

TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – MỨC 7-8 ĐIỂM

Dạng 1. Nguyên hàm cơ bản có điều kiện

Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp (với C là hằng số tùy ý)

① $\int 0 dx = C.$	$\longrightarrow \int k dx = kx + C.$
② $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$	$\longrightarrow \int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C.$
③ $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$	$\longrightarrow \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C.$
④ $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C.$	$\longrightarrow \int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C.$
⑤ $\int \sin x dx = -\cos x + C.$	$\longrightarrow \int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C.$
⑥ $\int \cos x dx = \sin x + C.$	$\longrightarrow \int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C.$
⑦ $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$	$\longrightarrow \int \frac{dx}{\sin^2(ax+b)} = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C.$
⑧ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$	$\longrightarrow \int \frac{dx}{\cos^2(ax+b)} = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C.$
⑨ $\int e^x dx = e^x + C.$	$\longrightarrow \int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C.$
⑩ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C.$	$\longrightarrow \int a^{\alpha x+\beta} dx = \frac{1}{\alpha} \frac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a} + C.$

◆ **Nhận xét.** Khi thay x bằng $(ax+b)$ thì khi lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$.

Một số nguyên tắc tính cơ bản

- Tích của đa thức hoặc lũy thừa \xrightarrow{PP} khai triển.
- Tích các hàm mũ \xrightarrow{PP} khai triển theo công thức mũ.
- Bậc chẵn của sin và cosin \Rightarrow Hạ bậc: $\sin^2 a = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2a, \cos^2 a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a.$
- Chứa tích các căn thức của x \xrightarrow{PP} chuyển về lũy thừa.

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn

$$f'(x) = \frac{2}{2x-1}, f(0) = 1, f(1) = 2. \text{ Giá trị của biểu thức } f(-1) + f(3) \text{ bằng}$$

- A. $2 + \ln 15$ B. $3 + \ln 15$ C. $\ln 15$ D. $4 + \ln 15$

Câu 2. (Sở Phú Thọ 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$ Tìm $F(x)$.

- A. $2\ln(x-1)+2$ B. $\ln(x-1)+3$ C. $4\ln(x-1)$ D. $\ln(x-1)-3$

Câu 3. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$, biết $F(1) = 2$. Giá trị của $F(0)$ bằng

- A. $2 + \ln 2$. B. $\ln 2$. C. $2 + \ln(-2)$. D. $\ln(-2)$.

Câu 4. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm

$f(x) = \frac{1}{2x+1}$; biết $F(0) = 2$. Tính $F(1)$.

- A. $F(1) = \frac{1}{2}\ln 3 - 2$. B. $F(1) = \ln 3 + 2$. C. $F(1) = 2\ln 3 - 2$. D. $F(1) = \frac{1}{2}\ln 3 + 2$.

Câu 5. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2019) Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ trên $(-\infty; 0)$ thỏa mãn $F(-2) = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \ln\left(\frac{-x}{2}\right) \forall x \in (-\infty; 0)$
 B. $F(x) = \ln|x| + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.
 C. $F(x) = \ln|x| + \ln 2 \forall x \in (-\infty; 0)$.
 D. $F(x) = \ln(-x) + C \forall x \in (-\infty; 0)$ với C là một số thực bất kì.

Câu 6. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn

$f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2017$, $f(2) = 2018$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

- A. $S = \ln 4035$. B. $S = 4$. C. $S = \ln 2$. D. $S = 1$.

Câu 7. (Mã 105 2017) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$.

Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$ B. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$
 C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ D. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$

Câu 8. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 9. (Sở Bình Phước 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số e^{2x} và $F(0) = \frac{201}{2}$. Giá trị

$F\left(\frac{1}{2}\right)$ là

- A. $\frac{1}{2}e + 200$ B. $2e + 100$ C. $\frac{1}{2}e + 50$ D. $\frac{1}{2}e + 100$

Câu 10. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và:

$f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x, f(0) = 2$. Hàm $f(x)$ là

- A. $y = 2e^x + 2x$. B. $y = 2e^x + 2$. C. $y = e^{2x} + x + 2$. D. $y = e^{2x} + x + 1$.

Câu 11. (Sở Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$.

A. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$.

C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$.

D. $F(x) = e^x - 2019$.

Câu 12. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$.

A. $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} + 1}{\ln 2}$.

B. $T = 2^{2019 \cdot 2020}$.

C. $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$.

D. $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$.

Câu 13. (Mã 104 2017) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

A. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$

B. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$

C. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$

D. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$

Câu 14. (Mã 123 2017) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15$

B. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2$

C. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$

D. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$

Câu 15. (Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 2x + 5 \cos x + 3$.

