

2. BÀI TẬP LUYỆN TẬP TỔNG HỢP

Chuyên đề 12. CƠ SỞ CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

1. NGUYÊN LÝ I NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

39. Người ta nhúng một dây đun bằng mayso vào một bình nước. Biết công suất tỏa nhiệt p của dây đun và nhiệt độ môi trường ngoài không đổi, nhiệt lượng của nước truyền ra môi trường ngoài tỉ lệ thuận với độ chênh lệch nhiệt độ giữa nước trong bình và môi trường. Nhiệt độ của nước trong bình ở thời điểm X được ghi bằng bảng dưới đây:

x (phút)	0	1	2	3	4	5
T (°C)	20	26,3	31,9	36,8	41,1	44,7

Hãy dùng cách tính gần đúng và xử lý số liệu trên để trả lời các câu hỏi sau.

- a) Nếu đun tiếp thì nước có sôi không? Nếu không sôi thì nhiệt độ cực đại của nước là bao nhiêu?
- b) Nếu khi nhiệt độ của nước là 60°C thì rút dây đun ra. Hỏi nước sẽ nguội đi bao nhiêu độ sau thời gian 1 phút? 2 phút?

(Trích đề thi Trại hè Hùng Vương, 2015)

Bài giải

- a) Nhiệt độ cực đại của nước

Gọi nhiệt độ của nước tăng thêm trong thời gian 1 phút là ΔT^0 , gọi T là nhiệt độ của nước sau mỗi phút, T_0 là nhiệt độ của môi trường, ΔT^0 là hàm của T. Gọi Δx là khoảng thời gian đun nước, vì nhiệt lượng của nước truyền ra môi trường ngoài tỉ lệ bậc nhất với độ chênh lệch nhiệt độ giữa nước trong bình và môi trường nên ta có:

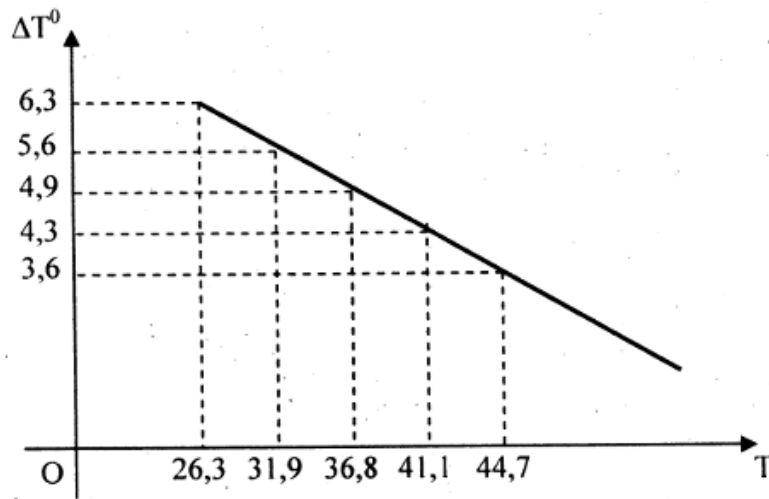
$$P\Delta x - k(T - T_0) = c\Delta T^0 \text{ (c là nhiệt dung riêng của nước, k là hệ số tỉ lệ dương)}$$

- Theo bảng, chọn $\Delta x = 1$ phút. Ta có:

$$\Delta T^0 = \left(\frac{P\Delta x + kT_0}{c} \right) - \frac{kT}{c} = a - bT$$

- Mặt khác, từ bảng số liệu đề bài cho ta có thêm bảng chứa ΔT^0 như sau:

x(phút)	0	1	2	3	4	5
T(°C)	20	26,3	31,9	36,8	41,1	44,7
ΔT^0	0	6,3	5,6	4,9	4,3	3,6



- Từ bảng này ta vẽ được đồ thị như hình bên.

- Từ đồ thị hoặc giải hệ, ta được:
$$\begin{cases} 6,3 = a - 26,3b \\ 5,6 = a - 31,9b \end{cases} \Rightarrow a = 9; b = 0,1$$

- Ta thấy $T = T_{max}$ khi $\Delta T^0 = 0$ và $T_{max} = \frac{a}{b} = \frac{9}{0,1} = 90^\circ C$ nên nước không thể sôi dù đun mãi.

Vậy: Nước không thể sôi vì nhiệt độ cực đại của nước khi đun là $T_{max} = 90^\circ C$

b) Nhiệt độ nước nguội đi sau thời gian 1 phút, 2 phút

- Khi rút dây đun, công suất bếp cung cấp cho nước là $P = 0$ và sau 1 phút nước nguội đi:

$$\Delta T^0 = \left(\frac{kT_0}{C} \right) - \frac{kT}{C} = bT_0 - bT = b(T_0 - T) = 0,1 \cdot (20 - 60) = -4^\circ C$$

- Ở phút thứ 2 nước nguội đi:

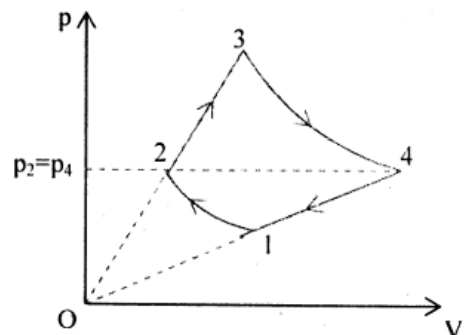
$$\Delta T^0 = bT_0 - bT = b(T_0 - T) = 0,1 \cdot (20 - 56) = -3,6^\circ C$$

Vậy: Sau 1 phút nước nguội đi $4^\circ C$ và sau 2 phút nước nguội đi $7,6^\circ C$

40. Một khối khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình biến đổi (1-2-3-4-1) như hình vẽ, trong đó quá trình (2-3) và (4-1) có áp suất tỉ lệ với thể tích, quá trình (1-2) và (3-4) là hai quá trình đẳng nhiệt. Biết $p_2 = kp_1$

a) Tính $\frac{V_3}{V_1}$ với $k = 2$. Tỉ số này thay đổi thế nào khi k tăng?

b) Tính hiệu suất của chu trình trên theo k .



(Trích đề thi Olympic 30-4, 2015)

Bài giải

a) Tính $\frac{V_3}{V_1}$ với $k = 2$.

- Quá trình đẳng nhiệt 1 – 2: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$ (1)

- Quá trình 2 – 3: $\frac{p_3}{p_2} = \frac{V_3}{V_2} \Leftrightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^2$ (2)

- Quá trình 4 – 1 : $\frac{p_4}{p_1} = \frac{V_4}{V_1} = k \Leftrightarrow \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^2 = k^2$ (3)

- Từ (2) và (3), ta được: $\frac{V_4}{V_1} = \frac{V_3}{V_2} = k$ (4)

- Từ (1) và (4), ta được: $\frac{V_3}{V_1} = 1 (\forall k)$ nên tỉ số này không thay đổi khi k tăng.

Vậy : Tỉ số $\frac{V_3}{V_1} = 1$ (với $k = 2$) và tỉ số này không thay đổi khi k tăng.

b) Hiệu suất của chu trình trên theo k

- Quá trình 1 – 2 (đẳng nhiệt): $\Delta U_{12} = 0; Q_{12} = A_{12} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} < 0$

- Quá trình 2 – 3: $A_{23} = \frac{(p_3 + p_2)(V_3 - V_2)}{2} = \frac{nR}{2}(T_3 - T_2) = \frac{nR}{2}(T_3 - T_1)$

$\Delta U_{23} = \frac{3nR}{2}(T_3 - T_2) = \frac{3nR}{2}(T_3 - T_1); Q_{23} = 2nR(T_3 - T_1) > 0$

- Quá trình 3 – 4 (đẳng nhiệt):

$\frac{p_4}{p_3} = \frac{V_3}{V_4}; \Delta U_{34} = 0; Q_{34} = A_{34} = nRT_3 \ln \frac{V_4}{V_3} > 0$

- Quá trình 4 – 1: $A_{41} = \frac{(p_4 + p_1)(V_1 - V_4)}{2} = \frac{nR}{2}(T_1 - T_4) = \frac{nR}{2}(T_1 - T_3)$

$\Delta U_{41} = \frac{3nR}{2}(T_1 - T_4) = \frac{3nR}{2}(T_1 - T_3); Q_{41} = 2nR(T_1 - T_3) < 0$

- Từ (2) và (4), ta được: $T_3 = k^2 T_1$

- Hiệu suất của chu trình:

$$H = 1 - \frac{|Q_{toa}|}{Q_{thu}} = 1 - \frac{\left| nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + 2nR(T_1 - T_3) \right|}{nRT_3 \ln \frac{V_4}{V_3} + 2nR(T_3 - T_1)} = 1 - \frac{\left| \ln \frac{1}{k} + 2(1 - k^2) \right|}{k^2 \ln k + 2(k^2 - 1)}$$

Vậy: Hiệu suất của chu trình là $H = 1 - \frac{\left| \ln \frac{1}{k} + 2(1 - k^2) \right|}{k^2 \ln k + 2(k^2 - 1)}$

41. Một khối khí lí tưởng có khối lượng m , khối lượng mol là μ , chỉ số đoạn nhiệt γ và nhiệt dung mol đẳng tích C_v . Khối khí thực hiện chu trình 1-2-3-4-1 như hình vẽ. Chu trình gồm hai quá trình đẳng tích 1-2; 3-4 và hai quá trình đẳng áp 2-3; 4-1. Nhiệt độ tuyệt đối tăng n lần ($n > 1$) cả trong quá trình đốt nóng đẳng tích và giãn nở đẳng áp.

a) Quá trình nào hệ nhận nhiệt, truyền nhiệt ra bên ngoài? Tìm nhiệt lượng hệ nhận và truyền ra bên ngoài trong từng quá trình theo n , γ , C_v , T_1 , m , μ .

b) Tìm hiệu suất của chu trình. Áp dụng số với $n = 2$ và biết khí là khí lí tưởng đơn nguyên tử.

(Trích đề thi Trại hè Hùng Vương, 2014)

Bài giải

a) Nhiệt lượng hệ nhận và truyền ra bên ngoài trong từng quá trình

- Quá trình đẳng tích 1 - 2: Đây là quá trình đốt nóng đẳng tích.

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = n \Rightarrow T_2 = nT_1 > T_1: \text{hệ nhận nhiệt}$$

- Quá trình đẳng tích 2 - 3: Đây là quá trình giãn nở đẳng áp.

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = n > 1 \Rightarrow T_3 = nT_2 = n^2T_1 > T_2: \text{hệ nhận nhiệt}$$

- Quá trình đẳng tích 3 - 4:

$$\frac{p_3}{p_4} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{p_2}{p_1} = n > 1 \Rightarrow T_3 = nT_4$$

$$\Rightarrow T_4 = nT_1 < T_3: \text{hệ truyền nhiệt ra bên ngoài.}$$

- Quá trình đẳng áp 4 - 1:

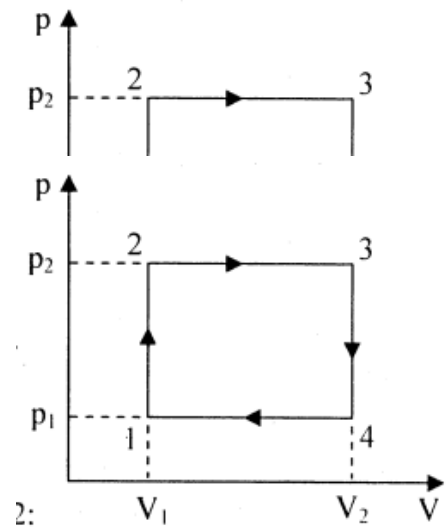
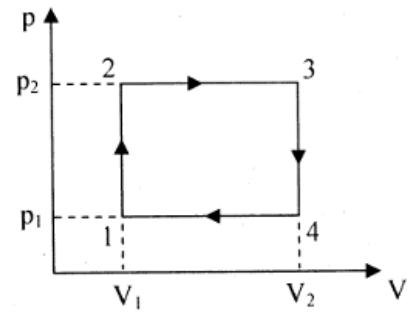
$$\text{Ta có: } T_4 = T_2 = nT_1 > T_1: \text{hệ truyền nhiệt ra bên ngoài}$$

- Nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình 1 - 2:

$$Q_{12} = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} C_v (nT_1 - T_1) = \frac{m}{\mu} C_v T_1 (n - 1)$$

- Nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình 2 - 3:

$$Q_{23} = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T = \frac{m}{\mu} \gamma C_v (T_3 - T_2) = \frac{m}{\mu} \gamma C_v (nT_2 - T_2)$$



$$\Leftrightarrow Q_{23} = \frac{m}{\mu} \gamma C_v (n^2 T_1 - n T_1) = \frac{m}{\mu} \gamma C_v T_1 (n - 1)$$

- Nhiệt lượng hệ truyền ra trong quá trình 3 – 4:

$$Q_{34} = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T = \frac{m}{\mu} C_v (T_4 - T_3) = \frac{m}{\mu} C_v (n T_1 - n^2 T_1) = \frac{m}{\mu} C_v n T_1 (1 - n) < 0$$

- Nhiệt lượng hệ truyền ra trong quá trình 4 – 1:

$$Q_{41} = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T = \frac{m}{\mu} \gamma C_v (T_1 - T_4) = \frac{m}{\mu} \gamma C_v T_1 (1 - n) < 0$$

Vậy: Nhiệt lượng hệ nhận và truyền ra bên ngoài trong từng quá trình như trên.

b) Hiệu suất của cả chu trình

$$\text{Ta có: } H = 1 - \frac{|Q_{34} + Q_{41}|}{Q_{12} + Q_{23}} = 1 - \frac{n + \gamma}{1 + n\gamma} = 1 - \frac{2 + \frac{5}{3}}{1 + 2 \cdot \frac{5}{3}} \approx 15,4\%$$

Vậy: Hiệu suất của chu trình là $H = 15,4\%$

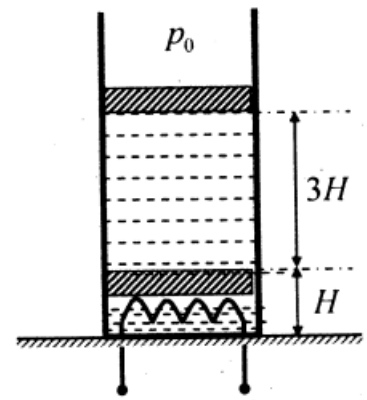
42. Một xi lanh tiết diện S đặt đứng chứa một chất khí đơn nguyên tử.

