

ĐỀ THI THỬ SỞ GD THÁI NGUYÊN - 2022-2023 LẦN 01

MÔN: TOÁN

THỜI GIAN: 90 PHÚT

- Câu 1:** Nghiệm của phương trình  $3^{x+1} = 9$  là  
 A.  $x = 3$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = -1$ .
- Câu 2:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích khối nón đã cho bằng  
 A.  $18\pi$ .                      B.  $2\pi$ .                      C.  $4\pi$ .                      D.  $6\pi$ .
- Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3 x < \log_3(6-x)$  là  
 A.  $(3; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 3)$ .                      C.  $(0; 6)$ .                      D.  $(0; 3)$ .
- Câu 4:** Tập xác định của hàm số  $y = (1-x)^{\sqrt{2}}$  là  
 A.  $(-\infty; 1]$ .                      B.  $(-\infty; 1)$ .                      C.  $\mathbb{R}$ .                      D.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .
- Câu 5:** Diện tích  $S$  của mặt cầu có bán kính  $r$  được tính theo công thức nào dưới đây?  
 A.  $S = \pi r^2$ .                      B.  $S = \frac{4}{3}\pi r^2$ .                      C.  $S = \frac{1}{3}\pi r^2$ .                      D.  $S = 4\pi r^2$ .
- Câu 6:** Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?  
 A. 5.                      B. 3.                      C. 6.                      D. 4.
- Câu 7:** Đạo hàm của hàm số là  $y = 2023^x$   
 A.  $y' = \frac{2023^x}{\ln 2023}$ .                      B.  $y' = 2023^x \ln 2023$ .  
 C.  $y' = x2023^{x-1} \ln 2023$ .                      D.  $y' = x2023^{x-1}$
- Câu 8:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		$-4$		$4$		$-\infty$

- Hàm số đã cho đạt cực đại tại  
 A.  $x = -4$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = 4$ .                      D.  $x = 3$ .
- Câu 9:** Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?  
 A.  $5^2$ .                      B.  $5!$ .                      C.  $C_5^2$ .                      D.  $A_5^2$ .
- Câu 10:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Số nghiệm thực của phương trình  $f(x)+3=0$  là

- A. 1.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 3.

**Câu 11:** Hình lập phương có bao nhiêu cạnh ?

- A. 12                      B. 10                      C. 8                      D. 12

**Câu 12:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là  $B$  và chiều cao là  $h$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $V = \frac{4}{3}Bh$               B.  $V = \frac{1}{6}Bh$               C.  $V = Bh$               D.  $V = \frac{1}{3}Bh$

**Câu 13:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x - \sin 3x$  là

- A.  $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{1}{3} \cos 3x + C$               B.  $2^x \ln 2 + \frac{1}{3} \cos 3x + C$   
 C.  $2^x \ln 2 - 3 \cos 3x + C$               D.  $\frac{2^x}{\ln 2} - \frac{1}{3} \cos 3x + C$

**Câu 14:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 1$  là

- A.  $2x^2 + x + C$               B.  $x^2 + x + C$               C.  $x + C$               D.  $2x + C$

**Câu 15:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log(100a^3)$  bằng

- A.  $3 + 3 \log a$               B.  $2 + 3 \log a$               C.  $6 \log a$               D.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \log a$

**Câu 16:** Thể tích khối trụ có chiều cao  $h$  và bán kính đáy  $r$  bằng

- A.  $\frac{1}{3} \pi r^2 h$               B.  $\pi r h$               C.  $\frac{1}{3} \pi r h$               D.  $\pi r^2 h$

**Câu 17:** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4. Thể tích  $V$  của khối chóp đã cho là

- A.  $V = 8$ .              B.  $V = 4$ .              C.  $V = 24$ .              D.  $V = 12$ .

**Câu 18:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 7$ , công sai  $d = 2$ . Giá trị  $u_2$  bằng

- A. 14.                      B.  $\frac{7}{2}$ .                      C. 5.                      D. 9.

**Câu 19:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+2}{-x+3}$  là

- A.  $y = -2$ .              B.  $x = -1$ .              C.  $x = 3$ .              D.  $y = 2$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(-\infty; 2)$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \sqrt{2}a$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .      B.  $\sqrt{2}a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  thỏa mãn  $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ,  $f'(1) = 0$ ,  $f(1) = 4$  và  $f(-1) = 2$ . Giá trị  $f(2)$  bằng

- A. 5.      B.  $-\frac{3}{2}$ .      C. 4.      D.  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$3$	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.      B. 0.      C. 2.      D. 1.

**Câu 24:** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình  $\log_2 x \cdot \log_2 (32x) + 4 = 0$  là

- A.  $\frac{9}{16}$ .      B.  $\frac{7}{16}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{32}$ .

**Câu 25:** Cho khối đa diện đều loại  $\{4; 3\}$  có cạnh bằng 4. Tổng diện tích tất cả các mặt của khối đa diện đã cho bằng

- A. 96.      B. 54.      C. 64.      D. 24.

**Câu 26:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$3$	$2$	$3$	$-\infty$			

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(-2; 0)$ .

**Câu 27:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Diện tích xung quanh của hình trụ được sinh ra bởi hình chữ nhật  $ABCD$  quay quanh cạnh  $AD$  bằng

- A.  $2\pi a^2$ .                      B.  $8\pi a^2$ .                      C.  $4\pi a^2$ .                      D.  $\pi a^2$ .

**Câu 28:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 5.

**Câu 29:** Cắt khối cầu ( $S$ ) bởi mặt phẳng ( $P$ ) cách tâm của khối cầu một khoảng bằng  $a$  ta được thiết diện là hình tròn có đường kính bằng  $2\sqrt{2}a$ . Thể tích khối cầu đã cho bằng

- A.  $12\pi a^3$ .                      B.  $4\sqrt{3}\pi a^3$ .                      C.  $\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi a^3$ .                      D.  $36\pi a^3$ .

**Câu 30:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^3 - 33x$  trên đoạn  $[2;19]$  bằng

- A.  $-72$ .                                      B.  $-58$ .                                      C.  $12\sqrt{11}$ .                                      D.  $-22\sqrt{11}$ .

