

Câu 1. (1,5 điểm). Cho hai hàm số: $y = \frac{x^2}{2}$ và $y = x + 4$ có đồ thị lần lượt là (P) và (D) .

a) Vẽ (P) và (D) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình: $\frac{-x^2}{3} + 9x = 5$. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm nếu có của phương

trình. Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - \frac{x_1 x_2}{4}}$.

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm). Nhằm giúp bà con nông dân các tỉnh Miền Trung khôi phục sản xuất nông nghiệp ổn định cuộc sống sau đợt bão lũ, ngân hàng AGRIBANK cho vay vốn ưu đãi với lãi suất 5% /năm. Bác Hà đã vay 100 triệu đồng làm vốn chăn nuôi gà ta thả vườn. Bác Hà đã nuôi được hai lứa gà trong một năm, lứa thứ nhất bác Hà lãi được 42% so với vốn bỏ ra. Vì thấy công việc chăn nuôi thuận lợi, bác Hà dồn cả vốn lẫn lãi của đợt nuôi lứa gà thứ nhất để đầu tư vào nuôi tiếp lứa gà thứ hai. Sau đợt nuôi thứ hai, nhờ có kinh nghiệm từ lứa thứ nhất bác Hà đã lãi được 50% so với vốn bỏ ra. Hỏi sau một năm, qua hai đợt chăn nuôi gà ta thả vườn, bác Hà lãi được bao nhiêu tiền?

Câu 4. (0,75 điểm). Công ty A thực hiện một cuộc khảo sát để tìm hiểu về mối liên hệ giữa y (sản phẩm) là số lượng sản phẩm bán ra với x (nghìn đồng) là giá bán ra của mỗi sản phẩm và nhận thấy rằng $y = ax + b$ (với a, b là hằng số). Biết rằng: với giá bán là 400 nghìn đồng/sản phẩm thì số lượng sản phẩm bán ra là 1200 sản phẩm; với giá bán là 460 nghìn đồng/sản phẩm thì số lượng sản phẩm bán ra là 1800 sản phẩm.

a) Xác định các hệ số a và b .

b) Bằng phép tính, hãy tính số lượng sản phẩm bán ra với giá bán là 440 nghìn đồng/sản phẩm?

- Câu 5. (0,75 điểm).** Sản lượng của một xí nghiệp trong 3 quý của năm 2020 có kết quả như sau:
 Quý Hai có sản lượng ít hơn 20% so với Quý Một; sản lượng của Quý Ba đạt nhiều hơn 8% so với Quý Một. Như vậy, sản lượng của Quý Ba tăng bao nhiêu phần trăm so với Quý Hai?
- Câu 6. (1,5 điểm).** Xúc xắc hay còn gọi là xí ngẫu là một khối nhỏ hình lập phương được đánh dấu chấm tròn với số lượng từ một đến sáu cho cả sáu mặt. Hai viên xúc xắc hình lập phương được làm bằng gỗ có tổng diện tích toàn phần là $23,52\text{ cm}^2$.



- a) Tính khối lượng của hai viên xúc xắc? Cho biết: khối lượng $m = V.D$, trong đó V là thể tích và khối lượng riêng của gỗ là $D = 0,8\text{ gam} / \text{cm}^3$.
- b) Người ta gieo hai viên xúc xắc trên cùng một lần. Hỏi xác suất để xuất hiện hai mặt giống nhau là bao nhiêu phần trăm? Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.
- Câu 7. (0,5 điểm)** Một xe ô tô chuyển động theo hàm số $S = 30.t + 4.t^2$, trong đó: $S(\text{km}^2)$ là quãng đường xe đi được; t (giờ) là thời gian chuyển động của xe tính từ lúc 7 giờ sáng. Xem như xe chuyển động đều trên một đoạn đường thẳng và không nghỉ.
- a) Hỏi từ lúc 7 giờ 30 phút đến lúc 8 giờ 15 phút xe đã đi được quãng đường dài bao nhiêu km ?
- b) Đến lúc mấy giờ thì xe đi được quãng đường dài 34 km (tính từ lúc 7 giờ sáng)?
- Câu 8. (3 điểm)** Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của (O) (với B, C là tiếp điểm). Vẽ cát tuyến ADE của (O) (với D, E thuộc (O) ; D nằm giữa A và E ; tia AD nằm giữa hai tia AB và AO).
- a) Chứng minh tứ giác $OBAC$ nội tiếp và $AB^2 = AD.AE$.
- b) Gọi H là giao điểm của OA và BC . Chứng minh $BD.CE = BE.CD$ và tứ giác $DEOH$ nội tiếp.
- c) Đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại M và N (M nằm giữa A và O). Chứng minh: $HC^2 = HD.HE$ và $EH.AD = MH.AN$.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm). Cho hai hàm số: $y = \frac{x^2}{2}$ và $y = x + 4$ có đồ thị lần lượt là (P) và (D) .

