+1 = 4(2*k*+1).16*k* + 3.9*k**M* cùng dư với (*k* + 4).2*k* + 3.2*k* = (*k* + 7).2*k* chia 7. | 0,25 |
| *k* chia hết cho 7*k* = 7*p* (*p* ).Vậy *n* = 14*q* + 6 hoặc *n* = 14*p* + 1, với *p* và *q* là các số tự nhiên. | 0,25 |
| 3 | b | Tìm các cặp số (*x*; *y*) nguyên dương thoả mãn: (*x*2 + 4*y*2 + 28)2 - 17(*x*4 + *y*4) = 238*y*2 + 833. | **1,00** |
|  |  | Ta có*:*   | 0,25 |
|  (1) | 0,25 |
| Vì  nên và *.* | 0,25 |
| Do đó từ (1) suy ra: KL: (*x*; *y*)=(2; 3) thoả mãn bài toán. | 0,25 |
| 4 | a | Chứng minh điểm M luôn nằm trên một đường tròn cố định. | **1,00** |
|  |  |  |  |
| Lấy K là điểm đối xứng của O qua B, vì B và O cố định nên K cố định | 0,25 |
| Tứ giác OAKM là hình bình hành nên KM = OA | 0,25 |
|  không đổi. | 0,25 |
| M nằm trên đường tròn tâm K, bán kính . | 0,25 |
| 4 | b | Chứng minh tổng bình phương các cạnh của tứ giác AEGF không đổi. | **1,00** |
|  |  | Xét AHB vàCHA có ==900, =  (cùng phụ với ) AHB đồng dạng CHA. Gọi S là trung điểm của AH, I là trung điểm của HC nên ABS đồng dạng CAI =  | 0,25 |
| Ta lại có BS là đường trung bình của AMH  BS//MH = = Mà + =900+ =900AIMF | 0,25 |
| Xét tứ giác AEGF nội tiếp (O), có AG EFKẻ đường kính AD, do GDAG và EFAG nên EF // GD, do đó tứ giác nội tiếp EFGD là hình thang cânFG = ED AE2 + FG2 = AE2 + ED2 = AD2 = BC2 | 0,25 |
| Tương tự ta chứng minh được: AF2+ EG2 = BC2Vậy AE2+ FG2 +AF2+ EG2 = 2BC2.  | 0,25 |
| 4 | c | Gọi P là hình chiếu vuông góc của H lên AB. Tìm vị trí của điểm A sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BCP đạt giá trị lớn nhất. | **1,00** |
|  |  |  Gọi Q là hình chiếu của H trên AC Tứ giác APHQ là hình chữ nhật (S là tâm) nên tứ giác BPQC nội tiếp. | 0,25 |
| Đường trung trực của các đoạn thẳng PQ, BC, QC cắt nhau tại O’ thì O’ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCP. | 0,25 |
| Có: OO’ // AH vì cùng vuông góc với BC. và O’S//OA nên tứ giác ASO’O là hình bình hành OO’ = AS = Trong trường hợp A nằm chính giữa cung BC thì ta vẫn có: OO’ = AS =  | 0,25 |
| Tam giác OO’C vuông tại O nên O’C = . Do OC không đổi nên O’C lớn nhất khi AH lớn nhất A chính giữa cung BC. | 0,25 |
| 5 |  | Cho *a, b, c* là các số thực dương thay đổi thỏa mãn: *a* + *b* + *c* = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  | **1,00** |
|  |  | Ta có: *a2 + b2 + c2 = (a + b + c)(a2 + b2 + c2)*  *= a3 + b3 + c3 + a2b + b2c + c2a + ab2 + bc2 + ca2* Theo bất đẳng thức Cô si:*a3 + ab2 ≥ 2a2b; b3 + bc2 ≥ 2b2c; c3 + ca2 ≥ 2c2a  a2 + b2 + c2 ≥ 3(a2b + b2c + c2a)*Do đó:  | 0,25 |
| Đặt t = *a*2 + *b*2 + *c*2. Ta luôn có: 3*(a2 + b2 + c2) ≥ (a +b + c)2 =* 1.Do vậy: t ≥ .  | 0,25 |
| Khi đó:  | 0,25 |
| Vậy MinP =  khi *a* = *b* = *c* = . | 0,25 |