B. $f(x) = 2x - 5 \cos x + 15$.

C. $f(x) = 2x + 5 \cos x + 5$.

D. $f(x) = 2x - 5 \cos x + 10$.

Câu 16. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm

$f(x) = \cos 3x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{3}$. Tính $F\left(\frac{\pi}{9}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} + 2}{6}$

B. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} - 2}{6}$

C. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} + 6}{6}$

D. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3} - 6}{6}$

Câu 17. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k$ với mọi $k \in \mathbb{Z}$. Tính $F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi)$.

A. 55.

B. 44.

C. 45.

D. 0.

Câu 18. (Yên Lạc 2 - Vĩnh Phúc - 2020) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + F(2) + \dots + F(2019)$.

A. $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$.

B. $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} - 1}{2}$.

C. $T = 2^{2019 \cdot 2020}$.

D. $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$.

Câu 19. (Đề minh họa 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. -3.

B. 1.

C. 2.

D. 7.

Câu 20. (Sở Hà Tĩnh 2022) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \sin^2 x$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Giá trị biểu thức $S = F(-\pi) + 2F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $S = \frac{3}{4} - \frac{\pi}{4}$.

B. $S = \frac{3}{4} - \frac{3\pi}{4}$.

C. $S = \frac{1}{4} + \frac{3\pi}{8}$.

D. $S = \frac{3}{2} - \frac{3\pi}{8}$.

Câu 21. (Sở Nam Định 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 8x^3 + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. $\frac{32}{5} + \cos 1$.

B. $\frac{32}{5} - \cos 1$.

C. $\frac{32}{5} - \sin 1$.

D. $\frac{32}{5} + \sin 1$.

Câu 22. (Chuyên Hùng Vương – Gia Lai 2022) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn

$$f'(x) = \frac{1}{x-2}, f(1) = 2021, f(3) = 2022. \text{ Tính } P = \frac{f(2023)}{f(-2019)}.$$

A. $P = \ln 4042$.

B. $P = \frac{\ln 2021}{\ln 2022}$.

C. $P = \ln \frac{2021}{2022}$.

D. $P = \frac{2022 + \ln 2021}{2021 + \ln 2021}$.

Câu 23. (THPT Hoàng Hoa Thám - Quảng Ninh - 2022) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm

$$f'(x) = \frac{1}{x-1} + 6x, \forall x \in (1; +\infty) \text{ và } f(2) = 12. \text{ Biết } F(x) \text{ là nguyên hàm của } f(x) \text{ thỏa } F(2) = 6, \text{ khi đó}$$

giá trị biểu thức $P = F(5) - 4F(3)$ bằng

A. 25.

B. 10.

C. 20.

D. 24.

Câu 24. (THPT Trần Quốc Tuấn - Quảng Ngãi - 2022) Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{4}{3}$ và

$$f'(x) = 16 \cos 4x \cdot \sin^2 x, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Biết } F(x) \text{ là nguyên hàm của } f(x) \text{ thỏa mãn } F(0) = \frac{15}{26}. \text{ Tính } F(\pi).$$

A. $\frac{64}{27}$.

B. $\frac{15}{26}$.

C. $\frac{31}{18}$.

D. 0.

Câu 25. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2023) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$, thỏa mãn

$$f'(x) = \frac{2}{2x-1}, f(0) = 1 \text{ và } f(1) = 3. \text{ Giá trị của biểu thức } f(-1) + f(4) \text{ bằng}$$

A. $5 + \ln 21$.

B. $5 + \ln 12$.

C. $4 + \ln 12$.

D. $4 + \ln 21$.

Câu 26. (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng - 2023) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là

$$f'(x) = \sin x + x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Biết } F(x) \text{ là nguyên hàm của } f(x) \text{ thỏa mãn } F(0) = F(\pi) = 1, \text{ khi đó}$$

giá trị của $F(2\pi)$ bằng.

A. $1+2\pi$.

B. $1-4\pi$.

C. $1-2\pi$.

D. 4π .

Câu 27. (SGD Hải Phòng - 2023) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa mãn $f' (x) = \frac{x-4}{x^2+x-2}$, $f(-3) - f(2) = 0$ và $f(0) = 1$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + 2f(-1) - f(3)$ bằng

A. $3\ln \frac{5}{2} + 2$.

B. $3\ln \frac{2}{5} + 2$.

C. $2\ln \frac{2}{5} + 2$.

D. $3\ln \frac{2}{5} + 3$.

Câu 28. (SGD Hưng Yên 2023) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2$ và $f(2) = \frac{9}{2}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 4 + \ln 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. $3 + \ln 2$.