Trong xi lanh có hai pittông mỗi pittông có cùng khối lượng m như hình vẽ.

Khoảng cách giữa đáy xilanh và pittông phía dưới là H , còn khoảng cách giữa hai pittông là $3H$. Thành xilanh và pittông phía trên không dẫn nhiệt.

Pittông phía dưới dẫn nhiệt và có thể bỏ qua nhiệt dung của nó.

Mỗi pittông sẽ di chuyển được một khoảng là bao nhiêu sau khi cấp từ từ cho khí một nhiệt lượng bằng Q ? Áp suất bên ngoài là không đổi và bằng p_0 , gia tốc rơi tự do là g . Bỏ qua ma sát.



(Trích đề thi Trại hè Hùng Vương, 2015)

Bài giải

- Áp suất trong cả hai ngăn của xilanh đều không đổi và tương ứng đối với ngăn trên và ngăn dưới là:

$$p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}; p_2 = p_1 + \frac{mg}{S} = p_0 + \frac{2mg}{S} \quad (1)$$

- Nhiệt độ hai phần bằng nhau. Theo phương trình Clapêrôn - Mendêlêép, ta có:

$$p_1 \Delta V_1 = n_1 R \Delta T; p_2 \Delta V_2 = n_2 R \Delta T \quad (2)$$

$$\text{Với } n_1 = \frac{p_1 3HS}{RT_0}; n_2 = \frac{p_2 HS}{RT_0} \quad (3)$$

- Thay (3) vào (2), ta được:

$$\Delta V_1 = \frac{3HS}{T_0} \Delta T = 3 \Delta V_2 \quad (4)$$

- Độ dịch chuyển của pittông dưới và trên tương ứng là:

$$x_2 = \frac{\Delta V_2}{S}; x_1 = \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2}{S} = 4x_2 \quad (5)$$

Theo nguyên lý 1 của Nhiệt động lực học, ta có:

$$Q = \Delta U + \Delta A; \Delta U = \frac{3}{2}(n_1 + n_2)R\Delta T$$

$$\Leftrightarrow \Delta U = \frac{3}{2}(p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2) = \frac{3}{2}(4p_0 S + 5mg)x_2$$

- Công do khối khí sinh ra: $A' = p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2 = 4p_0 S x_2 + 5mg x_2$

$$\text{Do đó: } Q = \frac{5}{2}(3p_0 S x_2 + 4mg x_2) = \frac{5}{2}(3p_0 S + 4mg)x_2$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{2Q}{20p_0 S + 25mg}; x_1 = 4x_2 = \frac{8Q}{20p_0 S + 25mg}$$

Vậy: Độ dịch chuyển của hai pittông là:

$$x_2 = \frac{2Q}{20p_0 S + 25mg}; x_1 = \frac{8Q}{20p_0 S + 25mg}$$

43. Chu trình Di-ê-zen

Chu trình biểu diễn trên đồ thị p-V trong hình vẽ:

1- 2: nén đoạn nhiệt không khí.

2 - 3: nhận nhiệt đẳng áp (phun nhiên liệu vào xilanh, nhiên liệu cháy).

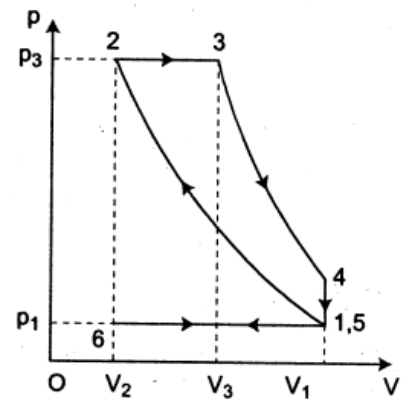
3- 4: giãn đoạn nhiệt.

4 - 1: (thực ra là 4-5-6-1) thải khí và nạp khí mới, có thể coi như nhả nhiệt.

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} \text{ gọi là tỉ số nén (từ 12 đến 20);}$$

$$\rho = \frac{V_3}{V_2} = \text{hệ số nổ sớm.}$$

Tính hiệu suất H của chu trình theo ε , ρ và theo chỉ số đoạn nhiệt của khí.



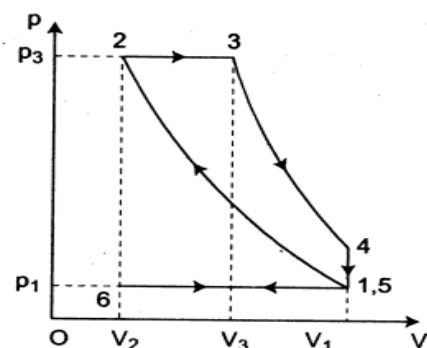
(Trích đề thi Trại hè Hùng Vương, 2015)

Bài giải

Xét 1 mol khí.

- Quá trình đẳng áp 2 – 3:

$$Q_1 = C_p(T_3 - T_2) = C_p T_2 \left(\frac{T_3}{T_2} - 1 \right) \quad (1)$$



- Quá trình đoạn nhiệt 1 – 2:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \varepsilon^{\gamma-1}$$

- Quá trình đẳng áp 2 – 3: $\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = \rho$

- Thay vào (1), ta được:

$$Q_1 = C_p T_1 \varepsilon^{\gamma-1} (\rho - 1) \quad (2)$$

- Quá trình đẳng tích 4 – 1:

$$Q_2' = C_v (T_4 - T_1) = C_v T_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1 \right) \quad (3)$$

- Quá trình đoạn nhiệt 3 – 4 và 1 – 2:

$$T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}; T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}; T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

- Chia hai vế của phương trình cho nhau, ta được: $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \rho^{\gamma}$

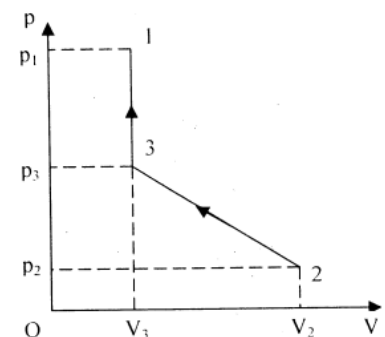
- Thay vào (3), ta được: $Q_2' = C_v T_1 (\rho^{\gamma} - 1) \quad (4)$

- Hiệu suất của chu trình: $H = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{\rho^{\gamma} - 1}{\varepsilon^{\gamma-1} (\rho - 1)}$

Vì hiệu suất phụ thuộc vào cả ε và ρ nên, hiệu suất sẽ tăng nếu tăng ε và giảm ρ .

Ghi chú : Chu trình Ôt-tô dùng cho động cơ đốt trong có bugi, cuối quá trình nén 1 - 2 bugi đánh lửa tạo nên sự cháy nổ, vì thế tỉ số nén ε không cần lớn lắm (khoảng 7 - 9). Chu trình Đê-ê-zen dùng cho động cơ Đê-ê-zen không có bugi, cuối quá trình nén 1 - 2 nhiên liệu tự cháy, cần có nhiệt độ cao, vì thế tỉ số nén ε cần khá lớn (khoảng 12 - 20) để tạo ra được nhiệt độ đủ cao cho sự tự cháy của nhiên liệu.

44. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử từ trạng thái ban đầu 1 với nhiệt độ $T_1 = 100K$ dẫn qua tuabin vào chân không. Khí sinh ra công và chuyển không thuận nghịch sang trạng thái 2 có thể tích $V_2 = 3V_1$, trong quá trình này khí không nhận nhiệt từ bên ngoài. Sau đó khí bị nén theo quá trình thuận nghịch mà áp suất phụ thuộc tuyến tính vào thể tích đến trạng thái 3 với $V_3 = V_1$ và $T_3 = T_2$ (T_2 là nhiệt độ của khí ở trạng thái 2). Tiếp theo khí biến đổi đẳng tích về trạng thái ban đầu 1 (hình vẽ).



Tính công mà chất khí sinh ra khi dẫn qua tuabin và chuyển từ trạng thái 1 sang trạng thái 2. Biết rằng trong quá trình 2 – 3 – 1 tổng đại số nhiệt lượng mà khí nhận được là $Q = 72J$ ($Q =$ nhiệt nhận được – nhiệt tỏa ra)

Bài giải

- Quá trình 1 – 2 (đoạn nhiệt): $Q_{12} = 0; A'_{12} = -\Delta U = C_v(T_1 - T_2)$

- Quá trình 2 – 3: $\Delta U_{23} = 0 \Rightarrow Q_{23} = A'_{23} = \frac{1}{2}(p_2 + p_3)(V_3 - V_2)$

$$\Rightarrow Q_{23} = \frac{1}{2}(p_2 + 3p_2)\left(\frac{1}{3}V_2 - V_2\right) = -\frac{4}{3}p_2V_2 = -\frac{4}{3}RT_2$$

- Quá trình 3 – 1 (đẳng tích): $A_{31} = 0$

$$\text{Và } Q_{31} = \Delta U_{31} = C_v(T_1 - T_3) = C_v(T_1 - T_2) = A'_{12}$$

- Theo đề: $Q_{23} + Q_{31} = Q = 72J \Leftrightarrow -\frac{4}{3}RT_2 + C_v(T_1 - T_2) = Q$

- Cộng $\frac{4}{3}RT_1$ vào hai vế của phương trình trên, ta được:

$$\left(\frac{4}{3}R + C_v\right)(T_1 + T_2) = Q + \frac{4}{3}RT_1 \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{Q + \frac{4}{3}RT_1}{\frac{4}{3}R + C_v}$$

- Thay vào biểu thức tính A'_{12} , ta được:

$$A'_{12} = C_v \frac{Q + \frac{4}{3}RT_1}{\frac{4}{3}R + C_v} = \frac{3}{2}R \frac{Q + \frac{4}{3}RT_1}{\frac{4}{3}R + \frac{3}{2}R}$$

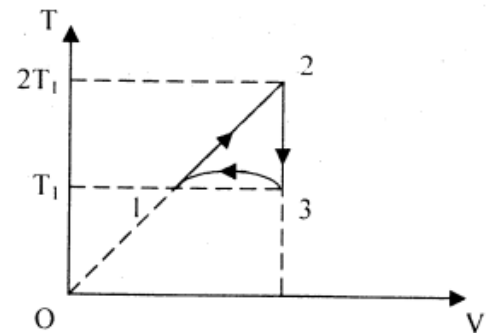
$$\Leftrightarrow A'_{12} = \frac{3}{2} \cdot 8,31 \frac{72 + \frac{4}{3} \cdot 8,31 \cdot 100}{\frac{4}{3} \cdot 8,31 + \frac{3}{2} \cdot 8,31} = 625J$$

Vậy: Công mà chất khí sinh ra khi dẫn qua tuabin và chuyển từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 là $A'_{12} = 625J$

45. Cho n mol khí lí tưởng biến đổi trạng thái được biểu diễn như hình vẽ. Các quá trình biến đổi từ trạng thái 1 sang trạng thái 2 và từ trạng thái 2 sang trạng thái 3 biểu thị bằng các đoạn thẳng. Quá trình biến đổi từ trạng thái 3 sang trạng thái 1 biểu thị bằng biểu thức: $T = \frac{T_1}{2}(3 - bV)bV$

Trong đó T_1 là nhiệt độ ban đầu đã biết, b là hằng số chưa biết.

Tìm công thức của khối khí thực hiện trong một chu trình?