**Câu 31:** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài bằng  $a$ . Diện tích toàn phần  $S_p$  của hình nón đó là

- A.  $S_p = \frac{1}{4}\pi a^2$ .                      B.  $S_p = \frac{3}{4}\pi a^2$ .                      C.  $S_p = \pi a^2$ .                      D.  $S_p = \frac{5}{4}\pi a^2$

**Câu 32:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$ , chiều cao bằng  $2a$ . Mặt phẳng ( $\alpha$ ) song song và cách trục của hình trụ một khoảng bằng  $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ . Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng ( $\alpha$ ) bằng

- A.  $\sqrt{2}a^2$ .                                      B.  $2a^2$ .                                      C.  $a^2$ .                                      D.  $\sqrt{3}a^2$ .

**Câu 33:** Một chiếc máy có hai động cơ I và II chạy độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là  $0,8$  và  $0,7$ . Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt bằng

- A.  $0,78$                                       B.  $0,94$                                       C.  $0,87$                                       D.  $0,92$

**Câu 34:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$  là

- A. 3                                      B. 0                                      C. 2                                      D. 1

**Câu 35:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^2 - 9x$  và đồ thị hàm số  $y = 4x^3 - x^2$  là

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D. 0.

**Câu 36:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $9^x - (m+1)3^x + 2m - 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 x_2 + x_1 + x_2 \leq 2$ ?

- A. 1.                                      B. 0.                                      C. 3.                                      D. 2.

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = -x^3 - 6x^2 - (2m+9)x + 4$ . Số giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-8;8]$  để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$  là

- A. 8.                                      B. 9.                                      C. 10.                                      D. 7.

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông đỉnh  $B$ ,  $AB = a$ . Biết  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

- A.  $\frac{a}{2}$ .                      B.  $a$ .                      C.  $\frac{\sqrt{6}a}{3}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ .

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ . Biết  $SB \perp (ABC)$  và  $SB = \sqrt{2}a$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$  với  $m$  là tham số. Khi  $m = m_0$  thì đồ thị của hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân. Giá trị  $m_0$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(3; 7)$ .                      B.  $(-2; 2)$ .                      C.  $(2; 5)$ .                      D.  $(-5; -2)$ .

**Câu 41:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có tất cả số hạng đều dương và:

$$u_1 + u_2 + \dots + u_{2023} = 49(u_1 + u_2 + \dots + u_{289}).$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_3^2 u_2 + \log_3^2 u_5 + \log_3^2 u_{14}$  bằng

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 42:** Cho các số thực dương  $x, y$  khác 1,  $x - y > 0$  và thỏa mãn:

$\log_x y = \log_y x$ ;  $\log_x(x - y) = \log_y(x + y)$ . Giá trị của  $3x^4 - 4x^2y^2 + 3y^4$  bằng

- A.  $\frac{7}{4}$ .                      B. 5.                      C. 6.                      D.  $\frac{5}{2}$ .

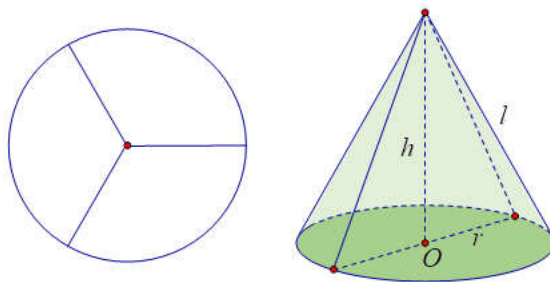
**Câu 43:** Cho hàm số đa thức  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-4$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	8193	1	68	-15	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = f(3\cos x - 1)$  bằng

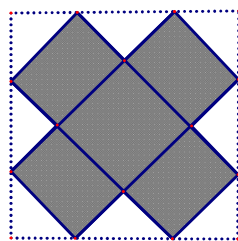
- A. 23.                      B. 68.                      C. 1.                      D. -15.

**Câu 44:** Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính  $60\text{cm}$  thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ đó quấn và hàn mỗi miếng tôn đó để được cái phễu hình nón (tham khảo hình vẽ dưới đây). Lượng nước tối đa mà mỗi chiếc phễu đó có thể chứa bằng



- A.  $\frac{1600\sqrt{2}\pi}{3}$  (lít).      B.  $\frac{16000\sqrt{2}}{3}$  (lít).      C.  $\frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$  (lít).      D.  $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$  (lít).

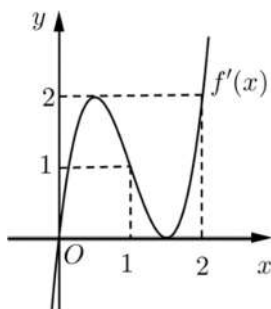
**Câu 45:** Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh bằng  $6\text{ dm}$  người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gấp lại và hàn thành hình hộp chữ nhật không nắp. Lượng nước tối đa mà chiếc hộp có thể chứa được bằng



- A.  $8\sqrt{2}$  (lít).      B.  $11\sqrt{2}$  (lít).      C.  $9\sqrt{2}$  (lít).      D.  $10\sqrt{2}$  (lít).

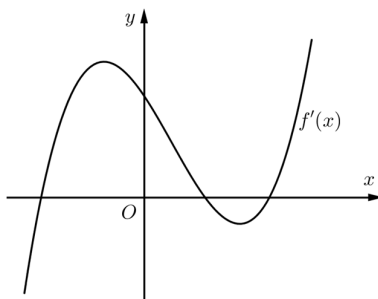
**Câu 46:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ. Bất phương trình

$f(2\cos x) - \cos 2x \leq m + 1$  nghiệm đúng với mọi  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  khi và chỉ khi



- A.  $m > f(1) + \frac{1}{2}$ .      B.  $m \geq f(0)$ .      C.  $m \geq f(1) - \frac{1}{2}$ .      D.  $m > f(1) - \frac{1}{2}$ .