- Vẽ (P) và (D) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{2}$	8	2	0	2	8

x	-2	0
$y = x + 4$	2	4

- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\frac{x^2}{2} = x + 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay $x = 4$ vào $y = \frac{x^2}{2}$, ta được: $y = \frac{4^2}{2} = 8$.

Thay $x = -2$ vào $y = \frac{x^2}{2}$, ta được: $y = \frac{(-2)^2}{2} = 2$.

Vậy $(4; 8)$, $(-2; 2)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình: $\frac{-x^2}{3} + 9x = 5$. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm nếu có của phương

trình. Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - \frac{x_1 x_2}{4}}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{-x^2}{3} + 9x = 5 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x^2 + 9x - 5 = 0$

Vì $\Delta = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-5) = \frac{223}{3} > 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 27 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 15 \end{cases}$$

Ta có: $A = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - \frac{x_1 x_2}{4}}$

$$A = \sqrt{S^2 - 2P - \frac{P}{4}} = \sqrt{S^2 - \frac{9P}{4}} = \sqrt{27^2 - \frac{9}{4} \cdot 15} = \sqrt{\frac{2781}{4}} = \frac{3}{2} \sqrt{309}.$$

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm). Nhằm giúp bà con nông dân các tỉnh Miền Trung khôi phục sản xuất nông nghiệp ổn định cuộc sống sau đợt bão lũ, ngân hàng AGRIBANK cho vay vốn ưu đãi với lãi suất 5% /năm. Bác Hà đã vay 100 triệu đồng làm vốn chăn nuôi gà ta thả vườn. Bác Hà đã nuôi được hai lứa gà trong một năm, lứa thứ nhất bác Hà lãi được 42% so với vốn bỏ ra. Vì thấy công việc chăn nuôi thuận lợi, bác Hà dồn cả vốn lẫn lãi của đợt nuôi lứa gà thứ nhất để đầu tư vào nuôi tiếp lứa gà thứ hai. Sau đợt nuôi thứ hai, nhờ có kinh nghiệm từ lứa thứ nhất bác Hà đã lãi được 50% so với vốn bỏ ra. Hỏi sau một năm, qua hai đợt chăn nuôi gà ta thả vườn, bác Hà lãi được bao nhiêu tiền?

Lời giải

Tổng số tiền bác Hà thu về khi bán toàn bộ lứa gà thứ nhất: $100(1 + 42\%) = 142$ triệu đồng.

Tổng số tiền bác Hà thu về khi bán toàn bộ lứa gà thứ hai: $142(1 + 50\%) = 213$ triệu đồng.

Tổng số tiền bác Hà phải trả ngân hàng sau một năm thuê tiền là: $100(1 + 5\%) = 105$ triệu đồng

Sau hai đợt nuôi gà, số tiền bác Hà lãi là: $213 - 105 = 108$ triệu đồng.