B. $-3 - \ln 2$.

C. 1 .

D. -1 .

Câu 29. (THPT- Việt Trì- Phú Thọ - 2023) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn

$f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ và $f(0) = 1, f(1) = -2$. Giá trị $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $2 + \ln 15$.

B. $\ln 15 - 1$.

C. $3 - \ln 15$.

D. $\ln 15$.

Dạng 2. Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số

“ Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(u(x)) \cdot u'(x) dx = F(u(x)) + C$ ”.

Giả sử ta cần tìm họ nguyên hàm $I = \int f(x) dx$, trong đó ta có thể phân tích

$f(x) = g(u(x)) u'(x) dx$ thì ta thực hiện phép đổi biến số $t = u(x)$

$\Rightarrow dt = u'(x) dx$. Khi đó: $I = \int g(t) dt = G(t) + C = G(u(x)) + C$

Chú ý: Sau khi ta tìm được họ nguyên hàm theo t thì ta phải thay $t = u(x)$

1. Đổi biến số với một số hàm thường gặp

• $\int f(ax+b)^n x dx \xrightarrow{PP} t = ax+b$. • $\int_a^b \sqrt[n]{f(x)} f'(x) dx \xrightarrow{PP} t = \sqrt[n]{f(x)}$.

• $\int_a^b f(\ln x) \frac{1}{x} dx \xrightarrow{PP} t = \ln x$. • $\int_a^b f(e^x) e^x dx \xrightarrow{PP} t = e^x$.

• $\int_a^b f(\sin x) \cos x dx \xrightarrow{PP} t = \sin x$. • $\int_a^b f(\cos x) \sin x dx \xrightarrow{PP} t = \cos x$.

• $\int_a^b f(\tan x) \frac{1}{\cos^2 x} dx \xrightarrow{PP} t = \tan x$. • $\int_a^b f(\sin x \pm \cos x) \cdot (\sin x \pm \cos x) dx \Rightarrow t = \sin x \pm \cos x$.

• $\int_a^\beta f(\sqrt{a^2-x^2}) x^{2n} dx \xrightarrow{PP} x = a \sin t$. • $\int_a^\beta f\left(\sqrt{x^2+a^2}\right)^m x^{2n} dx \xrightarrow{PP} x = a \tan t$.

• $\int_a^\beta f\left(\sqrt{\frac{a \pm x}{a \mp x}}\right) dx \xrightarrow{PP} x = a \cos 2t$. • $\int_a^\beta \frac{dx}{\sqrt{(ax+b)(cx+d)}} \Rightarrow t = \sqrt{ax+b} + \sqrt{cx+d}$.

• $\int_a^\beta R\left[\sqrt[s_1]{ax+b}, \dots, \sqrt[s_k]{ax+b}\right] dx \Rightarrow t^n = ax+b$. • $\int_a^\beta \frac{dx}{(a+bx^n)\sqrt[n]{a+bx^n}} \xrightarrow{PP} x = \frac{1}{t}$.

2. Đổi biến số với hàm ẩn

• **Nhận dạng tương đối:** Đề cho $f(x)$, yêu cầu tính $f(\neq x)$ hoặc đề cho $f(\neq x)$, yêu cầu tính $f(x)$.

• **Phương pháp:** Đặt $t = (\neq x)$.

• **Lưu ý:** Đổi biến nhớ đổi cận và ở trên đã sử dụng tính chất: “**Tích phân không phụ thuộc vào biến số, mà chỉ phụ thuộc vào hai cận**”, nghĩa là $\int_a^b f(u)du = \int_a^b f(t)dt = \dots = \int_a^b f(x)dx = \dots$

Câu 30. (Mã 101 – 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x + x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

- A. $2e^x + 2x^2 + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + C$. C. $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$. D. $e^{2x} + 4x^2 + C$.

Câu 31. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x - 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

- A. $2e^x - 4x^2 + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} - 4x^2 + C$. C. $e^{2x} - 8x^2 + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$.

Câu 32. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x - x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$. B. $e^{2x} - 4x^2 + C$. C. $2e^x - 2x^2 + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x} - x^2 + C$.

Câu 33. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Biết $F(x) = e^x + 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

- A. $e^{2x} + 8x^2 + C$. B. $2e^x + 4x^2 + C$. C. $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x} + 4x^2 + C$.