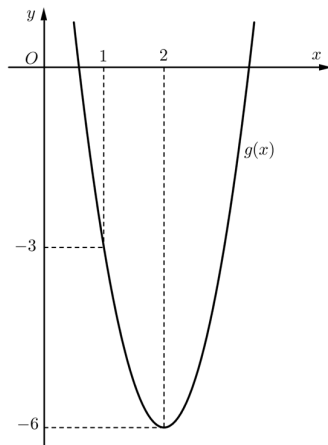
**Câu 47:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số  $h(x) = 7f(|5-x|) + 2022$  là



- A. 4.      B. 3.      C. 7.      D. 5.

**Câu 48:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $g(x) = f'(5-2x) - 3$  có đồ thị là một parabol

(P) như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-1;3)$ .      B.  $(-5;-4)$ .      C.  $(-\infty;3)$ .      D.  $(-5;0)$ .

**Câu 49:** Cho tứ diện đều  $SABC$  cạnh bằng 2 có  $D$  là điểm thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $BD = 3AD$ ,  $I$  là trung điểm của  $SD$ . Một đường thẳng  $d$  thay đổi qua  $I$  cắt các cạnh  $SA, SB$  lần lượt tại  $M, N$ . Khi  $d$  thay đổi, thể tích khối chóp  $S.MNC$  có giá trị nhỏ nhất bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{9}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}}{8}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ .

**Câu 50:** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x > 1, y > 1$  và

$$\log_3 x \cdot \log_3 (6y) + 2 \log_3 x \cdot \log_3 (2y) \cdot [3 - \log_3 (2xy)] = \frac{9}{2}.$$

Giá trị của biểu thức  $P = x + 2y$  gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 10.      B. 7.      C. 8.      D. 9.

-----HẾT-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.C	2.D	3.D	4.B	5.D	6.A	7.B	8.B	9.C	10.B
11.D	12.C	13.A	14.B	15.B	16.D	17.A	18.D	19.C	20.C
21.C	22.A	23.D	24.A	25.A	26.D	27.C	28.B	29.B	30.D
31.B	32.B	33.B	34.D	35.C	36.A	37.D	38.D	39.B	40.B
41.B	42.B	43.D	44.D	45.A	46.C	47.D	48.B	49.C	50.C

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1:** Nghiệm của phương trình  $3^{x+1} = 9$  là

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = -1$ .

**Lời giải**

Phương trình:  $3^{x+1} = 9 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$ .

**Câu 2:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích khối nón đã cho bằng

- A.  $18\pi$ .                      B.  $2\pi$ .                      C.  $4\pi$ .                      D.  $6\pi$ .

**Lời giải**

Thể tích của khối nón  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 6\pi$ .

**Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3 x < \log_3 (6-x)$  là

- A.  $(3; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 3)$ .                      C.  $(0; 6)$ .                      D.  $(0; 3)$ .

**Lời giải**

Bất phương trình:  $\log_3 x < \log_3 (6-x)$  TXĐ:  $D = (0; 6)$ .

$\Leftrightarrow x < 6-x \Leftrightarrow 2x < 6 \Leftrightarrow x < 3$ .

Kết hợp ĐKXĐ ta được tập nghiệm BPT là  $S = (0; 3)$ .

**Câu 4:** Tập xác định của hàm số  $y = (1-x)^{\sqrt{2}}$  là

- A.  $(-\infty; 1]$ .                      B.  $(-\infty; 1)$ .                      C.  $R$ .                      D.  $R \setminus \{1\}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = (1-x)^{\sqrt{2}}$  xác định khi  $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$ .

**Chọn B**

**Câu 5:** Diện tích  $S$  của mặt cầu có bán kính  $r$  được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $S = \pi r^2$ .                      B.  $S = \frac{4}{3}\pi r^2$ .                      C.  $S = \frac{1}{3}\pi r^2$ .                      D.  $S = 4\pi r^2$ .

**Lời giải**



**Chọn D**

**Câu 6:** Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

**A.** 5.

**B.** 3.

**C.** 6.

**D.** 4.

**Lời giải:**

Có 5 loại khối đa diện  $\{3,3\}, \{4,3\}, \{5,3\}, \{3,4\}, \{3,5\}$

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số là  $y = 2023^x$

**A.**  $y' = \frac{2023^x}{\ln 2023}$ .

**B.**  $y' = 2023^x \ln 2023$ .

**C.**  $y' = x2023^{x-1} \ln 2023$ . **D.**  $y' = x2023^{x-1}$

**Lời giải:**

Áp dụng công thức  $(a^x)' = a^x \ln a$  ta có  $y' = 2023^x \ln 2023$

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		$-4$		$4$		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

**A.**  $x = -4$ .

**B.**  $x = 1$ .

**C.**  $x = 4$ .

**D.**  $x = 3$ .

**Lời giải:**

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$ .

**Câu 9:** Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

**A.**  $5^2$ .

**B.**  $5!$ .

**C.**  $C_5^2$ .

**D.**  $A_5^2$ .

**Lời giải:**

Số cách chọn là số tổ hợp chập 2 của 5 phần tử  $C_5^2$

**Câu 10:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		$2$		$-5$		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) + 3 = 0$  là

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 0.

**B.** 3.

**Lời giải**

Số nghiệm của phương trình  $f(x) + 3 = 0$  bằng tổng số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -3$ .

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt đường thẳng  $y = -3$  tại 3 điểm nên phương trình có 3 nghiệm.

**Câu 11:** Hình lập phương có bao nhiêu cạnh ?.

- A. 12                                      B. 10                                      C. 8                                      **D. 12**

Lời giải

Để thấy hình lập phương có 12 cạnh.

**Câu 12:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là  $B$  và chiều cao là  $h$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $V = \frac{4}{3} Bh$                                       B.  $V = \frac{1}{6} Bh$                                       **C.  $V = Bh$**                                       D.  $V = \frac{1}{3} Bh$

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ  $V = Bh$ .

**Câu 13:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x - \sin 3x$  là

- A.  $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{1}{3} \cos 3x + C$**                                       B.  $2^x \ln 2 + \frac{1}{3} \cos 3x + C$   
C.  $2^x \ln 2 - 3 \cos 3x + C$                                       D.  $\frac{2^x}{\ln 2} - \frac{1}{3} \cos 3x + C$

Lời giải

Ta có,  $\int (2^x - \sin 3x) dx = \int 2^x dx - \int \sin 3x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{1}{3} \cos 3x + C$ .