Câu 4. (0,75 điểm). Công ty A thực hiện một cuộc khảo sát để tìm hiểu về mối liên hệ giữa y (sản phẩm) là số lượng sản phẩm bán ra với x (nghìn đồng) là giá bán ra của mỗi sản phẩm và nhận thấy rằng $y = ax + b$ (với a, b là hằng số). Biết rằng: với giá bán là 400 nghìn đồng/sản

phẩm thì số lượng sản phẩm bán ra là 1200 sản phẩm; với giá bán là 460 nghìn đồng/sản phẩm thì số lượng sản phẩm bán ra là 1800 sản phẩm.

a) Xác định các hệ số a và b .

b) Bằng phép tính, hãy tính số lượng sản phẩm bán ra với giá bán là 440 nghìn đồng/sản phẩm?

Lời giải

a) Xác định các hệ số a và b .

$$\text{Với } \begin{cases} x = 400 \\ y = 1200 \end{cases} \Rightarrow 400a + b = 1200 \quad (1)$$

$$\text{Với } \begin{cases} x = 460 \\ y = 1800 \end{cases} \Rightarrow 460a + b = 1800 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 400a + b = 1200 \\ 460a + b = 1800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = -2800 \end{cases}$$

Vậy $a = 10$, $b = -2800$.

b) Bằng phép tính, hãy tính số lượng sản phẩm bán ra với giá bán là 440 nghìn đồng/sản phẩm?

Với $x = 440$, ta được $y = 10.440 - 2800 = 1600$ sản phẩm.

Vậy với giá 440 nghìn đồng thì cửa hàng bán được 1600 sản phẩm.

Câu 5. (0,75 điểm). Sản lượng của một xí nghiệp trong 3 quý của năm 2020 có kết quả như sau:

Quý Hai có sản lượng ít hơn 20% so với Quý Một; sản lượng của Quý Ba đạt nhiều hơn 8% so với Quý Một. Như vậy, sản lượng của Quý Ba tăng bao nhiêu phần trăm so với Quý Hai?

Lời giải

Gọi x là sản lượng của xí nghiệp trong quý một ($x > 0$).

Suy ra: $x(1 - 20\%) = 0,8x$ là sản lượng của xí nghiệp trong quý hai.

$x(1 + 8\%) = 1,08x$ là sản lượng của xí nghiệp trong quý Ba.

% tăng sản lượng giữa quý Ba và quý Hai là: $\frac{1,08x - 0,8x}{0,8x} \cdot 100\% = 35\%$.

Câu 6. (1,5 điểm). Xúc xắc hay còn gọi là xí ngẫu là một khối nhỏ hình lập phương được đánh dấu chấm tròn với số lượng từ một đến sáu cho cả sáu mặt. Hai viên xúc xắc hình lập phương được làm bằng gỗ có tổng diện tích toàn phần là $23,52 \text{ cm}^2$.



- a) Tính khối lượng của hai viên xúc xắc? Cho biết: khối lượng $m = V.D$, trong đó V là thể tích và khối lượng riêng của gỗ là $D = 0,8 \text{ gam} / \text{cm}^3$.
- b) Người ta gieo hai viên xúc xắc trên cùng một lần. Hỏi xác suất để xuất hiện hai mặt giống nhau là bao nhiêu phần trăm? Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.

Lời giải

- a) Tính khối lượng của hai viên xúc xắc? Cho biết: khối lượng $m = V.D$, trong đó V là thể tích và khối lượng riêng của gỗ là $D = 0,8 \text{ gam} / \text{cm}^3$.

Gọi $x(\text{cm})$ là độ dài cạnh của viên xúc xắc hình lập phương ($x > 0$).

$$\text{Ta có: } S_{tp} = 6x^2 = 23,52 \Leftrightarrow x = \frac{7\sqrt{2}}{5} \text{ cm}.$$

$$\text{Thể tích của viên xúc xắc: } V = x^3 = \left(\frac{7\sqrt{2}}{5}\right)^3 = \frac{686\sqrt{2}}{125} \approx 7,76 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Khối lượng của hai viên xúc xắc: } m = 2.DV = 2.0,8.7,76 = 12,416(\text{gam}).$$

- b) Người ta gieo hai viên xúc xắc trên cùng một lần. Hỏi xác suất để xuất hiện hai mặt giống nhau là bao nhiêu phần trăm? Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.