Câu 34. (Thi thử Lâmônôxốp - Hà Nội lần V 2019) Biết $\int f(2x)dx = \sin^2 x + \ln x + C$. Tìm nguyên hàm $\int f(x)dx$?

- A. $\int f(x)dx = \sin^2 \frac{x}{2} + \ln x + C$. B. $\int f(x)dx = 2 \sin^2 2x + 2 \ln x + C$.
C. $\int f(x)dx = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \ln x + C$. D. $\int f(x)dx = 2 \sin^2 x + 2 \ln x + C$.

Câu 35. Cho $\int f(4x)dx = x^2 + 3x + c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 2x + C$. B. $\int f(x+2)dx = x^2 + 7x + C$.
C. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{4} + 4x + C$. D. $\int f(x+2)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + C$.

Câu 36. Cho $\int f(x)dx = 4x^3 + 2x + C_0$. Tính $I = \int xf(x^2)dx$.

- A. $I = 2x^6 + x^2 + C$. B. $I = \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^6}{6} + C$.
C. $I = 4x^6 + 2x^2 + C$. D. $I = 12x^2 + 2$.

Câu 37. (Sở Bắc Ninh 2019) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3+1}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} \cdot e^{x^3+1} + C$. B. $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C$.

C. $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C$.

Câu 38. (THPT Hà Huy Tập - 2018) Nguyên hàm của $f(x) = \sin 2x \cdot e^{\sin^2 x}$ là

A. $\sin^2 x \cdot e^{\sin^2 x - 1} + C$. B. $\frac{e^{\sin^2 x + 1}}{\sin^2 x + 1} + C$. C. $e^{\sin^2 x} + C$. D. $\frac{e^{\sin^2 x - 1}}{\sin^2 x - 1} + C$.

Câu 39. Tìm tất cả các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^9 + 3x^5}$

A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$ B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{12x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$
 C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$ D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{12x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$

Câu 40. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4 + 1} dx$ và $F(0) = 1$.

A. $F(x) = \ln(x^4 + 1) + 1$. B. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + \frac{3}{4}$.
 C. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + 1$. D. $F(x) = 4 \ln(x^4 + 1) + 1$.

Câu 41. Biết $\int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}} dx = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^b + C, x \neq -1$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = 2b$. B. $b = 2a$. C. $a = 2018b$. D. $b = 2018a$.

Câu 42. (Chuyên Quốc Học Huế - 2018) Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên \mathbb{R} của hàm số $f(x) = \frac{2017x}{(x^2 + 1)^{2018}}$ thỏa mãn $F(1) = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của $F(x)$.

A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1 - 2^{2017}}{2^{2018}}$. C. $m = \frac{1 + 2^{2017}}{2^{2018}}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 43. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ và $F(0) = -\ln 2e$. Tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln(e^x + 1) = 2$ là:

A. $S = \{3\}$ B. $S = \{2; 3\}$ C. $S = \{-2; 3\}$ D. $S = \{-3; 3\}$

Câu 44. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3(x^2 + 1)^{2019}$ là

A. $\frac{1}{2} \left[\frac{(x^2 + 1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2 + 1)^{2020}}{2020} \right]$. B. $\frac{(x^2 + 1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2 + 1)^{2020}}{2020}$.
 C. $\frac{(x^2 + 1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2 + 1)^{2020}}{2020} + C$. D. $\frac{1}{2} \left[\frac{(x^2 + 1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2 + 1)^{2020}}{2020} \right] + C$.

Câu 45. (THPT Hà Huy Tập - 2018) Nguyên hàm của $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x \cdot \ln x}$ là:

A. $\int \frac{1 + \ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln |\ln x| + C$. B. $\int \frac{1 + \ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln |x^2 \cdot \ln x| + C$.

$$C. \int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln|x + \ln x| + C.$$

$$D. \int \frac{1+\ln x}{x \cdot \ln x} dx = \ln|x \cdot \ln x| + C.$$

Câu 46. (Chuyên Hạ Long - 2018) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$

$$A. \int f(x) dx = e^{x^3+1} + C. \quad B. \int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C.$$

$$C. \int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C.$$

$$D. \int f(x) dx = \frac{x^3}{3} e^{x^3+1} + C.$$

Câu 47. (Chuyên Lương Văn Chánh Phú Yên 2019) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ là

$$A. \int f(x) dx = (3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C.$$

$$B. \int f(x) dx = \sqrt[3]{3x+1} + C.$$

$$C. \int f(x) dx = \frac{1}{3} \sqrt[3]{3x+1} + C.$$

$$D. \int f(x) dx = \frac{1}{4} (3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C.$$