**Câu 14:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 1$  là

- A.  $2x^2 + x + C$                                       **B.  $x^2 + x + C$**                                       C.  $x + C$                                       D.  $2x + C$

Lời giải

Ta có,  $\int f(x) dx = \int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$ .

**Câu 15:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log(100a^3)$  bằng

- A.  $3 + 3 \log a$                                       **B.  $2 + 3 \log a$**                                       C.  $6 \log a$                                       D.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \log a$

Lời giải

Ta có,  $\log(100a^3) = \log 100 + \log a^3 = 2 + 3 \log a$ .

**Câu 16:** [ **Mức độ 1**]. Thể tích khối trụ có chiều cao  $h$  và bán kính đáy  $r$  bằng

- A.  $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ .                                      B.  $\pi r h$ .                                      C.  $\frac{1}{3} \pi r h$ .                                      **D.  $\pi r^2 h$ .**

Lời giải

Thể tích khối trụ  $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \pi r^2 h$ .

**Câu 17:** [ **Mức độ 1**] Cho khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4. Thể tích  $V$  của khối chóp đã cho là

- A.  $V = 8$ .**                                      B.  $V = 4$ .                                      C.  $V = 24$ .                                      D.  $V = 12$ .

Lời giải

$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 4 = 8$ .

**Câu 18:** [ **Mức độ 1**] Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 7$ , công sai  $d = 2$ . Giá trị  $u_2$  bằng

- A. 14.                                      B.  $\frac{7}{2}$ .                                      C. 5.                                      **D. 9.**

Lời giải

$$u_2 = u_1 + d = 7 + 2 = 9.$$

**Câu 19:** [ Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+2}{-x+3}$  là

- A.  $y = -2$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 3$ .                      D.  $y = 2$ .

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x+2}{-x+3} = -\infty \text{ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là } x = 3.$$

**Câu 20:** [ Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 0)$ .                      B.  $(0; +\infty)$ .                      C.  $(0; 2)$ .                      D.  $(-\infty; 2)$ .

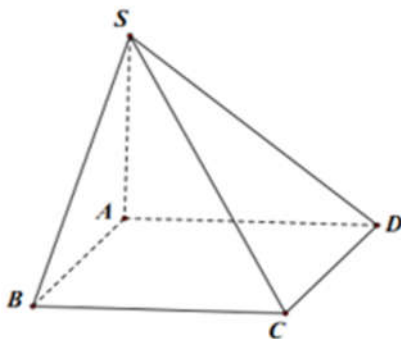
Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy  $f'(x) < 0$  trên  $(0; 2)$  nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

**Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \sqrt{2}a$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .                      B.  $\sqrt{2}a^3$ .                      C.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ .

Lời giải



$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  thỏa mãn  $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ,  $f'(1) = 0$ ,  $f(1) = 4$

và  $f(-1) = 2$ . Giá trị  $f(2)$  bằng

- A.  $5$ .                      B.  $-\frac{3}{2}$ .                      C.  $4$ .                      D.  $\frac{5}{2}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int \left( ax + \frac{b}{x^2} \right) dx = \frac{ax^2}{2} - \frac{b}{x} + C.$$

Từ giả thiết:  $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ,  $f'(1) = 0$ ,  $f(1) = 4$  và  $f(-1) = 2$  suy ra:

$$\begin{cases} a+b=0 \\ \frac{1}{2}a-b+C=4 \\ \frac{1}{2}a+b+C=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ C=\frac{5}{2} \end{cases}$$

Khi đó:  $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{2} \Rightarrow f(2) = 5$ .

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	$-\infty$	3	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.                      B. 0.                      C. 2.                      D. 1.

**Lời giải**

Qua BBT của hàm số  $y = f(x)$  ta thấy đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có 1 đường tiệm cận đứng.

**Câu 24:** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình  $\log_2 x \cdot \log_2 (32x) + 4 = 0$  là

- A.  $\frac{9}{16}$ .                      B.  $\frac{7}{16}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{32}$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x > 0$ .

$$\log_2 x \cdot \log_2 (32x) + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x \cdot (\log_2 x + 5) + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x + 5 \log_2 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 = -1 \\ \log_2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{16} \end{cases}$$

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là:  $\frac{9}{16}$ .

**Câu 25:** Cho khối đa diện đều loại  $\{4;3\}$  có cạnh bằng 4. Tổng diện tích tất cả các mặt của khối đa diện đã cho bằng

- A. 96.                      B. 54.                      C. 64.                      D. 24.

**Lời giải**

Khối đa diện đều loại  $\{4;3\}$  có cạnh bằng 4 là khối lập phương có cạnh bằng 4, khi đó tổng diện tích tất cả các mặt của khối đa diện đã cho bằng:  $6 \cdot 4^2 = 96$ .

**Câu 26:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$3$	$2$	$3$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(-2; 0)$ .

**Lời giải**

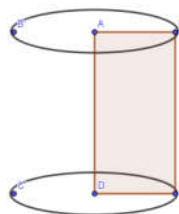
Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-2; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .

**Chọn D.**

**Câu 27:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Diện tích xung quanh của hình trụ được sinh ra bởi hình chữ nhật  $ABCD$  quay quanh cạnh  $AD$  bằng

- A.  $2\pi a^2$ .      B.  $8\pi a^2$ .      C.  $4\pi a^2$ .      D.  $\pi a^2$ .

**Lời giải**



Hình trụ có bán kính  $R = AB = a$  đường cao  $h = AD = 2a$ , suy ra

$$S_{xq} = 2\pi R.h = 2\pi.2a.a = 4\pi a^2$$

**Câu 28:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 5.

**Lời giải**

Hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Vì  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$ . Vậy có ba giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

**Câu 29:** Cắt khối cầu  $(S)$  bởi mặt phẳng  $(P)$  cách tâm của khối cầu một khoảng bằng  $a$  ta được thiết diện là hình tròn có đường kính bằng  $2\sqrt{2}a$ . Thể tích khối cầu đã cho bằng

- A.  $12\pi a^3$ .      B.  $4\sqrt{3}\pi a^3$ .      C.  $\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi a^3$ .      D.  $36\pi a^3$ .