Bài giải

- Từ các phương trình:

$$\begin{cases} T = \frac{T_1}{2}(3 - bV)bV \\ pV = nRT \end{cases}$$

$$\Rightarrow p = \frac{T_1}{2}(3 - bV)bnR = \frac{3}{2}T_1bnR - \frac{T_1}{2}b^2nRV$$

Ta thấy: p là hàm bậc nhất của V với hệ số $a < 0$ nên đồ thị của nó được biểu diễn trong hệ trục (p, V) có dạng đoạn thẳng 3 - 1 (hình vẽ).

- Từ phương trình trạng thái ứng với các đẳng quá trình, ta được:

$$T_2 = 2T_1, V_2 = 2V_1, p_2 = p_1$$

$$T_3 = T_1, V_3 = V_2 = 2V_1, p_3 = \frac{p_1}{3}$$

Từ đó: $A_{12} = p_1\Delta V = p_1(V_2 - V_1) = nR(T_2 - T_1) = nRT_1 > 0$: khí sinh công;

$$A_{23} = 0$$

$$A_{31} = \frac{1}{2}(p_1 + p_3)(V_2 - V_1) = \frac{3}{4}nRT_1 > 0$$
: khí nhận công

- Chuyển sang hệ tọa độ (p, V) : hình vẽ.

Vậy: Công do khí thực hiện được trong một chu trình là:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = nRT_1 + \frac{3}{4}nRT_1 = \frac{7}{4}nRT_1$$

46. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình có sơ đồ như hình vẽ.

$$\text{Cho } V_3 = 3V_1 = 3V_0; p_2 = 6p_1 = 6p_0$$

a) Tính theo (p_0, V_0) $T_{\max}$ và $T_{\min}$ của chu trình. Từ đó tính hiệu suất cực đại của chu trình.

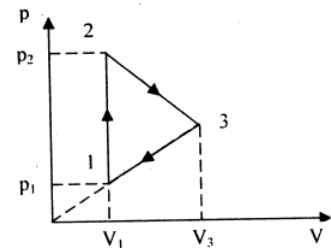
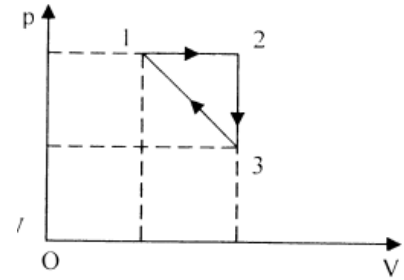
b) Tính theo (p_0, V_0) công mà khí thực hiện trong cả chu trình. Từ đó tính hiệu suất của chu trình.

Bài giải

a) Tính $T_{\max}$ và $T_{\min}$ và $H_{\max}$ của chu trình

$$\text{Ta có: } T_{\min} = T_0 = T_1 = \frac{p_0 V_0}{R}$$

$$\text{- Quá trình 3 - 1: } \begin{cases} p = aV \\ V_3 = 3V_1 = 3V_0 \end{cases} \Rightarrow p_3 = 3p_1 = 3p_0$$



- Quá trình 2 - 3:
$$\begin{cases} p = aV + b \\ 6p_0 = aV_0 + b \Rightarrow p = -\left(\frac{3}{2} \frac{p_0}{V_0}\right)V + \frac{15}{2} p_0 \\ 3p_0 = a.3V_0 + b \end{cases}$$

Mà: $pV = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{V} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V + \frac{15}{2} p_0$

$$\Rightarrow T = -\left(\frac{3p_0}{2RV_0}\right)V^2 + \frac{15}{2} \frac{p_0}{R} V = f(V)$$

- Đồ thị $T = f(V)$ có dạng parabol lùi, có đỉnh T_{max} khi $V = -\frac{b}{2a} = \frac{15}{6} V_0$

Và $T = T_{max} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{75}{8} \frac{p_0 V_0}{R} = T_C$

- Hiệu suất cực đại:

$$H_{max} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} \cdot 100\% = \frac{\frac{75}{8} \cdot \frac{p_0 V_0}{R} - \frac{p_0 V_0}{R}}{\frac{75}{8} \cdot \frac{p_0 V_0}{R}} \cdot 100\% \approx 89\%$$

Vậy: $T_{min} = \frac{p_0 V_0}{R}$; $T_{max} = \frac{75}{8} \frac{p_0 V_0}{R}$ và $H_{max} \approx 89\%$

b) Công mà khí thực hiện và hiệu suất của chu trình

- Công mà khí thực hiện trong cả chu trình:

$$A = S_{123} = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1) = \frac{1}{2}(6p_1 - p_1)(3V_1 - V_1) = 5p_0 V_0$$

- Hiệu suất của chu trình: Ta có:

+ $Q_{nhận} = Q_{12} + Q_{2C}$ (vì hai quá trình nhiệt độ tăng)

+ $Q_{12} = \Delta U_{12}$ (đẳng tích)

$$\Rightarrow Q_{12} = C_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2} R \left(6 \frac{p_0 V_0}{R} - \frac{p_0 V_0}{R} \right) = \frac{15}{2} p_0 V_0$$

+ $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$, với:

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2} R \left(\frac{75}{8} \cdot \frac{p_0 V_0}{R} - 6 \frac{p_0 V_0}{R} \right) = \frac{81}{16} p_0 V_0$$

$$A_{23} = S_{hthang} = \frac{1}{2}(p_3 + p_2)(V_3 - V_1) = \frac{1}{2} \left(\frac{15}{4} p_0 + 6p_0 \right) \left(\frac{5}{2} V_0 - V_0 \right) = \frac{117}{16} p_0 V_0$$

$$\Rightarrow Q_{nhận} = Q_{12} + \Delta U_{23} + A_{23} = \left(\frac{15}{2} + \frac{81}{16} + \frac{117}{16} \right) p_0 V_0 = \frac{159}{8} p_0 V_0$$

$$+ H = \frac{A}{Q_{nhận}} = \frac{5p_0V_0}{\frac{159}{8}p_0V_0} \approx 25\%$$

Vậy: Công mà khí thực hiện trong cả chu trình và hiệu suất của chu trình là $A = 5p_0V_0$ và $H \approx 25\%$

47. Một mol khí lưỡng nguyên tử hoạt động theo một chu trình kín được mô tả bởi đồ thị $T - V^2$ như hình vẽ bên.

Hãy biến đổi thành đồ thị $p - V$ từ đó tính công và hiệu suất của chu trình.

(Trích Đề thi Olympic Italia - 2000)

Bài giải

- Trên đoạn 1 – 2: $\frac{V^2}{T} = \text{const}$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2}V_1 \text{ và } p_2 = \sqrt{2}p_1$$

- Trên đoạn 2 – 3: $T_3 = \frac{1}{2}T_2 = T_1$

$$\Rightarrow p_3 = \frac{1}{2}p_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}p_1$$

- Lập bảng các thông số trạng thái như sau:

Trạng thái	Áp suất	Thể tích	Nhiệt độ
1	p_1	V_1	T_1
2	$\sqrt{2}p_1$	$\sqrt{2}V_1$	$2T_1$
3	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)p_1$	$\sqrt{2}V_1$	T_1
4	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)p_1$	V_1	$\left(\frac{1}{2}\right)T_1$

- Vẽ lại chu trình trên theo sơ đồ $p - V$ như hình bên: Ta có:

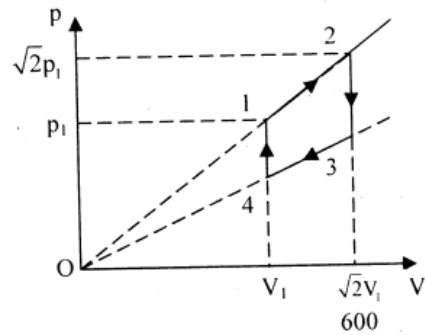
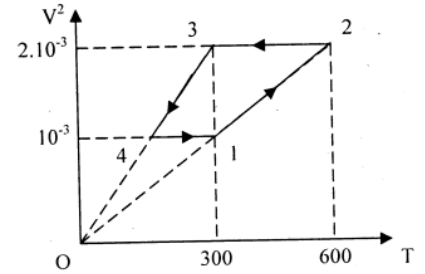
+ Công của chu trình:

$$A = \frac{1}{2}(p_2 + p_1)(V_2 - V_1) - \frac{1}{2}(p_3 + p_4)(V_3 - V_4) = \frac{1}{2}RT_1$$

+ Nhiệt lượng khối khí nhận được (quá trình 1 – 2 và 4 – 1): $Q = \Delta U + A$

$$Q = Q_{12} + Q_{41} = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) + \frac{5}{2}R(T_1 - T_4)$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{5}{2}R(2T_1 - T_1) + \frac{1}{2}(\sqrt{2}p_1 - p_1)(\sqrt{2}V_1 - V_1) + \frac{5}{2}R(T_1 - \frac{1}{2}T_1)$$



$$\Leftrightarrow Q = \frac{17}{4}RT_1 = \frac{17}{4} \cdot 8,31 \cdot 300 = 10595,25J$$

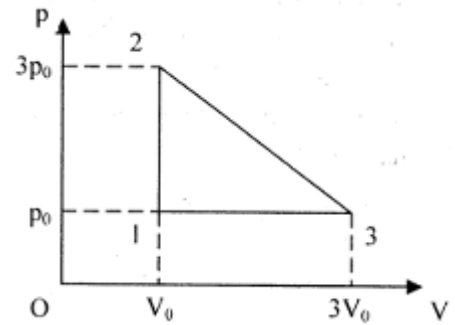
- Hiệu suất: $H = \frac{A}{Q} = \frac{623}{10595,25} = 0,059 = 5,9\%$

Vậy: Công và hiệu suất của chu trình là $A = 623J$ và $H = 5,9\%$

48. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện quá trình biến đổi trạng thái theo chu trình 1 - 2 - 3 - 1 được biểu diễn trên hệ tọa độ (p, V) là các đoạn thẳng như hình vẽ. Biết ở trạng thái 1, khí có thể tích V_0 và áp suất p_0 .

a) Hãy biểu diễn quá trình biến đổi trạng thái đã cho trên hệ tọa độ (T, V). Với thể tích khí bằng bao nhiêu thì nhiệt độ của khí đạt giá trị cực đại?

b) Trên những giai đoạn nào của quá trình biến đổi thì khí nhận nhiệt, tỏa nhiệt?



Bài giải

a) Biểu diễn quá trình biến đổi trạng thái đã cho trên hệ tọa độ (T, V)

Gọi T_0 là nhiệt độ của khí ở trạng thái 1: $T_1 = T_0$.

- Quá trình 1 - 2 (đẳng tích): $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 3T_0$, đồ thị là đoạn thẳng song song với OT.

- Quá trình 3 - 1 (đẳng áp): $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow T_3 = 3T_0 = T_2$, đồ thị là đoạn thẳng đi qua gốc tọa độ O.

- Quá trình 2-3: Áp suất phụ thuộc vào thể tích theo hàm bậc nhất: $p = aV + b$.

Tại các điểm 1, 2 ta có $p_0 = aV_0 + b$; $3p_0 = a \cdot 3V_0 + b$

$$\Rightarrow a = -\frac{p_0}{V_0} \text{ và } b = 4p_0$$

$$\Leftrightarrow p = -\frac{p_0}{V_0}V + 4p_0 \quad (1)$$

- Áp dụng phương trình Clapêrôn - Mendêlêép cho mol khí này, ta được:

$$pV = RT \Leftrightarrow -\frac{p_0}{V_0}V^2 + 4p_0V = RT \quad (2)$$

$$\text{và } p_0V_0 = RT_0 \Rightarrow R = \frac{p_0V_0}{T_0}$$

- Thay giá trị R vào (2), ta được: $T = -\frac{T_0}{V_0^2}V^2 + \frac{4T_0}{V_0}V \quad (3)$

Và $T = T_{max} = -\frac{\Delta}{4a} = 4T_0$ đạt được khi $V = -\frac{b}{2a} = 2V_0$

Vậy: Khi $V = 2V_0$ thì nhiệt độ khí đạt giá trị cực đại.

b) Giai đoạn nào của quá trình biến đổi thì khí nhận nhiệt, tỏa nhiệt

- Quá trình 1 - 2 (đẳng tích): $A_{12} = 0$ và nhiệt độ khí tăng nên khí nhận nhiệt.

- Quá trình 3 - 1 (đẳng áp); Nhiệt độ giảm nên nội năng giảm ($\Delta U < 0$), do thể tích cũng giảm nên khí nhận công ($A < 0$). Quá trình này khí tỏa nhiệt.

