

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CASIO NĂM HỌC 2009 – 2010 -Lớp 12 THPT

Qui ước: Khi tính gần đúng chỉ lấy kết quả với 5 chữ số thập phân.

Bài 1(5 điểm): Tìm số dư của phép chia 176594^{29} cho 293

Bài 2(5 điểm): Tìm số dư của phép chia 24728303034986074 cho 2006

Bài 3(5 điểm): Tính giá trị của biểu thức:

$$\sqrt{1+\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} \dots \sqrt{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{20}}$$

Bài 4(5 điểm): Cho $u_1 = 4$, $u_2 = 7$, $u_3 = 5$ & $u_n = 2u_{n-1} - u_{n-2} + u_{n-3}$ ($4 \leq n \in \mathbb{N}$). Tính u_{30}

Bài 5(5 điểm): Dãy số $\{u_n\}$ được cho bởi công thức: $u_n = n + \frac{2006}{n^2}$, với mọi n nguyên dương. Tìm số hạng nhỏ nhất của dãy số đó.

Bài 6(10 điểm): Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 7x - 4}{x^2 - 5x + 6}$. Tính $y^{(5)}$ tại $x = \frac{3}{5}$

Bài 7(5 điểm): Đường tròn $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ đi qua ba điểm A(5;2), B(3;-4), C(4;7). Tính giá trị của a,b,c.

Bài 8(5 điểm) Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình:

$$\cos \pi x^3 + \cos \pi (20x^2 + 11x + 2006) = 0$$

Bài 9(10 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC . Biết A(2; -4), B(-4;-1), C(6;4). Gọi D và E là chân các đường phân giác góc A trên đường thẳng BC. Tính diện tích ΔADE

Bài 10(10 điểm) Cho tứ giác ABCD có A(10;1), B nằm trên trục hoành, C(1;5); A và C đối xứng nhau qua BD; M là giao điểm của hai đường chéo AC và BD; $BM = \frac{1}{4} BD$

a) Tính diện tích tứ giác ABCD.

b) Tính độ dài đường cao đi qua đỉnh D của của ΔABD

Bài 11(10 điểm): Cho ΔABC cân tại A và nội tiếp trong đường tròn bán kính $R = 2006$. Tính giá trị lớn nhất của đường cao BH

Bài 12(5 điểm): Cho hàm số $y = 24x - \cos 12x - 3\sin 8x$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}]$

Bài 13(10 điểm): Hãy rút gọn công thức: $S_n(x) = 2 + 2.3x + 3.4x^2 + \dots + n(n-1)x^{n-2}$.
Hãy tính $S_{17}(-\sqrt{2})$

Bài 14(5 điểm): Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y = f(x) = \frac{2 \sin x + 3 \cos x - 1}{\sin x + 2}$$

Bài 15(5 điểm): Tìm nghiệm gần đúng(độ, phút, giây) của phương trình:

$$2\sin^2 x + 9\sin x \cdot \cos x - 4\cos^2 x = 0$$

ĐÁP ÁN

Bài 1: 74

Bài 2: 1254

Bài 3: Gán A = 0, B = 0

Khai báo: A = A + 1 : B = B + 1 A : C + C.√B

Kết quả: 17667,97575

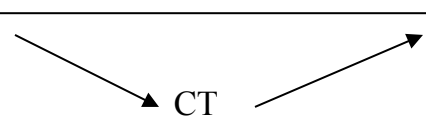
Bài 4: $u_{30} = 20\,929\,015$

Bài 5: $f(x) = x + \frac{2006}{x^2}, \forall x \in [1; +\infty)$

$$f'(x) = 1 - \frac{4012}{x^3} = \frac{x^3 - 4012}{x^3};$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{4012}$$

Vậy: $\min_{[1;+\infty)} f(x) = f(\sqrt[3]{4012}) \Rightarrow n = 16$

x	1	$\sqrt[3]{4012}$	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)			

CT

$$\text{Bài 6: } y^{(n)} = (-1)^{n+1} \cdot 7 \cdot \frac{n!}{(x-3)^{n+1}} + (-1)^n \cdot 10 \cdot \frac{n!}{(x-2)^{n+1}}$$

$$y^{(5)}\left(\frac{3}{5}\right) \approx -154,97683$$

$$\text{Bài 7: } a = \frac{49}{4}; b = -\frac{19}{4}; c = -\frac{323}{4}$$

Bài 8: * Khai báo hàm số: $\cos(\alpha x^2) + \cos(\alpha x^2) + 11\alpha x + 2006$

+ Bấm CALC: Lần lượt thay: 0,1,..

$f(0) = 2, f(1) = -2 \Rightarrow$ nghiệm thuộc $(0;1)$

* Khai báo pt: $\cos(\alpha x^2) + \cos(\alpha x^2) + 11\alpha x + 2006 = 0$

+ Bấm phím SHIFT SOLVE, X ?

Khai báo: X = 0,2 và bấm phím SHIFT SOLVE được: $x \approx 0,07947$

Bài 9: Áp dụng tính chất đường phân giác của tam giác, tính được: $D\left(\frac{2}{7}; \frac{8}{7}\right), E(-34; -36)$

$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AE \cdot AD = \frac{720}{7}$$

$$\text{Bài 10: } B\left(\frac{25}{6}; 0\right), D\left(\frac{19}{2}; 12\right); S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC = \frac{194}{3}$$

Bài 11: Đặt $\angle BAC = 2x$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$). $\triangle ABC$ cân tại A nên: $B = C = \frac{1}{2}(\pi - 2x) = \frac{\pi}{2} - x$

* Theo định lý cosin trong $\triangle ABC$ thì:

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow AB = 2R \cdot \sin C = 2R \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2R \cdot \cos x$$

$$* \triangle ABH \text{ vuông tại H có: } BH = AB \cdot \sin 2x = 2R \cdot \cos x \cdot \sin 2x \Leftrightarrow BH = 4R \cdot \sin x \cos^2 x = 4R \cdot \sin x \cdot (1 - \sin^2 x)$$

Đặt $t = \sin x$ ($0 < t < 1$) và $y = BH$

$$y = 4Rt(1 - t^2) = 4R(-t^3 + t), 0 < t < 1; y' = 4R(-3t^2 + 1); y' = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Lập bảng biến thiên	x	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\infty$
	y'	+	0	-
	y			

suy ra: $\max_{(0;1)} y = y\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{8R\sqrt{3}}{9} = \frac{8.2006.\sqrt{3}}{9} \approx 3088,43904$

Bài 12: GTLN $\approx 14,16445$; GTNN $\approx -16,16445$

Bài 13: $S_n(x) = (2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + n.x^{n-1})' = [(x+x^2+x^3+x^4+\dots+x^n)' - 1]'$
 $= [(x+x^2+x^3+x^4+\dots+x^n)']'$

$$= \left[\left(x \cdot \frac{x^n - 1}{x - 1} \right)' \right]' = \left[\frac{n.x^n - (n+1)x^n + 1}{(x-1)^2} \right]'$$

$$= \frac{n(n-1)x^{n+1} - 2(n^2-1)x^n + n(n+1)x^{n-1} - 2}{(x-1)^3}$$

$S_{17}(-\sqrt{2}) \approx -26108,91227$

Bài 14: GTLN $\approx 1,07038$; GTNN $\approx -3,73703$

Bài 15: $x_1 \approx 22^\circ 10' 22'' + k.180^\circ$; $x_2 \approx 78^\circ 28' 57'' + k.180^\circ$