**Lời giải**

Gọi  $I$  và  $R$  lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu  $(S)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  cách tâm một khoảng bằng  $a$ , ta có:  $h = d(I, (P)) = a$ .

Mà mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo thiết diện là hình tròn có đường kính bằng  $2\sqrt{2}a$  suy ra bán kính  $r = a\sqrt{2}$ .

Do đó  $R = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$ .

Vậy thể tích khối cầu là:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(a\sqrt{3})^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 30:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^3 - 33x$  trên đoạn  $[2;19]$  bằng

- A. -72.                      B. -58.                      C.  $12\sqrt{11}$ .                      D.  $-22\sqrt{11}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $f(x) = x^3 - 33x$  xác định và liên tục trên đoạn  $[2;19]$ .

Ta có:  $f'(x) = 3x^2 - 33$ ;  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 33 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{11} \in [2;19] \\ x = -\sqrt{11} \notin [2;19] \end{cases}$

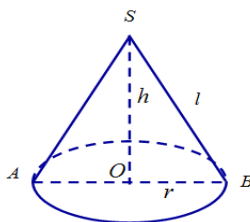
$f(2) = -58$ ;  $f(\sqrt{11}) = -22\sqrt{11}$ ;  $f(19) = 6232$ . Suy ra giá trị nhỏ nhất cần tìm là  $-22\sqrt{11}$ .

**Câu 31:** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài bằng  $a$ .

Diện tích toàn phần  $S_p$  của hình nón đó là

- A.  $S_p = \frac{1}{4}\pi a^2$ .                      B.  $S_p = \frac{3}{4}\pi a^2$ .                      C.  $S_p = \pi a^2$ .                      D.  $S_p = \frac{5}{4}\pi a^2$

**Lời giải**



Ta có  $l = a$ ,  $r = \frac{a}{2} \Rightarrow S_p = \pi r l + \pi r^2 = \pi \frac{a}{2} a + \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}\pi a^2$ .

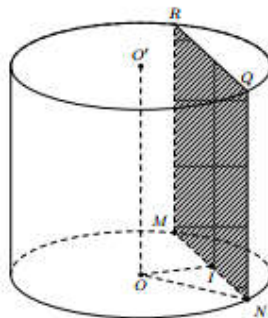
**Câu 32:** [Mức độ 2] Cho hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$ , chiều cao bằng  $2a$ . Mặt phẳng

$(\alpha)$  song song và cách trục của hình trụ một khoảng bằng  $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ . Diện tích thiết diện

của hình trụ cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng

- A.  $\sqrt{2}a^2$ .                      B.  $2a^2$ .                      C.  $a^2$ .                      D.  $\sqrt{3}a^2$ .

**Lời giải**



Gọi mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt hình trụ được thiết diện là hình chữ nhật  $MNQR$ .

Có:  $R = a, d = OI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Ta có:  $MI = \sqrt{OM^2 - OI^2} = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$ . Suy ra  $MN = a$ .

Vậy diện tích hình chữ nhật  $MNQR$  là:  $S_{MNQR} = a.(2a) = 2a^2$ .

**Câu 33: [Mức độ 2]** Một chiếc máy có hai động cơ I và II chạy độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7. Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt bằng

- A. 0,78                      B. 0,94                      C. 0,87                      D. 0,92

**Lời giải**

Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7. Suy ra xác suất để động cơ I và II chạy không tốt lần lượt là 0,2 và 0,3.

Xác suất để hai động cơ I và II đều chạy không tốt là:  $(0,2).(0,3) = 0,06$ .

Vậy xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt là:  $1 - 0,06 = 0,94$ .

**Câu 34: [Mức độ 2]** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $3^x + 9.3^{-x} < 10$  là

- A. 3                              B. 0                              C. 2                              D. 1

**Lời giải**

Có:  $3^x + 9.3^{-x} < 10 \Leftrightarrow 3^x + 9.\frac{1}{3^x} < 10 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 10.3^x + 9 < 0$

$\Leftrightarrow 1 < 3^x < 9 \Leftrightarrow 3^0 < 3^x < 3^2 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ . Vậy chỉ có 1 nghiệm nguyên là  $x = 1$ .

**Câu 35:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^2 - 9x$  và đồ thị hàm số  $y = 4x^3 - x^2$  là

- A. 2.                              B. 3.                              C. 1                              D. 0.

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $-x^2 - 9x = 4x^3 - x^2 \Leftrightarrow 4x^3 + 9x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ .

Vậy có đúng 1 giao điểm.

**Câu 36:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $9^x - (m+1)3^x + 2m - 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1x_2 + x_1 + x_2 \leq 2$ ?

- A. 1.                              B. 0.                              C. 3.                              D. 2.

**Lời giải**

$9^x - (m+1)3^x + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 2 \\ 3^x = m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 2 \\ x = \log_3 (m - 1) \end{cases}$ . Điều kiện:  $m > 1, m \neq 3$ .

$x_1x_2 + x_1 + x_2 \leq 2 \Leftrightarrow (x_1 + 1)(x_2 + 1) \leq 3$

$\Rightarrow [\log_3 (m - 1) + 1](\log_3 2 + 1) \leq 3$

$\Leftrightarrow \log_3 6.\log_3 [3(m - 1)] \leq 3$

$\Leftrightarrow \log_3 [3(m - 1)] \leq 3 \log_6 3$

$\Leftrightarrow 3(m - 1) \leq 3^{3 \log_6 3}$

$\Leftrightarrow m \leq 1 + 3^{3 \log_6 3 - 1} \approx 3,5$ .

Kết hợp với điều kiện ta được đúng 1 giá trị nguyên thỏa mãn là  $m = 2$ .