Câu 48. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$ là

$$A. \frac{2}{3} (3x+2)\sqrt{3x+2} + C$$

$$B. \frac{1}{3} (3x+2)\sqrt{3x+2} + C$$

$$C. \frac{2}{9} (3x+2)\sqrt{3x+2} + C$$

$$D. \frac{3}{2} \frac{1}{\sqrt{3x+2}} + C$$

Câu 49. (HSG Bắc Ninh 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$ là

$$A. -\frac{1}{3} (2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$$

$$B. \frac{1}{2} \sqrt{2x+1} + C.$$

$$C. \frac{2}{3} (2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$$

$$D. \frac{1}{3} (2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$$

Câu 50. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Cho hàm số $f(x) = 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{\ln 2}{\sqrt{x}}$. Hàm số nào dưới đây **không** là nguyên hàm của hàm số $f(x)$?

$$A. F(x) = 2^{\sqrt{x}} + C \quad B. F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$$

$$C. F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$$

$$D. F(x) = 2^{\sqrt{x+1}} + C$$

Câu 51. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt

$u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

$$A. \int 2(u^2 - 4) du.$$

$$B. \int (u^2 - 4) du.$$

$$C. \int (u^2 - 3) du.$$

$$D. \int 2u(u^2 - 4) du.$$

Câu 52. (Chuyên Hạ Long - 2018) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$.

$$A. \int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x+1} + C.$$

$$B. \int f(x) dx = \sqrt{2x+1} + C.$$

$$C. \int f(x) dx = 2\sqrt{2x+1} + C.$$

$$D. \int f(x) dx = \frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} + C.$$

Câu 53. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến - 2018) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ là

$$A. F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + \sqrt{x^2+1} + C.$$

$$B. F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2+1}) - \sqrt{x^2+1} + C.$$

$$C. F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C.$$

$$D. F(x) = x^2 \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C.$$

Câu 61. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{e}\right) = 2$ và $F(e) = \ln 2$.

Giá trị của biểu thức $F\left(\frac{1}{e^2}\right) + F(e^2)$ bằng

- A. $3 \ln 2 + 2$. B. $\ln 2 + 2$. C. $\ln 2 + 1$. D. $2 \ln 2 + 1$.

Câu 62. (Chuyên Nguyễn Huệ-HN 2019) Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$ thỏa mãn $F(2) = 0$. Khi đó phương trình $F(x) = x$ có nghiệm là:

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 1 - \sqrt{3}$.

Câu 63. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x^2}$. Biết $F(3) = 6$, giá trị của $F(8)$ là

- A. $\frac{217}{8}$. B. 27 . C. $\frac{215}{24}$. D. $\frac{215}{8}$.

Câu 64. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ là

- A. $(4x^2 + 2x + 1)\sqrt{2x-3} + C$. B. $(4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3}$.
C. $(3x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3}$. D. $(4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3} + C$.

Câu 65. (Chuyên Hạ Long - 2023) Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^2 - 4}$.

- A. $\frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sin x + \cos x}{2 - \sin x - \cos x} \right) + C$. B. $-\frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sin x + \cos x}{2 - \sin x - \cos x} \right) + C$.
C. $\frac{1}{4} \ln \left(\frac{2 + \sin x - \cos x}{2 - \sin x + \cos x} \right) + C$. D. $\frac{1}{4} \ln \left(\frac{\sin x + \cos x + 2}{\sin x + \cos x - 2} \right) + C$.

Dạng 3. Nguyên hàm của hàm số hữu tỉ

1. Công thức thường áp dụng

• $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$. • $\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$.

• $\ln a + \ln b = \ln(ab)$. • $\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b}$.

• $\ln a^n = n \ln a$. • $\ln 1 = 0$.

2. Phương pháp tính nguyên hàm, tích phân của hàm số hữu tỷ $I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$.

• Nếu bậc của tử số $P(x) \geq$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ Chia đa thức.

• Nếu bậc của tử số $P(x) <$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ phân tích mẫu $Q(x)$ thành tích số, rồi sử dụng phương pháp che để đưa về công thức nguyên hàm số 01.

• Nếu mẫu không phân tích được thành tích số \xrightarrow{PP} thêm bớt để đổi biến hoặc lượng giác hóa bằng cách đặt $X = a \tan t$, nếu mẫu đưa được về dạng $X^2 + a^2$.