- Quá trình 2-3:

+ Xét một giai đoạn rất nhỏ, thể tích khí biến thiên một lượng ΔV . Áp dụng nguyên lí I của Nhiệt động lực học, ta có:

$$\Delta Q = \Delta A + \Delta U \quad (4)$$

+ Công do khí thực hiện được: $\Delta A = p\Delta V$

$$\Leftrightarrow A = \left(-\frac{p_0}{V_0} + 4p_0 \right) \Delta V = \frac{p_0}{V_0} (4V_0 - V) \Delta V \quad (5)$$

$$+ \text{Độ biến thiên nội năng: } \Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T = \frac{3}{2} \Delta p V \quad (6)$$

+ Thay (2) và (6), ta được:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \Delta \left(-\frac{p_0}{V_0} V^2 + 4p_0 V \right) = \frac{3p_0}{2V_0} (4V_0 - 2V) \Delta V \quad (7)$$

+ Thay (5) và (7) vào (4) ta được:

$$\Delta Q = \frac{p_0}{V_0} \left[(4V_0 - V) + \frac{3}{2} (4V_0 - 2V) \right] \Delta V = \frac{p_0}{V_0} (10V_0 - 4V) \Delta V$$

Vậy: Trong quá trình 2 - 3:

- Khí nhận nhiệt khi: $(10V_0 - 4V) > 0 \Leftrightarrow V_0 < V < 2,5V_0$

- Khí tỏa nhiệt khi: $(10V_0 - 4V) < 0 \Leftrightarrow 2,5V_0 < V < 3V_0$

49. Một khối khí lí tưởng đơn nguyên tử chứa trong một bình trụ thẳng đứng cân bằng nhiệt với môi trường ngoài. Khối khí được đẩy bằng một pittông nặng. Nâng pittông lên một đoạn H và giữ cho đến khi khối khí cân bằng nhiệt với môi trường. Sau đó, làm cách nhiệt bình với môi trường và thả pittông ra. Tìm vị trí cân bằng mới của pittông.

Bài giải

- Ban đầu, pittông nằm ở trạng thái cân bằng nên áp suất khí trong pittông là:

$$p_1 = p_0 + \frac{mg}{S} \quad (1)$$

(p_0 , m , S là áp suất khí quyển, khối lượng và tiết diện pittông).

- Khi nâng pittông lên đoạn H và khối khí cân bằng nhiệt với môi trường nên có cùng nhiệt độ T_0 với môi trường:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = nRT_0 \quad (2)$$

- Khi thả pittông ra, pittông di chuyển một đoạn h đến vị trí cân bằng mới. Áp dụng nguyên lí I của Nhiệt động lực học, ta có:

$$Q = \Delta U + A = n \frac{3}{2} R(T_3 - T_0) - p_0 Sh - mgh$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} p_3 V_3 - \frac{3}{2} p_2 V_2 - p_0 Sh - mgh = 0 \quad (3)$$

- Tại vị trí cân bằng (3) của pittông: $p_3 = p_1$ và $V_3 - V_2 = S(H - h)$ (4)

- Thay (1), (2), (4) vào (3), ta được:

$$\frac{3}{2} p_1 V_3 - \frac{3}{2} p_1 \frac{V_1}{V_2} V_2 - (p_1 - \frac{mg}{S}) Sh - mgh = 0$$

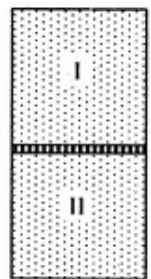
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} p_1 V_3 - \frac{3}{2} p_1 V_1 - p_1 Sh = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} p_1 S(H - h) - p_1 Sh = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} p_1 S(H - h) - p_1 Sh = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} (H - h) - h = 0 \Rightarrow h = 0,6H$$

Vậy: Vị trí cân bằng mới của pittông là $h = 0,6H$.

50. Một bình hình trụ cách nhiệt được chia thành hai ngăn nhờ một pittông nhẹ. Pittông này có khả năng truyền nhiệt yếu và có thể trượt không ma sát dọc theo thành bình. Biết rằng một ngăn của bình có chứa 10g heli ở nhiệt độ 500K, còn ngăn kia chứa 3g khí hydro ở nhiệt độ 400K. Hỏi nhiệt độ trong bình khi hệ cân bằng là bao nhiêu và áp suất thay đổi bao nhiêu lần? Xác định nhiệt dung của mỗi khí ở lúc đầu của quá trình cân bằng nhiệt độ. Bỏ qua nhiệt dung của pittông và thành bình.



Bài giải

Gọi $V_1, T_1, V_1', T_1', V_2, T_2, V_2', T_2'$ là các thông số của hai khối khí ở trạng thái đầu và cuối, V_0 là thể tích của bình, áp suất của hai khí luôn bằng nhau. Khi hệ cân bằng nhiệt ta có:

$$T_1' = T_2' = T$$

- Từ các phương trình trạng thái, ta được: $V_1 = \frac{25}{37} V_0, V_1' = \frac{5}{8} V_0; \frac{p'}{p} = \frac{36}{37}$

- Do xilanh cách nhiệt nên: $\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Leftrightarrow \Delta T_1 + \Delta T_2 = 0$

$$\Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{500 + 400}{2} = 450K$$

$$\text{Và } C_1 = C_2 = C; C_{v1} = \frac{3}{2}R \cdot \frac{10}{4} = \frac{15}{4}R; C_{v2} = \frac{5}{2}R \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{4}R$$

- Xét một trạng thái rất gần trạng thái ban đầu, ta có:

$$\frac{n_1 R(T_1 + \Delta T)}{V_1 + \Delta V} = \frac{n_2 R(T_2 - \Delta T)}{V_2 - \Delta V} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{n_1 V_2 + n_2 V_1}{n_1 T_1 + n_2 T_2} \quad (1)$$

- Theo nguyên lí 1 của Nhiệt động lực học, ta có: $Q_1 = \Delta U_1 + A_1$

$$\Leftrightarrow C_1 = C_{v1} + p \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{15}{4}R + \frac{n_1 n_2 R T_2 + n_1 n_2 R T_1}{n_1 T_1 + n_2 T_2}$$

$$\Leftrightarrow C_1 = \frac{15}{4} \cdot 8,31 + \frac{\frac{10}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 400 + \frac{10}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 500}{\frac{10}{4} \cdot 500 + \frac{3}{2} \cdot 400} = \frac{825}{148}R$$

Vậy: Nhiệt dung của mỗi khí ở lúc đầu của quá trình cân bằng nhiệt độ là

$$C_1 = C_2 = C = \frac{825}{148}R$$

51. Cắm đứng một ống thủy tinh đầu trên kín, đầu dưới hở vào chậu thủy ngân. Biết rằng độ dài phần ống thủy tinh bên trên mặt thủy ngân là $l = 76cm$, trong ống bịt kín có $n = 10^{-3}mol$ không khí. Giữ yên chậu thủy ngân và ống thủy tinh nhưng làm giảm nhiệt độ không khí trong ống thủy tinh xuống $10^\circ C$. Hỏi trong quá trình này nhiệt lượng tỏa ra hay thu vào của không khí trong ống là bao nhiêu? Biết áp suất ngoài ống là $76cmHg$, nội năng mỗi mol không khí là $U = C_v T$, trong đó T là nhiệt độ tuyệt đối, $C_v = 20,5(J/mol.K)$, hằng số khí $R = 8,3(J/mol.K)$.

Bài giải

Gọi độ dài cột khí trong ống thủy tinh là h , áp suất khí quyển là p_0 , áp suất khí trong ống là p , khối lượng riêng thủy ngân là ρ . Ta có:

$$p_0 = 1 \rho g; p = \rho g h = \rho g \frac{V}{S} \quad (1)$$

(S là diện tích mặt cắt ngang ống thủy tinh, V là thể tích cột khí trong ống)

- Áp dụng phương trình Clapêrôn - Mendêlêép, ta có: $pV = nRT$.

$$\Leftrightarrow \rho g \frac{V^2}{S} = nRT \quad (2)$$

- Từ (2) ta thấy, khi nhiệt độ giảm, thể tích và áp suất khí trong ống giảm. Khi nhiệt độ khí trong ống giảm từ T_1 đến T_2 thể tích khí giảm từ V_1 đến V_2 , môi trường thực hiện công dương đối với chất khí và trị số công này là:

$$W = \frac{1}{2} \rho g \left(\frac{V_1}{S} + \frac{V_2}{S} \right) (V_1 - V_2) = \rho V \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2S} \right) \quad (3)$$

$$\text{- Sự biến đổi nội năng chất khí trong ống là: } \Delta U = nC_v(T_2 - T_1) \quad (4)$$

Gọi Q là nhiệt lượng môi trường truyền cho chất khí trong ống, theo nguyên lí 1 của Nhiệt động lực học, ta có:

$$Q = \Delta U - W \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow Q = nC_v(T_2 - T_1) - \rho V \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2S} \right) = nC_v(T_2 - T_1) - \frac{nR(T_1 - T_2)}{2}$$

$$\Leftrightarrow Q = n(T_2 - T_1) \left(C_v + \frac{R}{2} \right) = 10^{-3} \cdot 10 \cdot \left(20,5 + \frac{8,31}{2} \right) = 0,247 J$$

Vậy: Nhiệt lượng khí tỏa ra môi trường là $Q = 0,247 J$.

52. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một quá trình biến đổi từ trạng thái 1 có áp suất $p_1 = 2 \text{ atm}$, thể tích $V_1 = 1 \text{ l}$ sang trạng thái 2 có áp suất $p_2 = 1 \text{ atm}$, thể tích $V_2 = 3 \text{ l}$.

Đường biểu diễn sự thay đổi của áp suất theo thể tích của quá trình đó trong hệ tọa độ (p, V) là một đoạn thẳng. Chứng tỏ rằng trong quá trình này khí luôn nhận nhiệt và tính công của khí lí tưởng.

Bài giải

- Phương trình của đoạn BC có dạng: $p = aV + b$. Vì B, C nằm trên BC nên:

$$2 = a + b$$

$$1 = 3a + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 = a + b \\ 1 = 3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -0,5 \\ b = 2,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow p = -0,5V + 2,5$$

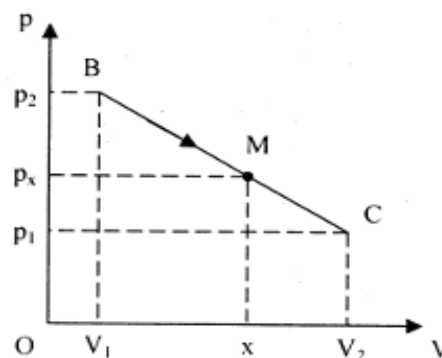
- Gọi M là một trạng thái có thể tích x , áp suất p_x trên BC, ta có:

$$p_x = -0,5x + 2,5; T_x = \frac{p_x x}{R}$$

$$\text{- Công của khí: } A_{BM} = \frac{1}{2} (p_1 + p_x)(x - V_1) = \frac{1}{2} (2 - 0,5x + 2,5)(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow A_{BM} = -0,25x^2 + 2,5x - 2,25 (\text{atm.l})$$

- Độ biến thiên nội năng:



$$\Delta U_{BM} = C_v(T_x - T_1) = \frac{3}{2}R \left(\frac{P_x x}{R} - \frac{p_1 V_1}{R} \right) = \frac{3}{2}(p_x x - p_1 V_1)$$

$$\Delta U_{BM} = \frac{3}{2}(-0,5x^2 + 2,5x - 2) = -0,75x^2 + 3,75x - 3(\text{atm.l})$$

- Theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học: $Q = \Delta U_{BM} + A_{BM}$

$$\Leftrightarrow Q = -x^2 + 6,25x - 5,25$$

$$\text{Từ đó: } Q = Q_{\max} \Leftrightarrow x = x_m = -\frac{b}{2a} = -\frac{625}{-2} = 3,125l > V_2$$

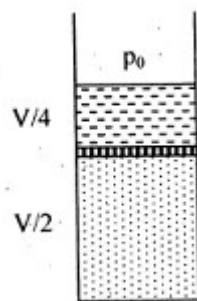
Vậy: Trong quá trình từ 1 đến 2, Q luôn tăng nên khí luôn nhận nhiệt và công của khí trong quá trình đó là:

$$A_{BC} = A_{12} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(2 + 1) \cdot 1,013 \cdot 10^5 (3 - 1) \cdot 10^{-3} \approx 303,9J$$

53. Trong một xilanh hình trụ thể tích V đặt thẳng đứng, có một pittông cách nhiệt có thể chuyển động không ma sát trong xilanh. Bỏ qua bề dày của pittông. Ngăn dưới chứa khí lí tưởng đơn nguyên tử. Khi pittông cân bằng thì áp suất của khí trong ngăn dưới là $2p_0$ ($p_0 = 10^5 \text{Pa}$

là áp suất của khí quyển). Đổ một chất lỏng thể tích $\frac{V}{4}$ lên trên pittông, thể tích khí

trong ngăn dưới còn là $\frac{V}{2}$ (hình vẽ). Xác định nhiệt lượng cần cung cấp cho khí ở



ngăn dưới để pittông chuyển động lên trên sao cho pittông và toàn bộ chất lỏng thoát hết ra khỏi xilanh. Cho

$V = 1l$, áp suất cột chất lỏng ban đầu khi đổ vào xi lanh là $\frac{p_0}{8}$.