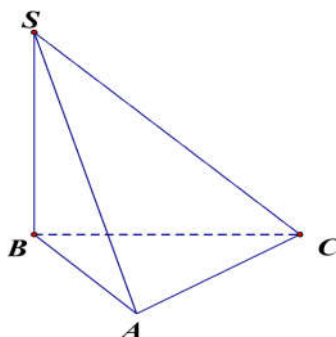


$$\Rightarrow AH = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

- Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ . Biết  $SB \perp (ABC)$  và  $SB = \sqrt{2}a$ . Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng
- A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB)$$

Suy ra, hình chiếu của  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAB)$  là  $SA$

$$\Rightarrow (\widehat{SC; (SAB)}) = (\widehat{SC; SA}) = \widehat{ASC} = \alpha$$

Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  $AC = AB = a$

Áp dụng định lý Py – ta – go cho tam giác vuông  $SAB$  ta có:

$$SA = \sqrt{SB^2 + AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Tam giác } SAC \text{ vuông tại } A \text{ có: } \tan \widehat{ASC} = \frac{AC}{SA} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng  $30^\circ$ .

- Câu 40:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$  với  $m$  là tham số. Khi  $m = m_0$  thì đồ thị của hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân. Giá trị  $m_0$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(3; 7)$ .                      B.  $(-2; 2)$ .                      C.  $(2; 5)$ .                      D.  $(-5; -2)$ .

Lời giải

**Cách 1:**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4(m+1)x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4(m+1)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m+1 \end{cases}.$$

Đồ thị số có ba điểm cực trị thì phương trình  $y' = 0$  có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow m > -1$  (\*).



Vậy  $3x^4 - 4x^2y^2 + 3y^4 = 3(x^2 - y^2)^2 + 2x^2y^2 = 5$ .

**Câu 43:** Cho hàm số đa thức  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-4$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$			$8193$		$68$	
	$-\infty$			$1$		$-15$
						$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = f(3 \cos x - 1)$  bằng

A. 23.

B. 68.

C. 1.

D. -15.

**Lời giải**

Đặt  $t = 3 \cos x - 1, (-4 \leq t \leq 2)$ .

Vậy  $g(x) = f(t)$  với  $-4 \leq t \leq 2$

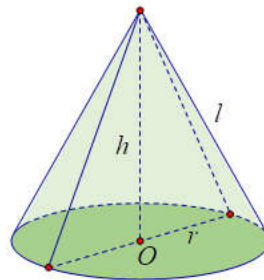
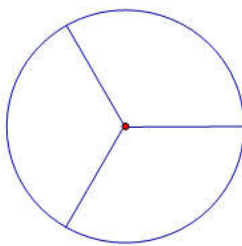
Bài toán quy về tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(t)$  trên đoạn  $[-4; 2]$ .

Từ bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(t)$  trên đoạn  $[-4; 2]$  là -15.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = f(3 \cos x - 1)$  bằng -15 khi  $t = 2$  nghĩa là

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

**Câu 44:** Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60cm thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ đó uốn và hàn mỗi miếng tôn đó để được cái phễu hình nón (tham khảo hình vẽ dưới đây). Lượng nước tối đa mà mỗi chiếc phễu đó có thể chứa bằng



A.  $\frac{1600\sqrt{2}\pi}{3}$  (lít).

B.  $\frac{16000\sqrt{2}}{3}$  (lít).

C.  $\frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$  (lít).

D.  $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$  (lít).

**Lời giải**

Đường sinh của hình nón tạo thành là  $l = 6 \text{ dm}$ .

Miếng tôn hình tròn có bán kính  $R = 6 \text{ dm}$  nên chu vi đường tròn ban đầu là  $C = 2\pi R = 12\pi \text{ dm}$ .

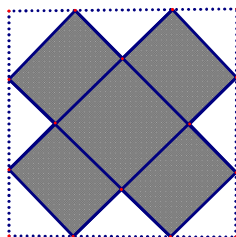
Gọi  $r$  là bán kính đường tròn đáy của hình nón tạo thành.

$$\text{Chu vi đường tròn đáy của hình nón tạo thành là: } 2\pi r = \frac{12\pi}{3} = 4\pi \text{ dm} \Rightarrow r = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ dm}.$$

$$\text{Đường cao của khối nón tạo thành là } h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích của mỗi cái phễu là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 4\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3} \text{ dm}^3 = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3} \text{ lít}.$$

**Câu 45:** Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh bằng  $6dm$  người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gập lại và hàn thành hình hộp chữ nhật không nắp. Lượng nước tối đa mà chiếc hộp có thể chứa được bằng



A.  $8\sqrt{2}$  (lít).

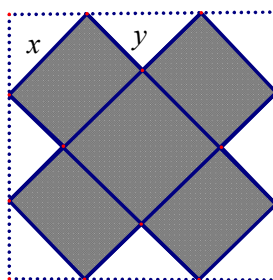
B.  $11\sqrt{2}$  (lít).

C.  $9\sqrt{2}$  (lít).

D.  $10\sqrt{2}$  (lít).

**Lời giải**

Đặt kích thước các cạnh như hình vẽ

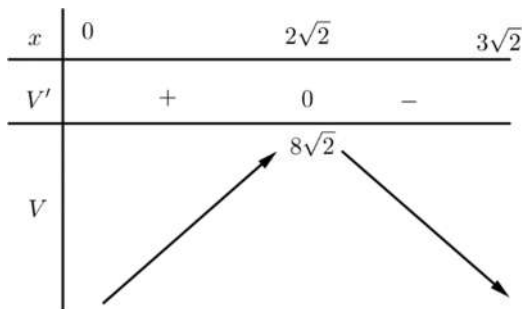


Ta có  $\frac{x}{\sqrt{2}} + y\sqrt{2} + \frac{x}{\sqrt{2}} = 6 \Leftrightarrow x + y = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow y = 3\sqrt{2} - x$  với  $0 < x < 3\sqrt{2}$ .

Thể tích của khối hộp tạo thành là  $V = x^2y = x^2(3\sqrt{2} - x)$ .

Ta có  $V' = 3x(2\sqrt{2} - x) = 0 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$ .