Câu 66. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $x+3\ln(x-1)+C$. B. $x-3\ln(x-1)+C$.

C. $x-\frac{3}{(x-1)^2}+C$. D. $x+\frac{3}{(x-1)^2}+C$.

Câu 67. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $3\ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + C$

B. $3\ln(x-2) - \frac{2}{x-2} + C$

C. $3\ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C$

D. $3\ln(x-2) + \frac{4}{x-2} + C$.

Câu 68. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$.

B. $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$.

C. $2\ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C$.

D. $2\ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C$.

Câu 69. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+3}{x^2+3x+2}$ là

A. $\ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C$.

B. $2\ln|x+1| + \ln|x+2| + C$.

C. $2\ln|x+1| - \ln|x+2| + C$.

D. $-\ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C$.

Câu 70. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số

$f(x) = ax + \frac{b}{x^2} (x \neq 0)$, biết rằng $F(-1) = 1, F(1) = 4, f(1) = 0$

A. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}$.

B. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}$.

C. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}$.

D. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2}$.

Câu 71. Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=8$.

B. $a+b=8$.

C. $2a-b=8$.

D. $a-b=8$.

Câu 72. Cho biết $\int \frac{1}{x^3-x} dx = a \ln|(x-1)(x+1)| + b \ln|x| + C$. Tính giá trị biểu thức: $P = 2a + b$.

A. 0.

B. -1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Câu 73. Cho biết $\int \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx = a \ln|x+2| + b \ln|x+3| + C$. Tính giá trị biểu thức: $P = a^2 + ab + b^2$.

A. 12.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

Câu 74. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$, $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$. Khi đó $2a + b$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$.

B. 0.

C. 5.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 75. (Mã 102 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $3\ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + c$.

B. $3\ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + c$.

C. $3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + c$.

D. $3\ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + c$.

Câu 76. (Mã 103 - 2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2; +\infty)$ là

A. $2\ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C$.

B. $2\ln(x+2) + \frac{1}{x+2} + C$.

C. $2\ln(x+2) - \frac{1}{x+2} + C$.

D. $2\ln(x+2) - \frac{3}{x+2} + C$.

Câu 77. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2} \text{ trên khoảng } (0; +\infty) \text{ thỏa mãn } F(1) = \frac{1}{2}. \text{ Giá trị của biểu thức}$$

$S = F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2019)$ bằng

A. $\frac{2019}{2020}$.

B. $\frac{2019 \cdot 2021}{2020}$.

C. $2018 \frac{1}{2020}$.

D. $-\frac{2019}{2020}$.

Câu 78. Giả sử $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$ (C là hằng số).

Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. -3.

Câu 79. (Nam Trực - Nam Định - 2018) Cho $I = \int \frac{1}{x^3(1+x^2)} dx = \frac{-a}{x^2} - b \ln|x| + 2c \ln(1+x^2) + C$. Khi

đó $S = a + b + c$ bằng

A. $\frac{-1}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. 2.

Câu 80. (Trường VINSCHOOL - 2020) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn

$$f'(x) = \frac{1}{x^2-1}. \text{ Biết } f(3) + f(-3) = 4 \text{ và } f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{-1}{3}\right) = 2. \text{ Giá trị của biểu thức } f(-5) + f(0) + f(2)$$

bằng

A. $5 - \frac{1}{2} \ln 2$.

B. $6 - \frac{1}{2} \ln 2$.

C. $5 + \frac{1}{2} \ln 2$.

D. $6 + \frac{1}{2} \ln 2$.

Câu 81. (Quảng Xương - Thanh Hóa - 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa mãn

$$f'(x) = \frac{1}{x^2+x-2}, f(-3) - f(3) = 0 \text{ và } f(0) = \frac{1}{3}. \text{ Giá trị của biểu thức } f(-4) + f(-1) - f(4) \text{ bằng}$$

A. $\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{1}{3}$.

B. $\ln 80 + 1$.

C. $\frac{1}{3} \ln \frac{4}{5} + \ln 2 + 1$.

D. $\frac{1}{3} \ln \frac{8}{5} + 1$.

Câu 82. (Chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp - 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$\text{thỏa mãn } f'(x) = \frac{1}{x-1}, f(0) = 2017, f(2) = 2018. \text{ Tính } S = (f(3) - 2018)(f(-1) - 2017).$$