Vì mỗi con xúc xắc có sáu mặt khác nhau, như vậy có sáu trường hợp thỏa điều kiện hai mặt xuất hiện giống nhau là: $(1;1)$, $(2;2)$, $(3;3)$, $(4;4)$, $(5;5)$, $(6;6)$.

$$\text{Xác suất để gieo hai con xúc xắc cùng một lúc có hai mặt xuất hiện giống nhau là: } \frac{6}{6.6} = \frac{1}{6}.$$

Câu 7. (0,5 điểm) Một xe ô tô chuyển động theo hàm số $S = 30.t + 4.t^2$, trong đó: $S(\text{km}^2)$ là quãng đường xe đi được; t (giờ) là thời gian chuyển động của xe tính từ lúc 7 giờ sáng. Xem như xe chuyển động đều trên một đoạn đường thẳng và không nghỉ.

- a) Hỏi từ lúc 7 giờ 30 phút đến lúc 8 giờ 15 phút xe đã đi được quãng đường dài bao nhiêu km ?
- b) Đến lúc mấy giờ thì xe đi được quãng đường dài 34km (tính từ lúc 7 giờ sáng)?

Lời giải

- a) Hỏi từ lúc 7 giờ 30 phút đến lúc 8 giờ 15 phút xe đã đi được quãng đường dài bao nhiêu km ?

Xét thời điểm gốc là 7 giờ sáng

Tại thời điểm 7 giờ 30 phút, ta có $t = 30$ phút hay $t = 0,5$ giờ nên quãng đường xe ô tô đã đi được: $S = 30.0,5 + 4.0,5^2 = 16 km$.

Tại thời điểm 8 giờ 15 phút, ta có $t = 1$ giờ 15 phút hay $t = 1,25$ giờ nên quãng đường xe ô tô đã đi được: $S = 30.1,25 + 4.1,25^2 = 43,75 km$.

- b) Đến lúc mấy giờ thì xe đi được quãng đường dài $34 km$ (tính từ lúc 7 giờ sáng)?

$$\text{Với } S = 34 km, \text{ ta có: } 4t^2 + 30t = 34 \Leftrightarrow 4t^2 + 30t - 34 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{17}{2} \end{cases}$$

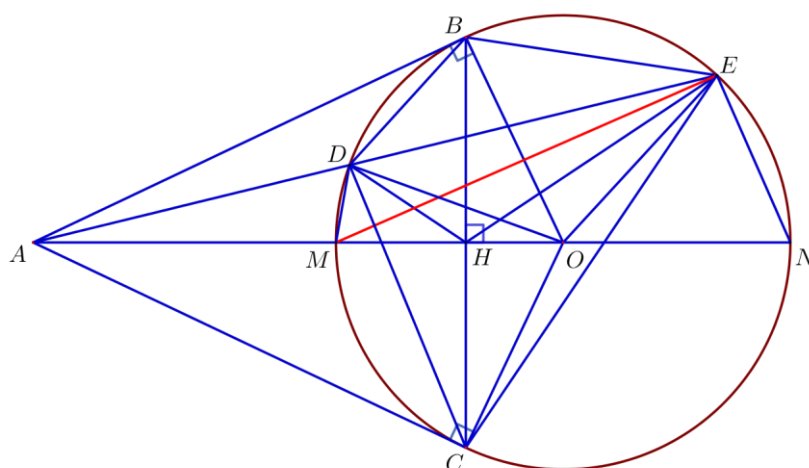
Vì thời gian là giá trị dương nên nhận giá trị $t = 1$.

Vậy đến lúc 8 giờ sáng thì xe đã đi được $34 km$ kể từ lúc 7 giờ sáng.

Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của (O) (với B, C là tiếp điểm). Vẽ cát tuyến ADE của (O) (với D, E thuộc (O) ; D nằm giữa A và E ; tia AD nằm giữa hai tia AB và AO).