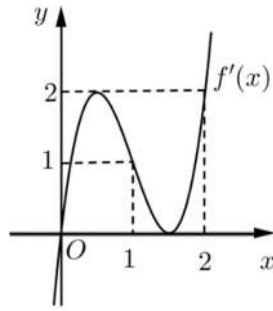
Ta có bảng biến thiên



Vậy:  $\max V = 8\sqrt{2}$  khi  $x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ .

**Câu 46:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ. Bất phương trình

$f(2 \cos x) - \cos 2x \leq m + 1$  nghiệm đúng với mọi  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  khi và chỉ khi



- A.  $m > f(1) + \frac{1}{2}$ .      B.  $m \geq f(0)$ .      C.  $m \geq f(1) - \frac{1}{2}$ .      D.  $m > f(1) - \frac{1}{2}$ .

Lời giải

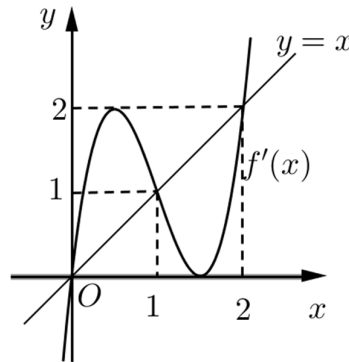
Đặt  $2\cos x = t$ . Vì  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  nên  $t \in (0; 2)$ .

Bất phương trình trở thành  $f(t) - \frac{t^2}{2} \leq m$ . Đặt  $g(t) = f(t) - \frac{t^2}{2}$  với  $t \in (0; 2)$ .

Bất phương trình đúng với mọi  $t \in (0; 2)$  khi và chỉ khi  $\max_{(0;2)} g(t) \leq m$ .

Ta có  $g'(t) = f'(t) - t$ .

$g'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t$ . Nghiệm phương trình này trên khoảng  $(0; 2)$  là hoành độ giao điểm của đồ thị  $y = f'(t)$  và đường thẳng  $y = t$  với  $t \in (0; 2)$ .



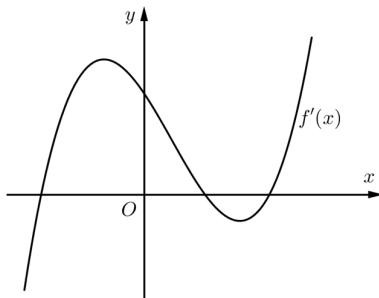
Bảng biến thiên của hàm số  $g(t) = f(t) - \frac{t^2}{2}$  trên  $(0; 2)$

$t$	0	1	2
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	$f(0)$	$f(1) - \frac{1}{2}$	$f(2) - 2$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy  $\max_{(0;2)} g(t) = g(1) = f(1) - \frac{1}{2}$ .

Vậy bất phương trình đã cho đúng với mọi  $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  khi và chỉ khi  $m \geq f(1) - \frac{1}{2}$ .

**Câu 47:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số  $h(x) = 7f(|5-x|) + 2022$  là



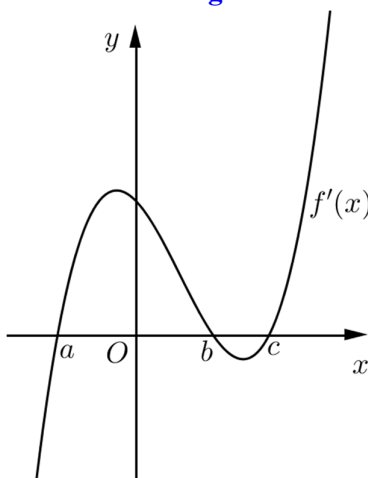
A. 4.

B. 3.

C. 7.

**D. 5.**

Lời giải



Ta có:

$$h(x) = 7f(|5-x|) + 2022 \Rightarrow h'(x) = -7 \cdot \frac{(5-x)}{|5-x|} f'(|5-x|)$$

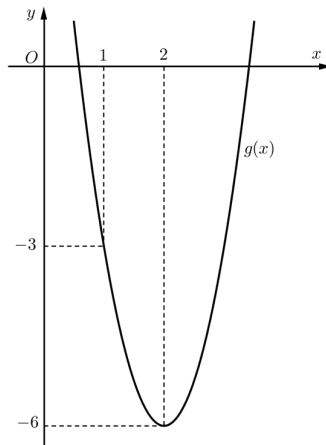
Ta thấy  $h'(x)$  không xác định tại điểm  $x = 5$  nhưng đổi dấu khi  $x$  qua 5. Vậy  $x = 5$  là một điểm cực trị của hàm số  $h(x)$ .

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow -7 \cdot \frac{(5-x)}{|5-x|} f'(|5-x|) = 0 \Leftrightarrow f'(|5-x|) = 0 \text{ (do } x \neq 5)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |5-x| = a < 0 \text{ (vn)} \\ |5-x| = b \\ |5-x| = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5-b \\ x = 5+b \\ x = 5-c \\ x = 5+c \end{cases} \text{ (các nghiệm này đều là nghiệm đơn và phân biệt)}$$

Vậy  $h(x) = 7f(|5-x|) + 2022$  có 5 điểm cực trị.

**Câu 48:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $g(x) = f'(5-2x) - 3$  có đồ thị là một parabol (P) như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-1;3)$ .      B.  $(-5;-4)$ .      C.  $(-\infty;3)$ .      D.  $(-5;0)$ .

**Lời giải**

Đồ thị hàm số  $y = g(x)$  là một parabol  $(P)$  có trục đối xứng là đường thẳng  $x = 2$ . Theo hình vẽ ta thấy đường thẳng  $(d): y = -3$  và  $(P)$  có 1 giao điểm là  $(1;-3)$ , nên giao điểm còn lại là  $(3;-3)$ .

Đặt  $t = 5 - 2x \Leftrightarrow x = \frac{5-t}{2}$ .

Ta có  $g(x) = f'(5-2x) - 3 \Leftrightarrow g\left(\frac{5-t}{2}\right) = f'(t) - 3 \Leftrightarrow f'(t) = g\left(\frac{5-t}{2}\right) + 3$ .