A. $S = 1$.

B. $S = 1 + \ln^2 2$.

C. $S = 2 \ln 2$.

D. $S = \ln^2 2$.

Câu 83. (Sở Phú Thọ - 2018) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$, $f(-2) + f(2) = 0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$. Tính $f(-3) + f(0) + f(4)$ được kết quả

A. $\ln \frac{6}{5} + 1$. B. $\ln \frac{6}{5} - 1$. C. $\ln \frac{4}{5} + 1$. D. $\ln \frac{4}{5} - 1$.

Câu 84. (Liên trường Hà Tĩnh - 2022) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$; $f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(1) - f(4)$ bằng

A. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \ln 2$.
 B. $1 + \ln 5$.
 C. $\frac{1}{3} - \ln 2$.
 D. $1 + \frac{1}{3} \ln \frac{8}{5}$.

Câu 85. (THPT Nguyễn Hiền - 2023) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2022$, $f(2) = 2023$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = \ln 4035$. B. $S = \ln 2$. C. $S = 4$. D. $S = 1$.

Câu 86. (Chuyên Hạ Long - 2023) Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^4 + 2x^3 - 10x^2 - 2x + 1}$ có dạng $F(x) = \frac{a}{b} \ln \left| \frac{x^2 - cx - 1}{x^2 + dx - 1} \right|$, trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a + b + c + d$.

A. 24. B. 21. C. 15. D. 13.

Dạng 4. Nguyên hàm từng phần

Cho hai hàm số u và v liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$. Khi đó:

$$\int u dv = uv - \int v du (*)$$

Để tính tích phân $I = \int_a^b f(x) dx$ bằng phương pháp từng phần ta làm như sau:

Bước 1: Chọn u, v sao cho $f(x) dx = u dv$ (chú ý: $dv = v'(x) dx$).

Tính $v = \int dv$ và $du = u' dx$.

Bước 2: Thay vào công thức (*) và tính $\int v du$.

Cần phải lựa chọn u và dv hợp lí sao cho ta dễ dàng tìm được v và tích phân $\int v du$ dễ tính hơn

$\int u dv$. Ta thường gặp các dạng sau

Dạng 1: $I = \int P(x) \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx$, trong đó $P(x)$ là đa thức

Với dạng này, ta đặt $u = P(x)$, $dv = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} dx$.

Dạng 2 : $I = \int (x) e^{ax+b} dx$

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = P(x) \\ dv = e^{ax+b} dx \end{cases}$, trong đó $P(x)$ là đa thức

Dạng 3 : $I = \int P(x) \ln(mx+n) dx$

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = \ln(mx+n) \\ dv = P(x) dx \end{cases}$.

Dạng 4 : $I = \int \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} e^x dx$

Với dạng này, ta đặt $\begin{cases} u = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} \\ dv = e^x dx \end{cases}$ để tính $\int vdu$ ta đặt $\begin{cases} u = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} \\ dv = e^x dx \end{cases}$.

Câu 87. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) \cdot f'(x)$ là

- A. $\frac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$. B. $\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. C. $\frac{x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. D. $\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$.

Câu 88. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) f'(x)$ là

- A. $\frac{x^2+2x-3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$. B. $\frac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}} + C$. C. $\frac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}} + C$. D. $\frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C$.

Câu 89. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) f'(x)$

- A. $\frac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}} + C$. B. $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} + C$. C. $\frac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}} + C$. D. $\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} + C$.

Câu 90. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số

$g(x) = (x+1) f'(x)$ là

- A. $\frac{x+4}{2\sqrt{x^2+4}} + C$. B. $\frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}} + C$. C. $\frac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}} + C$. D. $\frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}} + C$.

Câu 91. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là:

- A. $-\sin 2x + \cos 2x + C$. B. $-2\sin 2x + \cos 2x + C$.
C. $-2\sin 2x - \cos 2x + C$. D. $2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Câu 92. (Đề Tham Khảo 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là:

- A. $2x^2 \ln x + 3x^2$. B. $2x^2 \ln x + x^2$.

C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$. D. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.

Câu 93. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \sin x$ là

A. $F(x) = x \cos x + \sin x + C$.

B. $F(x) = x \cos x - \sin x + C$.

C. $F(x) = -x \cos x - \sin x + C$.

D. $F(x) = -x \cos x + \sin x + C$.

Câu 94. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{2x}$ là :

A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} (x - 2) + C$

C. $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C$

D. $F(x) = 2e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$

Câu 95. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x - 1)e^x$ là

A. $(2x - 3)e^x + C$. B. $(2x + 3)e^x + C$.

C. $(2x + 1)e^x + C$. D. $(2x - 1)e^x + C$.

Câu 96. (Chuyen Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{2x}$?