Bài giải

- Khi chưa đổ chất lỏng: $p_0 + \frac{P}{S} = 2p_0 \Rightarrow p_p = \frac{P}{S} = p_0$: áp suất do trọng lượng pittông gây ra.

- Sau khi đổ chất lỏng:

+ Nhiệt lượng cung cấp cho khí làm biến thiên nội năng ΔU của khí và làm sinh công A đẩy chất lỏng và pittông ra khỏi xi lanh.

+ Áp dụng phương trình Clapêrôn - Mendêlêép cho trạng thái đầu của khí (nhiệt độ T_1) và trạng thái cuối của khí (nhiệt độ T_2), ta được:

$$\left(p_0 + p_0 + \frac{p_0}{8} \right) \frac{V}{2} = nRT_1 \Leftrightarrow \frac{17}{8} p_0 \frac{V}{2} = nRT_1$$

$$\text{Và } p_0 V = nRT_2$$

+ Độ biến thiên nội năng của khí: $\Delta U = nC_v(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}nRT_2 - \frac{3}{2}nRT_1$

$$\Leftrightarrow \Delta U = \frac{3}{2} p_0 V - \frac{3}{2} \cdot \frac{17}{8} p_0 \frac{V}{2} = -\frac{3}{32} p_0 V < 0$$

+ Công do khí thực hiện: $A = -(A_1 + A_2)$, (A_1 : công để chống lại trọng lực của chất lỏng và trọng lực của pittông; A_2 : công để chống lại áp suất bên ngoài).

$$\text{Với: } A_1 = \frac{p_0}{8} S \frac{\left(\frac{V}{4} + \frac{V}{8}\right)}{S} + p_0 S \frac{V}{2S} = \frac{35}{64} p_0 V; A_2 = p_0 \frac{V}{2} = \frac{1}{2} p_0 V$$

$$\Rightarrow A = -(A_1 + A_2) = -\left(\frac{35}{64} p_0 V + \frac{1}{2} p_0 V\right) = -\frac{67}{64} p_0 V < 0$$

+ Theo nguyên lí 1 của Nhiệt động lực học, ta có: $\Delta U = Q + A \Rightarrow Q = \Delta U - A$

$$\Leftrightarrow Q = -\frac{3}{32} p_0 V + \frac{67}{64} p_0 V = \frac{61}{64} p_0 V = \frac{61}{64} 10^5 \cdot 10^{-3} = 95,3125 \text{ J}$$

Vậy: Nhiệt lượng cần cung cấp cho khí là $Q = 95,3125 \text{ J}$.

54. Một lượng khí lí tưởng lưỡng nguyên tử ở áp suất p_1 , thể tích V_1 và nhiệt độ T_1 . Cho khí giãn nở đoạn nhiệt thuận nghịch đến thể tích V_2 . Sau đó được làm nóng đẳng tích đến nhiệt độ ban đầu T_1 rồi lại giãn đoạn nhiệt thuận nghịch đến thể tích V_3 .

a) Biểu diễn định tính các quá trình biến đổi trạng thái khí bằng đồ thị trong hệ tọa độ p-V.

b) Tính công mà khí sinh ra trong ba quá trình trên theo p_1, V_1, V_2, V_3 .

c) Nếu V_1 và V_3 cho trước, với giá trị nào của V_2 thì công mà khí sinh ra cực đại.

Bài giải

a) Biểu diễn định tính các quá trình biến đổi trạng thái khí bằng đồ thị trong hệ tọa độ p – V.

- Quá trình 1 – 2: đoạn nhiệt
- Quá trình 2 – 2': đẳng tích
- Quá trình 2' – 3: đoạn nhiệt

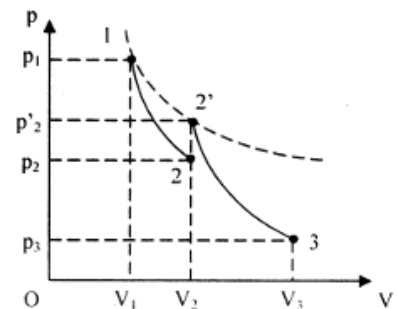
b) Công mà khí sinh ra trong ba quá trình trên theo p_1, V_1, V_2, V_3 .

Ta có: $A = A_1 + A_2 + A_3$

- Quá trình 1 – 2 (đoạn nhiệt): $Q_1 = 0; p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \frac{p_2}{p_1}$

$$\text{Và } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \cdot T_1$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} \Rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$



$$\Rightarrow A_1 = -\Delta U = -C_v(T_2 - T_1) = -\frac{R}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} T_1 - T_1 \right] = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

$$\text{Vì } p_1 V_1 = RT_1 \Rightarrow A_1 = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$$

- Quá trình 2 – 2' (đẳng tích): $A_2 = 0$

$$\text{- Quá trình 2' – 3 (đoạn nhiệt): Tương tự, ta được: } A_3 = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]$$

$$\text{Vì } T_1 = T_2' \text{ nên } p_1 V_1 = p_2 V_2; A_3 = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]$$

$$\text{- Công tổng cộng: } A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] + \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]$$

$$\Rightarrow A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[2 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]$$

Vậy: Công mà khí sinh ra trong ba quá trình trên là

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[2 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \right]$$

3) Giá trị nào của V_2 thì công mà khí sinh ra cực đại

$$\text{Đặt } y = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} + \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow A = A_{\max} \Leftrightarrow y = y_{\min}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số không âm $\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}, \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1}$, ta được:

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} + \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \geq 2 \sqrt{\left(\frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1}}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow V_2 = \sqrt{V_1 V_3}$$

Vậy: Để công mà khí sinh ra cực đại thì $V_2 = \sqrt{V_1 V_3}$

55. Một khối khí nitơ ($\mu = 28(\text{g/mol})$) đựng trong một xilanh. Người ta cho khối khí đó dẫn đoạn nhiệt từ thể tích $V_1 = 1\text{l}$ tới thể tích $V_2 = 3\text{l}$, rồi dẫn đẳng áp từ V_2 tới $V_3 = 5\text{l}$, sau đó dẫn đẳng nhiệt từ V_3 tới $V_4 = 7\text{l}$. Nhiệt độ và áp suất ban đầu của khí là $T_1 = 290\text{K}$, $p_1 = 6,58.10^5(\text{N/m}^2)$.

a) Tính công của khối khí sinh ra, độ biến thiên nội năng và nhiệt lượng nhận được trong mỗi quá trình biến đổi đó.

b) Tìm nhiệt độ T_4 và áp suất p_4 ở trạng thái sau cùng của khí. Cho nhiệt dung riêng đẳng tích của nitơ là $c_v = 710(\text{J/kg.K})$.

Bài giải

a) Công của khối khí sinh ra, độ biến thiên nội năng và nhiệt lượng nhận được

- Quá trình dẫn đoạn nhiệt: $Q_1 = 0$

$$+ \text{ Công do khối khí sinh ra: } A'_1 = -A_1 = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\gamma} \right]$$

$$\text{Với } \gamma = \frac{7}{5} = 1,4 \Rightarrow A'_1 = \frac{6,58.10^5.10^{-3}}{1,4 - 1} \left[1 - \left(\frac{3.10^{-3}}{10^{-3}} \right)^{1-1,4} \right] = 584\text{J}$$

$$+ \text{ Độ biến thiên nội năng của khí: } \Delta U_1 = -A'_1 = -584\text{J}$$

- Quá trình dẫn đẳng áp: Ta có:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 6,58.10^5 \left(\frac{10^{-3}}{3.10^{-3}} \right) = 1,42.10^5 (\text{N/m}^2)$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 290 \left(\frac{10^{-3}}{3.10^{-3}} \right)^{1,4-1} = 187\text{K}$$

$$+ \text{ Công do khối khí sinh ra: } A'_2 = p_2(V_3 - V_2) = 1,42.10^5.(3.10^{-3} - 10^{-3}) = 284\text{J}$$

$$+ \text{ Độ biến thiên nội năng: } \Delta U_2 = mc_v(T_3 - T_2)$$

$$\text{Với } m = \frac{\mu p_1 V_1}{RT_1}; T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_2} = 187. \frac{5}{3} = 312\text{K}$$

$$\Rightarrow \Delta U_2 = \frac{\mu p_1 V_1}{RT_1} c_v (T_3 - T_2) = \frac{28.6,58.10^5.10^{-3}}{8,31.290} . 710.(312 - 187) = 678\text{J}$$

$$+ \text{ Nhiệt lượng khí nhận được: } Q_2 = mc_p(T_3 - T_2) = m\gamma c_v(T_3 - T_2)$$

$$\Leftrightarrow Q_2 = \frac{\mu p_1 V_1}{RT_1} \gamma c_v (T_3 - T_2) = \frac{28.6,58.10^5.10^{-3}}{8,31.290} . 1,4.710(312 - 187) = 962\text{J}$$

$$- \text{ Quá trình dẫn đẳng nhiệt: } \Delta U_3 = 0, (T_4 = T_3 = 312\text{K})$$

+ Công do khối khí sinh ra: $A'_3 = p_3 V_3 \ln \frac{V_4}{V_3} = 1,42 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{7}{5} = 238 J$

+ Nhiệt lượng khí nhận được: $Q_3 = A'_3 = 238 J$

Vậy: Công của khối khí sinh ra, độ biến thiên nội năng và nhiệt lượng nhận được trong mỗi quá trình biến đổi là: $A'_1 = 584 J, Q_1 = 0, \Delta U_1 = -584 J; A'_2 = 284 J, Q_2 = 962 J, \Delta U_2 = 678 J; A'_3 = 238 J, \Delta U_3 = 0, Q_3 = 238 J$

c) Nhiệt độ T_4 và áp suất p_4 ở trạng thái sau cùng của khí

Ta có: $T_4 = T_3 = 312 K$: đẳng nhiệt.

Và $p_4 = p_3 \frac{V_3}{V_4} = 1,42 \cdot 10^5 \cdot \frac{5}{7} = 1,01 \cdot 10^5 (N/m^2)$

Vậy: Nhiệt độ và áp suất ở trạng thái sau cùng của khí là

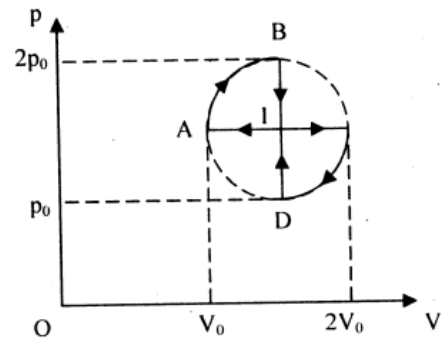
$T_4 = 312 K, p_4 = 1,01 \cdot 10^5 (N/m^2)$

56. Một chất khí lí tưởng đơn nguyên tử biến đổi theo chu trình ABICDIA được biểu diễn trên tọa độ p, V là đường vòng qua góc một phần tư thứ hai và thứ tư của vòng tròn (hình vẽ). Tính hiệu suất của chu trình đó.

Bài giải

Đặt $p_1 = p_D = p_0; p_2 = p_B = 2p_0$

$V_1 = V_A = V_0; V_2 = V_C = 2V_0$



- Công do khí thực hiện trong cả chu trình là: $A = \frac{1}{2} \pi I A \cdot I B$

$\Leftrightarrow A = \frac{1}{2} \pi (p_B - p_A)(V_B - V_A) = \frac{1}{8} \pi p_0 V_0$

- Trong chu trình trên khí nhận nhiệt trong các quá trình AB, IC và DI.

+ Xét quá trình AB: Theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học: $Q_1 = A_1 + \Delta U_1$

với:

$A_1 = \frac{1}{2} A + p_A (V_B - V_A) = \frac{1}{2} A + \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot \frac{V_2 - V_1}{2} = \left(\frac{\pi}{16} + \frac{3}{4} \right) p_0 V_0$

$\Delta U_1 = \frac{3}{2} nR(T_B - T_A) = \frac{3}{2} (p_A V_A - p_B V_B) = \frac{9}{4} p_0 V_0$

$Q_1 = \left(\frac{\pi}{16} + \frac{3}{4} \right) p_0 V_0 + \frac{9}{4} p_0 V_0 = \left(\frac{\pi}{16} + 3 \right) p_0 V_0$

- Xét quá trình IC (đẳng áp):

$$Q_2 = nC_p(T_c - T_1) = \frac{5}{2}nR(T_c - T_1) = \frac{5}{2}(p_c V_c - p_1 V_1) = \frac{15}{18}p_0 V_0$$

- Xét quá trình DI (đẳng tích):

$$Q_3 = nC_v(T_1 - T_D) = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_D) = \frac{3}{2}(p_1 V_1 - p_D V_D) = \frac{9}{8}p_0 V_0$$

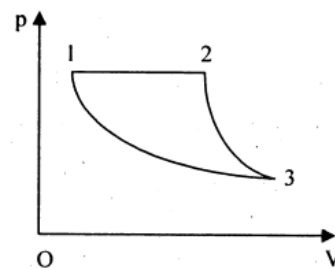
- Nhiệt lượng khí nhận được trong cả chu trình là: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$$\Leftrightarrow Q = \left(\frac{\pi}{16} + 3 \right) p_0 V_0 + \frac{15}{18} p_0 V_0 + \frac{9}{8} p_0 V_0 = \left(\frac{\pi}{16} + 6 \right) p_0 V_0$$

- Hiệu suất của chu trình là: $H = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{1}{8}\pi p_0 V_0}{\left(\frac{\pi}{16} + 6 \right) p_0 V_0} = \frac{2\pi}{\pi + 96} \approx 6,33\%$

Vậy: Hiệu suất của chu trình là: $H \approx 6,33\%$.

57. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử khi biến đổi trạng thái theo chu trình như hình vẽ thì thực hiện công A. Chu trình gồm ba quá trình: đẳng áp 1 - 2, đoạn nhiệt 2-3 và đẳng nhiệt 3 - 1. Độ biến thiên nhiệt độ cực đại có được trong chu trình là ΔT . Tính công của quá trình đẳng nhiệt.



Bài giải

- Từ đồ thị ta thấy: Quá trình 1-2 (đẳng áp): $V_2 > V_1 \Rightarrow T_2 > T_1$; quá trình 3-1

(đẳng nhiệt): $T_1 = T_3 < T_2$ nên $T_2 = T_{\max}, T_1 = T_{\min}$

$$\Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1$$

- Công thực hiện trong quá trình 1 - 2 (đẳng áp):

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = p_2 V_2 - p_1 V_1 = R\Delta T$$

- Công thực hiện trong quá trình 2-3 (đoạn nhiệt): $A_{23} = -\Delta U_{23} = \frac{3}{2}R\Delta T$

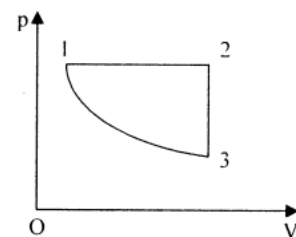
- Công thực hiện trong một chu trình: $A = A_{12} + A_{23} + A_{31}$

- Công trong quá trình 3 - 1 (đẳng nhiệt): $A_{31} = A - A_{12} - A_{23}$

$$\Leftrightarrow A_{31} = A - RT - 1,5RT = A - 2,5RT$$

Vậy: Công của quá trình đẳng nhiệt là $A_{31} = A - 2,5RT$

58. Một mol khí hêli thực hiện được một công A trong một chu trình gồm quá trình đẳng áp 1 - 2, quá trình đẳng tích 2 - 3 và quá trình đoạn nhiệt 3 - 1. Xác định lượng nhiệt mà khí nhận được trong quá trình đẳng áp, biết hiệu nhiệt độ cực đại và cực tiểu của khí trong chu trình là ΔT .



Bài giải:

- Trên đồ thị: $T_2 = T_{\max}, T_3 = T_{\min} \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_3$

- Công trong cả chu trình: $A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = p_1(V_1 - V_2) + 0 + \frac{3}{2}R(T_1 - T_3)$

$$\Leftrightarrow A = R(T_1 - T_2) + \frac{3}{2}R(T_1 - T_3) = R\left(T_1 - T_2 + \frac{3}{2}T_1 - \frac{3}{2}T_3\right)$$

$$\Leftrightarrow A = R\left(2T_1 - 2T_2 + \frac{3}{2}\Delta T\right) = 2R(T_1 - T_2) + \frac{3}{2}R\Delta T$$

$$\Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{A - 1,5R\Delta T}{2R}$$

- Lượng nhiệt mà khí nhận được trong quá trình đẳng áp 1-2 là:

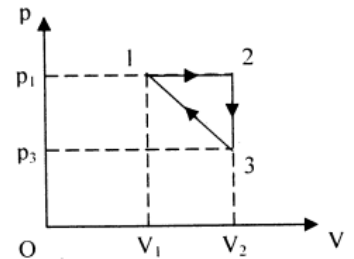
$$Q_{12} = \frac{5}{2}R(T_1 - T_2) = \frac{5}{4}(A - 1,5R\Delta T)$$

59. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình kín bao gồm một quá trình áp suất phụ thuộc tuyến tính vào thể tích, một quá trình đẳng tích và một quá trình đẳng áp như hình vẽ. Nhiệt độ của khí ở trạng thái 1 và 3 là $T_1 = 300K$, tỉ số thể tích trong quá trình đẳng áp là $\frac{V_2}{V_1} = 2,5$

a) Tính nhiệt lượng mà khí nhận được trong những phần của chu trình mà nhiệt độ tăng.

b) Tính hiệu suất của chu trình 1-2-3.

Cho nhiệt dung mol đẳng áp của khí lí tưởng đơn nguyên tử $C_p = 2,5R$, nhiệt dung mol đẳng tích của khí lí tưởng đơn nguyên tử $C_v = 1,5R$.



Bài giải

a) Nhiệt lượng mà khí nhận được trong những phần của chu trình mà nhiệt độ tăng

- Các thông số trạng thái:

+ Trạng thái 1: $p_1, V_1, T_1 = 300K$

+ Trạng thái 2: $p_2 = p_1, V_2 = 2,5V_1, T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} = 2,5T_1$

+ Trạng thái 3: $p_3 = p_1 \frac{V_1}{V_3} = 0,4p_1, V_3 = V_2 = 2,5V_1, T_3 = T_1$

- Xét quá trình 1-2: $p = \text{const}; V$ tăng $\Rightarrow T$ tăng

$$Q_{12} = C_p(T_2 - T_1) = 2,5R \cdot 1,5T_1 = \frac{15}{4}RT_1 = \frac{15}{4} \cdot 8,31 \cdot 300 = 9353,8J$$

- Xét quá trình 2-3: $V = \text{const}; p$ giảm $\Rightarrow T$ giảm.

Xét quá trình 3-1: Trong hệ tọa độ pOV đồ thị của quá trình này có dạng đường thẳng nên: $p = aV + b$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = aV_1 + b \\ p_2 = aV_2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{p_1V_3 - p_3V_1}{V_3 - V_1} \\ a = -\frac{p_1 - p_3}{V_3 - V_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow p = -\frac{p_1 - p_3}{V_3 - V_1}V + \frac{p_1V_3 - p_3V_1}{V_3 - V_1} \quad (1)$$

Từ phương trình Clapêrôn - Mendêlêép với 1 mol khí: $pV = RT$, suy ra:

$$T = \frac{pV}{R} = \frac{1}{R} \left[-\frac{p_1 - p_3}{V_3 - V_1}V^2 + \frac{p_1V_3 - p_3V_1}{V_3 - V_1}V \right]$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{1}{R(V_3 - V_1)} \left[-(p_1 - p_3)V^2 + (p_1V_3 - p_3V_1)V \right] \quad (2)$$

- Nhiệt độ lớn nhất trong quá trình 1-3 đạt được khi:

$$V = V_0 = -\frac{b}{2a}(p = p(V)); p = p_0 = -\frac{b}{2a}(V = V(p))$$

$$\Leftrightarrow V = V_0 = \frac{(p_1V_3 - p_3V_1)}{2(p_1 - p_3)} = \frac{(2,5p_1V_1 - 0,4p_1V_1)}{2(p_1 - 0,4p_1)} = \frac{2,1}{1,2}V_1 = \frac{7}{4}V_1$$

Và $p = p_0 = \frac{(p_1V_3 - p_3V_1)}{2(V_3 - V_1)} = \frac{(2,5p_1V_1 - 0,4p_1V_1)}{2(2,5V_1 - V_1)} = \frac{2,1}{3}p_1 = \frac{7}{10}p_1$

$$\text{Lúc đó: } T_{\max} = -\frac{1}{R(V_3 - V_1)} \left(-\frac{\Delta}{4a} \right) = \frac{(p_1V_3 - p_3V_1)^2}{4R(V_3 - V_1)(p_1 - p_3)}$$

$$\Leftrightarrow T_{\max} = \frac{1}{R} \left(\frac{7}{4}V_1 \right) \left(\frac{7}{10}p_1 \right) = \frac{49}{40} \cdot \frac{p_1V_1}{R} = \frac{49}{40}T_1$$

- Như vậy, trong quá trình 3-1 chỉ có giai đoạn từ 3-0 ($T = T_{\max}$) là nhiệt độ tăng.

Nhiệt lượng khi nhận được trong quá trình này:

$$Q_{30} = \Delta U - A = C_v(T_0 - T_3) + \frac{1}{2}(p_0 - p_3)(V_0 - V_3)$$

$$\Leftrightarrow Q_{30} = 2,5R \left(\frac{49}{40}T_1 - T_1 \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{7}{10}p_1 - 0,4p_1 \right) \left(\frac{7}{4}V_1 - 2,5V_1 \right)$$

$$\Leftrightarrow Q_{30} = \frac{9}{40}RT_1 = \frac{9}{40} \cdot 8,31 \cdot 300 = 561J$$

Vậy: Nhiệt lượng mà khí nhận được trong những phần của chu trình mà nhiệt độ tăng là $Q_{30} = 561J$.

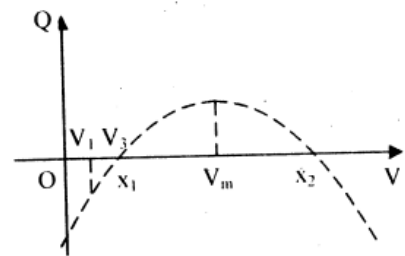
b) Hiệu suất của chu trình 1-2-3

Xét trạng thái 4 nằm trên quá trình 3 - 1, với $V_4 = x, p_4 = p$

- Công khí nhận được trong quá trình 3 - 4: $A_{34} = \frac{1}{2}(p_3 + p_4)(V_3 - V_4)$

$$\Leftrightarrow A_{34} = \frac{1}{2}(aV_3 + b + ax + b)(V_3 - x) = \frac{1}{2}[a(V_3 + x) + 2b](V_3 - x)$$

$$\Leftrightarrow A_{34} = \frac{1}{2}a(V_3^2 - x^2) + b(V_3 - x)$$



- Độ biến thiên nội năng trong quá trình 3 - 4: $\Delta U_{34} = C_v(T_4 - T_3)$

$$\Leftrightarrow \Delta U_{34} = 1,5R(T_4 - T_3) = 1,5(p_4 x - p_3 V_3)$$

$$\Leftrightarrow \Delta U_{34} = 1,5(ax^2 + bx - aV_3^2 - bV_3)$$

$$(p_4 = ax + b; p_3 = aV_3 + b)$$

$$\Leftrightarrow \Delta U_{34} = 1,5a(x^2 - V_3^2) + 1,5b(x - V_3)$$

- Nhiệt lượng trao đổi trong quá trình 3-4:

$$Q_{34} = \Delta U_{34} - A_{34}$$

$$\Leftrightarrow Q_{34} = 2a(x^2 - V_3^2) + 2,5b(x - V_3)$$

Vì Q_{34} là hàm bậc 2 theo V nên đồ thị Q_{34} theo V có dạng parabol.

$$Q_{34} = 0 \Leftrightarrow x_1 = V_3$$

$$\text{Hoặc } x_2 = -\frac{2,5b}{2a} - V_3 = \frac{3}{4}V_3, (b = \frac{p_1 V_3 - p_3 V_1}{V_3 - V_1} a = -\frac{p_1 - p_3}{V_3 - V_1})$$

- Nhiệt lượng khí thu vào có giá trị cực đại khi:

$$V_m = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{1}{2}(V_3 + \frac{3}{4}V_3) = \frac{7}{8}V_3$$

(Tại V_m hệ chuyển từ nhận nhiệt sang tỏa nhiệt).

- Nhiệt lượng mà khí nhận được trong quá trình từ trạng thái 3 đến trạng thái 4:

$$Q_{31} = 2a(V_m^2 - V_3^2) + 2,5b(V_m - V_3)$$

$$Q_{31} = -2 \frac{2,5p_3 - p_3}{V_3 - \frac{V_3}{2,5}} \left(\left(\frac{7}{8}V_3 \right)^2 - V_3^2 \right) + 2,5 \cdot \frac{2,5p_3 V_3 - p_3 \frac{V_3}{2,5}}{V_3 - \frac{V_3}{2,5}} \left(\frac{7}{8}V_3 - V_3 \right)$$

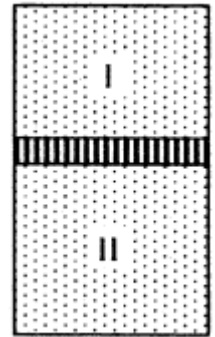
$$Q_{31} = \frac{47}{64}p_3 V_3 = \frac{47}{64}RT_3 = \frac{47}{64}RT_1$$

$$\text{- Hiệu suất của chu trình : } H = \frac{|A|}{Q_{thu}} = \frac{|A|}{Q_{12} + Q_{3m}} = \frac{\frac{1}{2}(p_1 - p_3)(V_3 - V_1)}{Q_{12} + Q_{34}}$$

$$H = \frac{1}{2} \frac{(p_1 - 0,4p_1)(2,5V_1 - V_1)}{\frac{15}{4}RT_1 + \frac{47}{64}RT_1} = 10,03\%$$

Vậy: Hiệu suất của chu trình 1-2-3 là $H = 10,03\%$.