Theo đồ thị, ta có  $g(x) \geq -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$ , do đó

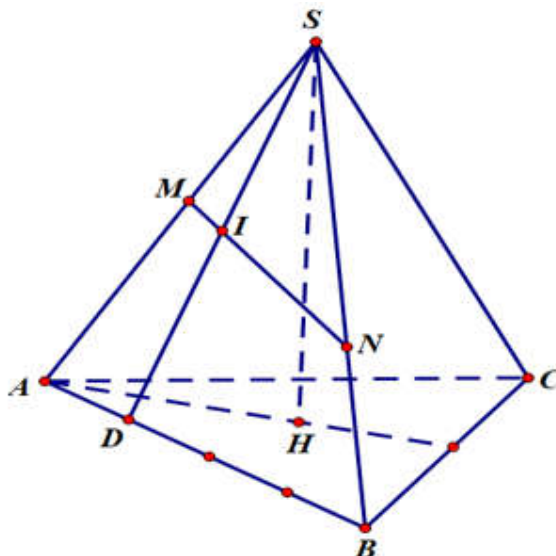
$$f'(t) \geq 0 \Leftrightarrow g\left(\frac{5-t}{2}\right) \geq -3 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5-t}{2} \geq 3 \\ \frac{5-t}{2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -1 \\ t \geq 3 \end{cases}.$$

Vậy hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên các khoảng  $(3;+\infty)$  và  $(-\infty;-1)$  do đó đồng biến trên  $(-5;-4)$ .

**Câu 49: [Mức độ 4]** Cho tứ diện đều  $SABC$  cạnh bằng 2 có  $D$  là điểm thuộc cạnh  $AB$  sao cho  $BD = 3AD, I$  là trung điểm của  $SD$ . Một đường thẳng  $d$  thay đổi qua  $I$  cắt các cạnh  $SA, SB$  lần lượt tại  $M, N$ . Khi  $d$  thay đổi, thể tích khối chóp  $S.MNC$  có giá trị nhỏ nhất bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{9}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}}{8}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ .

**Lời giải**



Gọi  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Vì  $SABC$  là tứ diện đều và  $AB = 2$  nên suy ra  $SH \perp (ABC)$ ,  $H$  là trọng tâm tam giác đều  $ABC$  và  $AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Từ đó suy ra } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \frac{SM}{SA} = k, \frac{SN}{SB} = l, 0 \leq k, l \leq 1$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB}$$

$$\text{Mặt khác } \frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{S_{\Delta SMI}}{4S_{\Delta SAD}} + \frac{3S_{\Delta SNI}}{4S_{\Delta SBD}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SI}{SD} + \frac{3}{4} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SI}{SD}$$

$$\text{Nên ta có } kl = \frac{1}{4} \cdot l \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot l \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow 8kl = k + 3l \Leftrightarrow l(8k - 3) = k \Leftrightarrow l = \frac{k}{8k - 3} \quad (2)$$

$$\text{Vì } \begin{cases} 0 \leq k \leq 1 \\ 0 \leq l \leq 1 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} 0 \leq k \leq 1 \\ 0 \leq \frac{k}{8k - 3} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{7} \leq k \leq 1 \Rightarrow 8k - 3 > 0$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNC}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = k \cdot l \Rightarrow V_{S.MNC} = k \cdot l \cdot V_{SABC} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có } V_{S.MNC} = k \cdot \frac{k}{8k - 3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{96} \cdot \frac{64k^2}{8k - 3}$$

$$\Leftrightarrow V_{S.MNC} = \frac{\sqrt{2}}{96} \cdot \left(8k + 3 + \frac{9}{8k - 3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{96} \cdot \left(8k - 3 + \frac{9}{8k - 3} + 6\right)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số dương ta có:

$$V_{S.MNC} \geq \frac{\sqrt{2}}{96} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{(8k - 3) \cdot \frac{9}{8k - 3}} + 6\right) = \frac{\sqrt{2}}{96} (6 + 6) = \frac{\sqrt{2}}{8}$$



$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow 8k - 3 = \frac{9}{8k - 3} \Leftrightarrow (8k - 3)^2 = 9 \Leftrightarrow k = \frac{3}{4} \left( \text{do } \frac{3}{7} \leq k \leq 1 \right).$$

$$\text{Vậy } \min V_{S.MNC} = \frac{\sqrt{2}}{8} \Leftrightarrow k = \frac{3}{4}$$

**Câu 50: [Mức độ 4]** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x > 1, y > 1$  và

$$\log_3 x \cdot \log_3 (6y) + 2 \log_3 x \cdot \log_3 (2y) \cdot [3 - \log_3 (2xy)] = \frac{9}{2}.$$

Giá trị của biểu thức  $P = x + 2y$  gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 10.

B. 7.

**C. 8.**

D. 9.

**Lời giải**

Đặt  $a = \log_3 x$  và  $b = \log_3 2y$ , trong đó  $a > 0, b > \log_3 2$ .

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$a(b+1) + 2ab(3-a-b) = \frac{9}{2} \Leftrightarrow 2ba^2 + (2b^2 - 7b - 1)a + \frac{9}{2} = 0.$$

Ta xem đẳng thức trên là phương trình bậc hai ẩn  $a$ . Nhận thấy  $b > 0$  và  $\frac{9}{2} > 0$  nên phương trình có nghiệm dương khi và chỉ khi

$$\begin{cases} S > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-(2b^2 - 7b - 1)}{2b} > 0 \\ (2b^2 - 7b - 1)^2 - 36b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 2 < b < \frac{7 + \sqrt{57}}{4} \\ (b-1)^2(4b^2 - 20b + 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 2 < b < \frac{7 + \sqrt{57}}{4} \\ (b-1)^2 = 0 \\ 4b^2 - 20b + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 2 < b < \frac{7 + \sqrt{57}}{4} \\ b = 1 \\ b \geq \frac{5 + 2\sqrt{6}}{2} \\ b \leq \frac{5 - 2\sqrt{6}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow b = 1.$$

Khi đó  $a = \frac{3}{2}$ . Vậy  $P = 3^a + 3^b = \sqrt{27} + 3 \approx 8,2$ .