|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **NGHỆ AN**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU**  **Năm học 2019-2020**  **Môn thi:TOÁN CHUYÊN** |

**Câu 1.**

1. Giải phương trình:
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 2.**

1. Cho đa thức thỏa mãn .

Chứng minh là một số lẻ

1. Tìm các cặp số nguyên dương sao cho chia hết cho 

**Câu 3.** Cho các số thực dương thỏa mãn 

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Câu 4.** Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn (O). Gọi là điểm nằm chính giữa của cung nhỏ Trên cạnh lấy điểm M sao cho đường thẳng cắt đường tròn (O) tại N (khác B). Các đường thẳng cắt cạnh lần lượt tại và 

1. Chứng minh 
2. Chứng minh là trực tâm 
3. Gọi là trung điểm của tia cắt đường tròn tại Chứng minh đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác 

**Câu 5.**Cho 12 điểm trên mặt phẳng sao cho 3 điểm nào cũng là đỉnh của một tam giác mà mỗi tam giác đó luôn tồn tại ít nhất một cạnh có độ dài nhỏ hơn Chứng minh rằng có ít nhất hai tam giác mà chu vi mỗi tam giác nhỏ hơn 2019.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Điều kiện : 



TH1: 

Th2: 

Vậy phương trình có hai nghiệm 

1. Hệ phương trình (1)

Đặt Ta có:

Hệ phương trình trở thành 



Th1: 

 là nghiệm của phương trình 



Th2: 

là nghiệm của phương trình (phương trình vô nghiệm)

**Câu 2.**

1. Ta có:



Lại có : 

Đặt 

Trừ vế theo vế (2) cho (1) ta có: mà chẵn, lẻ nên lẻ, ta có điều phải chứng minh.

1. Ta có:



Th1: Với mọi là số tự nhiên khác 0. Thử lại thấy thỏa mãn

Th2: ta có:(vô lý do 

Th3: . Ta có:

(vô lý do 

Vậy với m thuộc tập hợp số tự nhiên khác 0

**Câu 3.**

Từ đẳng thức 

Đặt 

Ta có: 

Mặt khác: 

Tương tự thì ta cũng có:





Cộng vế theo vế ta có: .Dấu bằng xảy ra khi hay là 

**Câu 4.**

****

1. Có (hai góc kề bù)



Suy ra 

1. Ta có: do E là điểm chính giữa cung BC và theo giả thiết Mặt khác AE là tia phân giác suy ra là trung trực đoạn thẳng hay vuông góc với tia NM.

Chứng mnh tương tự thì là tia phân giác của suy ra là đường trung trực của đoạn thẳng hay 

Từ hai điều trên ta có là trực tâm 

1. Gọi giao điểm của với EN là của với là Y

Gọi giao điểm của với đường tròn (O) là T. Dễ thấy rằng là hình bình hành nên là đường kính đường tròn (O)

hay K thuộc đường tròn đường kính suy ra năm điểm cùng thuộc một đường tròn.

Ta có: (do tứ giác nội tiếp)

Suy ra là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp 

**Câu 5.**

Ta tô màu các đoạn thẳng có đầu mút là 2 trong 12 điểm đã cho:

* Tô đỏ các đoạn thẳng có độ dài nhỏ hơn 673
* Tô xanh các đoạn thẳng còn lại

Thì mỗi tam giác có ít nhất một cạnh màu đỏ. Ta sẽ chứng mnh có ít nhất 2 tam giác có 3 cạnh đều là màu đỏ.

+Xét 6 điểm trong 12 điểm đã cho. Từ một điểm A nối đến các đoạn thẳng còn lại tạo thành 5 đoạn thẳng, được tô tới hai màu xanh, nên tồn tại 3 cạnh cùng màu. Giả sử đó là 

Nếu tô đỏ (nét liền) thì tam giác phải có 1 cạnh tô đỏ (h1)

Chẳng hạn Bc thì tam giác có ba cạnh tô đỏ (h2). Nếu tô xanh (nét đứt, h3). Do mỗi tam giác phải có ít nhất một cạnh đỏ nên và tam giác có ba cạnh đỏ.

Suy ra trong 6 điểm này luôn tồn tại ít nhất một tam giác có 3 cạnh màu đỏ

+Xét 6 điểm còn lại, chứng minh tương tự

Vậy trong 12 điểm luôn tồn tại ít nhất 2 tam giác có hai cạnh đều màu đỏ. Suy ra tồn tại ít nhất hai tam giác có chu vi mỗi tam giác bé hơn 