A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} (x - 2) + C$.

C. $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C$.

D. $F(x) = 2e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$.

Câu 97. (Chuyên Sơn La 2019) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(1 + \sin x)$ là

A. $\frac{x^2}{2} - x \sin x + \cos x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} - x \cos x + \sin x + C$.

C. $\frac{x^2}{2} - x \cos x - \sin x + C$.

D. $\frac{x^2}{2} - x \sin x - \cos x + C$.

Câu 98. (Chuyên Thái Bình - Lần 3 - 2020) Giả sử $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2e^x$. Tính tích $P = abc$.

A. -4.

B. 1.

C. -5.

D. -3.

Câu 99. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(1 + e^x)$ là

A. $(2x - 1)e^x + x^2$.

B. $(2x + 1)e^x + x^2$.

C. $(2x + 2)e^x + x^2$.

D. $(2x - 2)e^x + x^2$.

Câu 100. Họ nguyên hàm của $f(x) = x \ln x$ là kết quả nào sau đây?

A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{4}x^2 + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$.

D. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{4}x + C$.

Câu 101. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1) \cdot \ln x$.

A. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} + C$.

B. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C$.

C. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$.

D. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$.

C. $(x^2 + x + 1) \ln x - \frac{x^2}{2} - x + C$.

D. $(x^2 + x - 1) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$.

Câu 110. (Mã 104 2017) Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

A. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$

B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$

C. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$

D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$

Câu 111. (Mã 105 2017) Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$

A. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$

B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$

C. $\int f'(x) \ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$

D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$

Câu 112. (Mã 110 2017) Cho $F(x) = (x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C$

B. $\int f'(x)e^{2x} dx = (x-2)e^x + C$

C. $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2-x}{2}e^x + C$

D. $\int f'(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C$

Câu 113. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = xe^x$ và $f(0) = 2$. Tính $f(1)$.

A. $f(1) = 3$.

B. $f(1) = e$.

C. $f(1) = 5 - e$.

D. $f(1) = 8 - 2e$.

Câu 114. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ là

A. $(x-2)e^x + e^x + C$

B. $(x+2)e^{2x} + e^x + C$

C. $(x-1)e^x + C$

D. $(x+1)e^x + C$

Câu 115. (Việt Đức Hà Nội 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x, f(0) = 0$ và $\int f(x) dx = (ax+b)e^x + c$ với a, b, c là các hằng số. Khi đó:

A. $a + b = 2$.

B. $a + b = 3$.

C. $a + b = 1$.

D. $a + b = 0$.

Câu 116. (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2018) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{-x}$. Tính $F(x)$ biết $F(0) = 1$.

A. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 2$.

B. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 1$.

C. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 2$.

D. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 1$.

Câu 117. (Sở Quảng Nam - 2018) Biết $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab ?

A. $ab = \frac{1}{8}$.

B. $ab = \frac{1}{4}$.

C. $ab = -\frac{1}{8}$.

D. $ab = -\frac{1}{4}$.

Câu 118. (Chuyên Đh Vinh - 2018) Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho $F(-2) + F(1) = 0$. Giá trị của $F(-1) + F(2)$ bằng

A. $\frac{10}{3}\ln 2 - \frac{5}{6}\ln 5$. B. 0. C. $\frac{7}{3}\ln 2$. D. $\frac{2}{3}\ln 2 + \frac{3}{6}\ln 5$.

Câu 119. (THCS&THPT Nguyễn Khuyến - Bình Dương - 2018) Gọi $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln(x-1)$. Cho biết $g(2) = 1$ và $g(3) = a \ln b$ trong đó a, b là các số nguyên dương phân biệt. Hãy tính giá trị của $T = 3a^2 - b^2$

A. $T = 8$. B. $T = -17$. C. $T = 2$. D. $T = -13$.

Câu 120. (Sở Quảng Nam - 2018) Biết $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab ?

A. $ab = \frac{1}{8}$. B. $ab = \frac{1}{4}$. C. $ab = -\frac{1}{8}$. D. $ab = -\frac{1}{4}$.

Câu 121. (Sở Hậu Giang 2022) Biết $\int (ax^2 + bx + 5)e^x dx = (3x^2 - 8x + 13)e^x + C$, với a, b là các số nguyên. Tìm $S = a + b$.

A. $S = 1$. B. $S = 4$. C. $S = 5$. D. $S = 9$.