60. Một xilanh cách nhiệt kín hình trụ chiều cao $h = 1,8\text{m}$, tiết diện $S = 500\text{cm}^2$ đặt thẳng đứng, xilanh được chia thành hai phần bằng một pittông cách nhiệt như hình vẽ. Phần trên chứa $0,2\text{g}$ hiđro ở nhiệt độ 27°C , thể tích 40l ; phần dưới chứa $3,2\text{g}$ oxi ở nhiệt độ 127°C , thể tích 50l .



- a) Tính áp suất khí trong hai phần của xilanh. Tính khối lượng pittông.
- b) Người ta giữ chặt pittông rồi lật ngược đáy lên trên. Sau đó thả pittông, thấy sau khi pittông cân bằng, hiđro chiếm thể tích 35l và nhiệt độ tổng cộng của hai chất khí là $156,5^\circ\text{C}$. Hãy xác định nhiệt độ khí ở trạng thái sau. Bỏ qua ma sát giữa pittông và xilanh, khối lượng chất khí không đáng kể so với khối lượng pittông.
- c) Tính độ biến thiên nội năng của cả hai chất khí. Cho nhiệt dung mol đẳng tích của khí lí tưởng lưỡng nguyên tử $C = 2,5R$.

Bài giải

a) Áp suất khí trong hai phần của xilanh và khối lượng pittông

- Áp suất khí phần trên :

$$p_1 = \frac{n_1 RT_1}{V_1} = \frac{m_1 RT_1}{\mu_1 V_1} = \frac{0,2 \cdot 8,31 \cdot 300}{2 \cdot 40 \cdot 10^{-3}} = 6232,5 (\text{N} / \text{m}^2)$$

$$\text{- Áp suất khí phần dưới : } p_2 = \frac{m_2 RT_2}{\mu_2 V_2} = \frac{3,2 \cdot 8,31 \cdot 400}{32 \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = 6648 (\text{N} / \text{m}^2)$$

$$\text{- Gọi } p_m \text{ là áp suất của riêng pittông tác dụng lên khối khí phía dưới : } p_m = \frac{mg}{S}$$

Điều kiện cân bằng của pittông là :

$$p_1 + p_m = p_2 \Rightarrow p_m = p_2 - p_1 = 6648 - 6232,5 = 415,5 (\text{N} / \text{m}^2)$$

$$\Rightarrow m = \frac{p_m S}{g} = \frac{415,5 \cdot 0,05}{10} = 2,08 \text{kg}$$

Vậy: Áp suất khí trong hai phần của xilanh là $p_1 = 6232,5 (\text{N} / \text{m}^2)$; $p_2 = 6648 (\text{N} / \text{m}^2)$; khối lượng pittông là $m = 2,08 \text{kg}$

b) Xác định nhiệt độ khí ở trạng thái sau

- Sau khi lật ngược đáy lên và pittông đang ở trạng thái cân bằng : $p'_1 = p'_2 + p_m$

$$\Leftrightarrow \frac{n_1 RT'_1}{V'_1} = \frac{n_2 RT'_2}{V'_2} + p_m$$

$$\Leftrightarrow \frac{0,1.8,31.T_1'}{35.10^{-3}} = \frac{0,1.8,31T_2'}{55.10^{-3}} + 415,5$$

$$\Leftrightarrow \frac{831}{35}T_1' - \frac{831}{55}T_2' = 415,5 \quad (1)$$

$$\text{- Theo đề: } (T_1' - 273) + (T_2' - 273) = 156,5 \quad (2)$$

$$\text{- Từ (1) và (2): } T_1' = 283,9K; T_2' = 418,6K$$

Vậy: Nhiệt độ của hai khối khí ở trạng thái sau là $T_1' = 283,9K; T_2' = 418,6K$

c) Độ biến thiên nội năng của cả hai chất khí

- Với chất khí 1: $\Delta U_1 = n_1 C_v (T_1' - T_1)$, với chất khí 2:

$$\Delta U_2 = n_2 C_v (T_2' - T_2), n_1 = n_2 = n = 0,1 \text{ mol}$$

- Độ biến thiên nội năng của cả hai chất khí:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = n C_v [(T_1' + T_2') - (T_1 + T_2)]$$

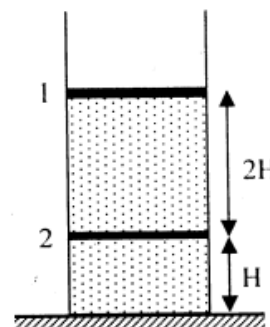
$$\Leftrightarrow \Delta U = n 2,5R [(T_1' + T_2') - (T_1 + T_2)]$$

$$\Leftrightarrow \Delta U = 0,1.2,5.8,31[(283,9 + 418,6) - (300 + 400)] = 5,19J$$

Vậy: Độ biến thiên nội năng của cả hai chất khí là $\Delta U = 5,19J$.

61. Trên mặt bàn có một xilanh tiết diện S cách nhiệt đặt thẳng đứng chứa một chất khí lưỡng nguyên tử. Bên trong có hai pittông, mỗi pittông có khối lượng m (hình vẽ). Pittông phía trên cách nhiệt, pittông phía dưới dẫn nhiệt và bỏ qua nhiệt dung của nó. Lúc đầu hệ ở trạng thái cân bằng nhiệt, khoảng cách giữa đáy xilanh và pittông phía dưới là H , còn khoảng cách giữa hai pittông là $2H$. Hệ sau đó được nung nóng chậm và được cung cấp một lượng nhiệt lượng Q .

Tính khoảng dịch chuyển của mỗi pittông? Biết áp suất bên ngoài là không đổi và bằng P_0 , gia tốc rơi tự do là g . Bỏ qua ma sát giữa các pittông và thành xilanh.



Bài giải

Khi cung cấp nhiệt lượng cho khí thì trong cả hai phần xilanh khí sẽ giãn nở đẳng áp, gọi n_1 và n_2 là số mol khí của các ngăn.

- Áp suất trong cả hai phần xi lanh tương ứng là:

$$p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}; p_2 = p_1 + \frac{mg}{S} = p_0 + \frac{2mg}{S} \quad (1)$$

- Nhiệt độ hai phần bằng nhau, nên từ phương trình Clapêrôn-Mendêlêep, ta có:

$$p_1 \Delta V_1 = n_1 R \Delta T; p_2 \Delta V_2 = n_2 R \Delta T \quad (2)$$

- Từ điều kiện đầu, ta có: $n_1 = \frac{p_1 2HS}{RT_0}; n_2 = \frac{p_2 HS}{RT_0}$ (3)

- Thay (3) vào (2), ta được: $\Delta V_1 = \frac{2HS}{T_0} \Delta T = 2\Delta V_2$ (4)

- Độ dịch chuyển của các pittông phía dưới và phía trên:

$$x_2 = \frac{\Delta V_2}{S}; x_1 = \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2}{S} = 3x_2 \quad (5)$$

- Theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học: $Q = \Delta U + A'$, với:

$$\Delta U = \frac{5}{2}(n_1 + n_2)R\Delta T \quad (6)$$

- Từ (2) và (6), ta được: $\Delta U = \frac{5}{2}(p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2)$

- Công mà khí thực hiện: $A' = p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2$

- Nhiệt lượng mà khí nhận được: $Q = \frac{7}{2}(p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2)$ (7)

- Thay (1) vào (7), ta được: $Q = \frac{7}{2} \left[\left(p_0 + \frac{mg}{S} \right) 2Sx_2 + \left(p_0 + \frac{2mg}{S} \right) Sx_2 \right]$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{7}{2}(3p_0 Sx_2 + 4mgx_2) = \frac{7}{2}(3p_0 S + 4mg)x_2$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{2Q}{7(3p_0 S + 4mg)}; x_1 = \frac{6Q}{7(3p_0 S + 4mg)}$$

Vậy: Khoảng dịch chuyển của mỗi pittông là

$$x_1 = \frac{6Q}{7(3p_0 S + 4mg)} \text{ và } x_2 = \frac{2Q}{7(3p_0 S + 4mg)}$$

62. Một chất khí lí tưởng có khối lượng mol là μ , nhiệt dung C_v không đổi, thực hiện quá trình AB như hình vẽ trên tọa độ p - V. Nếu tịnh tiến đường cong AB theo phương thẳng đứng xuống dưới một đoạn p_0 không đổi ta được đường cong CD là đường biểu diễn quá trình đẳng nhiệt của chất khí này ở nhiệt độ T_0 .

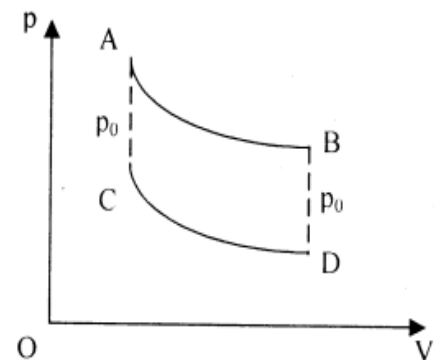
a) Hãy xác định trạng thái có nhiệt độ thấp nhất trong quá trình AB.

b) Biểu diễn đồ thị c - p trong quá trình AB.

Bài giải

a) Xác định trạng thái có nhiệt độ thấp nhất trong quá trình AB

Gọi m là khối lượng chất khí.



- Trên đường cong AB lấy một điểm E tùy ý ứng với áp suất p_1 và thể tích V_1 . Từ E hạ đường thẳng đứng cắt đường cong CD tại H.

- Phương trình Clapêrôn - Mendêlêép cho hai trạng thái khí tại E và H là:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

$$pV = (p_1 - p_0) V_1 = \frac{m}{\mu} RT_0 \quad (2)$$

$$\text{- Từ (1) và (2): } V_1 = \frac{mR}{\mu p_0} (T - T_0) \quad (3)$$

$$\text{Và } p_1 = \frac{T}{T - T_0} p_0 \quad (4)$$

$$\text{Vì } V_1 > 0, p_1 > 0 \Rightarrow T > T_0$$

$$\text{Vì E là tùy ý nên từ (3), ta có: } V_A = \frac{mR}{\mu p_0} (T_A - T_0); V_B = \frac{mR}{\mu p_0} (T_B - T_0)$$

$$\text{Vì } V_A < V_B \Rightarrow T_A < T_B$$

Vậy: Trạng thái A là trạng thái có nhiệt độ thấp nhất trong quá trình AB.

b) Biểu diễn đồ thị $c - p$ trong quá trình AB: Xét một biến đổi nhỏ trên đường cong AB, ta có:

$$\Delta V = \frac{mR}{\mu p_0} \Delta T, \text{ (phương trình C - M)}$$

$$\Delta Q = A + \Delta U = p \Delta V + \Delta U, \text{ (nguyên lí I của Nhiệt động lực học)}$$

$$\Leftrightarrow \Delta Q = p \frac{mR}{\mu p_0} \Delta T + c_v m \Delta T = \left(\frac{pR}{\mu p_0} + c_v \right) m \Delta T$$

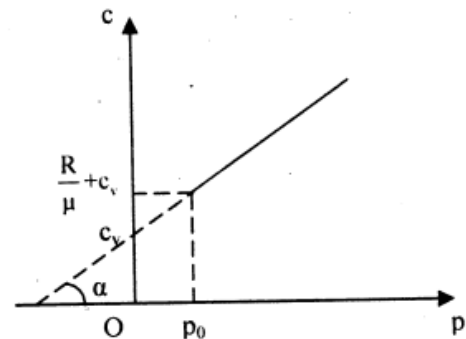
$$\text{Vì } c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} = \frac{R}{\mu p_0} p + c_v \quad (5)$$

- Từ (5) ta thấy c phụ thuộc tuyến tính vào p .

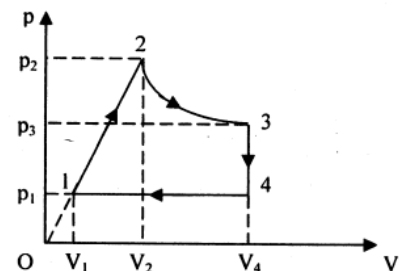
Ta có:

$$\text{Tại } p = p_0; c = \frac{R}{\mu} + c_v; \text{ tại } p = 0; c = c_v$$

- Hệ số góc của đường thẳng $c = \frac{R}{\mu p_0} p + c_v$ là $\tan \alpha = \frac{R}{\mu p_0}$. Đồ thị $c-p$ như hình vẽ.