- a) Chứng minh tứ giác $OBAC$ nội tiếp và $AB^2 = AD.AE$.
- b) Gọi H là giao điểm của OA và BC . Chứng minh $BD.CE = BE.CD$ và tứ giác $DEOH$ nội tiếp.
- c) Đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại M và N (M nằm giữa A và O). Chứng minh: $HC^2 = HD.HE$ và $EH.AD = MH.AN$.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $OBAC$ nội tiếp và $AB^2 = AD.AE$.

Xét tứ giác $OBAC$, có:

$$\begin{cases} ABO = 90^\circ (AB \perp OB) \\ ACO = 90^\circ (AC \perp OC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ABO + ACO = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $OBAC$ nội tiếp vì có hai góc đối bù nhau.

Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEB$, ta có:

$$\angle ABD = \angle AEB \text{ (góc tạo bởi tt và dây cùng với góc nội tiếp chắn } BD)$$

$\angle BAE$ chung

$$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\Rightarrow AB^2 = AD.AE.$$

b) Gọi H là giao điểm của OA và BC . Chứng minh $BD.CE = BE.CD$ và tứ giác $DEOH$ nội tiếp.

Xét $\triangle ACD$ và $\triangle AEC$, ta có:

$$\angle ACD = \angle AEC \text{ (góc tạo bởi tt và dây cùng với góc nội tiếp chắn } CD)$$

$\angle EAC$ chung

$$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle AEC \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{CD}{EC} \text{ (tỉ số đồng dạng)}$$

$$\text{Mà: } \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{EB} \text{ (} \triangle ABD \sim \triangle AEB \text{)}$$

$$\text{Nên: } \frac{CD}{EC} = \frac{BD}{EB} \text{ (} AB = AC \text{)}$$

$$\Rightarrow CD.EB = BD.EC.$$

Ta có: $AB = AC$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau tại A)

$$\text{Mà: } OB = OC \text{ (} = R_{(O)} \text{)}$$

Nên: AO là đường trung trực của BC

$$\Rightarrow AO \perp BC \text{ tại } H.$$

Xét $\triangle ABO$ vuông tại B có BH là đường cao

Ta có: $AB^2 = AH.AO$

Mà: $AB^2 = AD.AE$ (cmt)

Nên: $AH.AO = AD.AE \Rightarrow \frac{AH}{AE} = \frac{AD}{AO}$.

Xét $\triangle AHD$ và $\triangle AEO$, ta có:

$$\frac{AH}{AE} = \frac{AD}{AO} \text{ (cmt)}$$

$\angle EAO$ chung

$\Rightarrow \triangle AHD \sim \triangle AEO$ (c.g.c)

$\Rightarrow \angle AHD = \angle AEO$ (2 góc tương ứng)

$\Rightarrow$ Tứ giác $DEOH$ nội tiếp vì có góc ngoài bằng góc trong đối diện.

c) Đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại M và N (M nằm giữa A và O). Chứng

minh: $HC^2 = HD.HE$ và $EH.AD = MH.AN$.

Ta có $\angle DEM = \frac{1}{2} \angle DOM$ (góc nt và góc ở tâm cùng chắn DM)

Mà: $\angle DEH = \angle DOM$ (tứ giác $DEOH$ nội tiếp)

Nên: $\angle DEM = \frac{1}{2} \angle DEH$

$\Rightarrow EM$ là phân giác $\angle AEH \Rightarrow \frac{EH}{EA} = \frac{MH}{MA}$ (t/c đường phân giác trong $\triangle AEH$) (1)

Xét $\triangle ADM$ và $\triangle ANE$, ta có:

$\angle ADM = \angle ANE$ (tứ giác $DMNE$ nội tiếp)

$\angle EAM$ chung

$\Rightarrow \triangle ADM \sim \triangle ANE$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AD}{AN} = \frac{AM}{AE}$ (tỉ số đồng dạng) Hay $\frac{AE}{AN} = \frac{AM}{AD}$ (2)

Nhận (1) và (2) theo vế, ta được:

$$\frac{EH}{EA} \cdot \frac{AE}{AN} = \frac{MH}{MA} \cdot \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{EH}{AN} = \frac{MH}{AD} \Rightarrow EH.AD = MH.AN.$$

-----HẾT-----