63. Cho một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử biến đổi theo một chu trình thuận nghịch được biểu diễn trên đồ thị như hình vẽ. Trong đó đoạn thẳng



1 - 2 có đường kéo dài đi qua gốc tọa độ và quá trình 2 - 3 là quá trình đoạn nhiệt. Biết $T_1 = 300K$; $p_2 = 3p_1$; $V_4 = 4V_1$.

a) Tính các nhiệt độ T_2, T_3, T_4 .

b) Tính hiệu suất của chu trình.

Bài giải

a) Tính các nhiệt độ T_2, T_3, T_4 .

- Quá trình 1-2:

$$+ \text{Từ đồ thị: } \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{p_2}{p_1} = 3V_1$$

$$+ \text{Phương trình trạng thái: } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 9T_1 = 9 \cdot 300 = 2700K$$

$$- \text{Quá trình 2 - 3 (đoạn nhiệt): } \frac{p_3}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^\gamma, \text{ (khí đơn nguyên tử: } \gamma = \frac{5}{3} \text{)}$$

$$\text{Và } V_3 = V_4 = 4V_1; V_2 = 3V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_3} = \frac{3}{4}. \text{ Do đó:}$$

$$p_3 = p_2 \left(\frac{3}{4} \right)^{5/3} = 0,619 p_2 = 1,858 p_1$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} = T_2 \left(\frac{3}{4} \right)^{2/3} = 0,825 T_2 = 0,825 \cdot 2700 = 2229K$$

$$- \text{Quá trình 4 - 1 (đẳng áp): } \frac{V_4}{V_1} = \frac{T_4}{T_1} \Rightarrow T_4 = T_1 \frac{V_4}{V_1} = 4T_1 = 4 \cdot 300 = 1200K$$

$$\text{Vậy: } T_2 = 2700K; T_3 = 2229K; T_4 = 1200K$$

b) Hiệu suất của chu trình

- Quá trình 1 - 2: Ta có:

$$\Delta U_{12} = C_v (T_2 - T_1) = C_v (9T_1 - T_1) = 8C_v T_1 = 12RT_1, (C_v = 1,5R)$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} (p_2 + p_1) (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} (3p_1 + p_1) (3V_1 - V_1) = 4p_1 V_1 = 4RT_1$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = 12RT_1 + 4RT_1 = 16RT_1$$

- Quá trình 2 - 3: Tương tự:

$$A_{23} = -\Delta U_{23} = -C_v (T_3 - T_2) = 1,57C_v T_1 = 2,355RT_1; Q_{23} = 0$$

- Quá trình 3 – 4: Tương tự: $\Delta U_{34} = C_v(T_3 - T_4) = -5,145RT_1; A_{34} = 0$

- Quá trình 4 – 1: Tương tự: $\Delta U_{41} = C_v(T_1 - T_4) = -4,5RT_1$

$$A_{14} = p_1(V_1 - V_4) = -3p_1V_1 = -3RT_1; Q_{41} = \Delta U_{41} + A_{14} = -7,5RT_1$$

- Công của cả chu trình: $A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}$

$$\Leftrightarrow A = 4RT_1 + 2,355RT_1 - 3RT_1 = 3,355RT_1$$

- Nhiệt lượng mà khí nhận được: $Q = Q_{12} = 16RT_1$

- Hiệu suất của chu trình: $H = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{3,355RT_1}{16RT_1} = 20,97\%$

Vậy: Hiệu suất của chu trình là $H = 20,97\%$.

64. Cho một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử biến đổi theo chu trình

1 – 2 – 3 – 1 trên đồ thị T – p với :

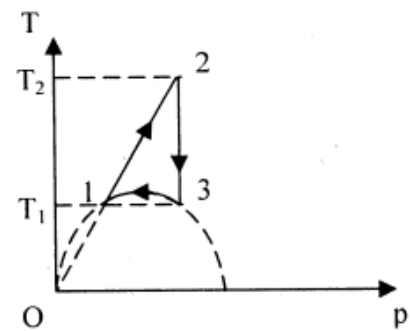
+ 1 - 2 là đoạn thẳng kéo dài qua O;

+ 2 - 3 là đoạn thẳng song song với OT;

+ 3 - 1 là một cung parabol qua O.

Biết $T_1 = T_3 = 300K$, $T_2 = 400K$.

Tính công do mol khí sinh ra.



Bài giải

- Quá trình 1 - 2 (đẳng tích): $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$ (1)

- Quá trình 2-3 (đẳng áp): $\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2}$ (2)

- Quá trình 3 - 1: Đồ thị $T = T(p)$ là một parabol qua gốc O nên phương trình có dạng:

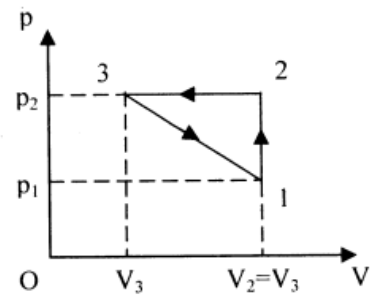
$$T = -ap^2 + bp \Leftrightarrow -ap^2 + bp = \frac{pV}{R}, (pV = RT)$$

$\Rightarrow p = \frac{V}{aR} + \frac{b}{a}$: Đồ thị $p = p(V)$ là một đường thẳng.

- Công do mol khí sinh ra là công cản nên:

$$A = -S_{123} = -\frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_3) = -\frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_2 - p_2V_3 + p_1V_3)$$

$$\Leftrightarrow A = -\frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1 - p_3V_3 + \frac{RT_1}{V_1} \cdot \frac{T_3}{T_2} V_2); (V_1 = V_2; p_2 = p_3)$$

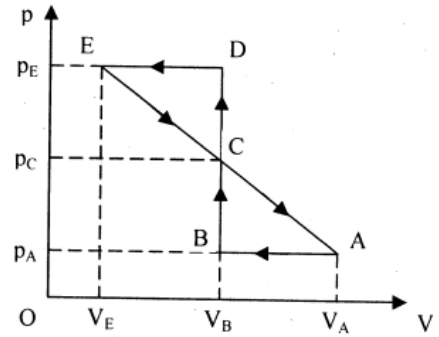


$$\Leftrightarrow A = -\frac{1}{2}(RT_2 - RT_1 - RT_3 + \frac{RT_1 T_3}{T_2}) = -\frac{1}{2}R(T_2 - T_1 - T_3 + \frac{T_1 T_3}{T_2})$$

$$\Leftrightarrow A = -\frac{1}{2} \cdot 8,31 \cdot (400 - 300 - 300 + \frac{300 \cdot 300}{400}) = -104J$$

Vậy: Công do mol khí sinh ra là $A = -104J$

65. Một lượng khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình ABCDECA (hình vẽ). Cho biết $p_A = p_B = 10^5 Pa$, $p_C = 3 \cdot 10^5 Pa$, $p_E = p_D = 4 \cdot 10^5 Pa$; $T_A = T_E = 300K$; $V_A = 20l$, $V_B = V_D = 10l$; AB, BC, CD, DE, EC, CA là các đoạn thẳng.



a) Tính các thông số T_B , T_D , V_E .

b) Tính tổng nhiệt lượng mà khí nhận được trong tất cả các giai đoạn của chu trình khi nhiệt độ khí tăng.

c) Tính hiệu suất của chu trình.

Bài giải

a) Tính các thông số T_B , T_D , V_E .

- Áp dụng phương trình trạng thái khí lí tưởng, ta được:

$$p_A V_A = nRT_A \Rightarrow nR = \frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{300} = \frac{20}{3}$$

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{\frac{20}{3}} = 150K, T_D = \frac{p_D V_D}{nR} = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2}}{\frac{20}{3}} = 600K$$

$$V_E = \frac{\frac{20}{3} \cdot 300}{4 \cdot 10^5} = 5 \cdot 10^{-3} m^3 = 5l$$

Vậy: $T_B = 150K$; $T_D = 600K$; $V_E = 5l$

b) Tổng nhiệt lượng mà khí nhận được trong tất cả các giai đoạn của chu trình khi nhiệt độ khí tăng

- Khí nhận nhiệt trong quá trình đẳng tích BD và một giai đoạn trong quá trình biến đổi ECA:

$$Q_1 = Q_{BD} = \frac{3}{2} nR(T_D - T_B) = \frac{3}{2} \cdot \frac{20}{3} \cdot (600 - 150) = 4500J$$

- Phương trình của đường thẳng ECA: $\frac{p - p_A}{V - V_A} = \frac{p_E - p_A}{V_E - V_A}$

$$\Rightarrow p = -\frac{V}{5} + 5 \quad (1)$$

$$\Rightarrow T = \frac{pV}{nR} = \frac{3}{20} \left(-\frac{V^2}{5} + 5V \right) \quad (2)$$

(V đo bằng lít; p đo bằng 10^5Pa ; T đo bằng 100K)

- Xét hàm: $T = T(V) = \frac{3}{20} \left(-\frac{V^2}{5} + 5V \right) : T = T_{\max}$

$$\Leftrightarrow V_m = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2 \left(-\frac{1}{5} \right)} = 12,5 \text{ l} \Rightarrow 5 \leq V \leq 12,5$$

$$\text{Và: } T = T_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{\left(\frac{15}{20} \right)^2}{4 \cdot \left(-\frac{3}{100} \right)} = 4,6875 \cdot 100 \text{ K} = 468,75 \text{ K}$$

Điểm F trên đoạn CA, trong quá trình EF nhiệt lượng nhận được là:

$$Q_2 = \Delta U + A \text{ với } \Delta U = \frac{3}{2} nR(T_{\max} - T_E)$$

$$\Leftrightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot \frac{20}{3} (468,75 - 300) = 1687,5 \text{ J}$$

- Công khí thực hiện: $A = S_{EFV_m V_E} = \frac{1}{2} (p_E + p_F)(V_m - V_E)$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{2} \left(p_E - \frac{V_m}{5} + 5 \right) (V_m - V_E)$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{2} \left(4 \cdot 10^5 - \frac{12,5 \cdot 10^{-2}}{5} + 5 \cdot 10^5 \right) (12,5 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-3}) = 2437,5 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q_2 = 1687,5 + 2437,5 = 4125 \text{ J}$$

Vậy: Tổng nhiệt lượng mà khí nhận được là $Q = Q_1 + Q_2 = 4500 + 4125 = 8625 \text{ J}$

c) Hiệu suất của chu trình

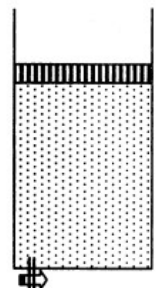
- Công sinh ra trong một chu trình là: $A = S_{ABC} - S_{CDE}$

Tính ra: $A = 750 \text{ J}$.

- Hiệu suất của chu trình: $H = \frac{A}{Q} = \frac{750}{8625} \approx 87\%$

Vậy: Hiệu suất của chu trình là $H \approx 87\%$

66. Một khối khí lí tưởng đơn nguyên tử được chứa trong xilanh và đẩy kín bằng pittông nhẹ. Pittông có thể chuyển động không ma sát trong xilanh, xi lanh có chiều dài 50cm, tiết diện 100 cm^2 , miệng xilanh có gờ giữ pittông không rơi ra ngoài, đáy xilanh có một van điều áp chỉ mở khi áp suất khí trong xi lanh lớn hơn áp suất bên ngoài $0,2 \text{ atm}$. Ban đầu pittông nằm cân bằng cách đáy xi lanh 30cm, môi trường bên ngoài có nhiệt độ 27°C , áp suất 1 atm . Truyền nhiệt cho khí sao cho pittông di chuyển rất chậm.



Tính nhiệt lượng cần truyền cho khối khí cho đến khi van điều áp bắt đầu mở ra. Bỏ qua sự trao đổi nhiệt giữa khối khí và môi trường trong quá trình khí nhận nhiệt.

Bài giải

- Ban đầu: $T_1 = 300K$, $p_1 = 1 \text{ atm}$, $V_1 = 30.100 = 3000\text{cm}^3 = 3l$;

$$n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{1.3}{0,082.300} = 0,122 \text{ mol}$$

- Khối khí nhận nhiệt làm pittông di chuyển chậm đến khi dừng lại: Đây là quá trình đẳng áp đến trạng thái $V_2 = 5l$ nên áp dụng định luật Gay-Luýt-xác, ta được:

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} = 300. \frac{5}{3} = 500K$$

- Nhiệt lượng đã truyền cho khí trong quá trình 1 - 2 là:

$$Q_{12} = nC_p(T_2 - T_1) = n. \frac{5}{2} R(T_2 - T_1) = 0,122. \frac{5}{2}. 8,31. (500 - 300) = 507J$$

- Khối khí tiếp tục nhận nhiệt và tăng nhiệt độ đến khi van điều áp bắt đầu mở. Biến đổi đẳng áp đến trạng thái $p_3 = 1,2\text{atm}$ nên áp dụng định luật Sac-lơ, ta được:

$$\frac{p_3}{T_3} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = 500. \frac{1,2}{1} = 600K$$

- Nhiệt lượng đã truyền cho quá trình 2 - 3 là:

$$Q_{23} = nC_v(T_3 - T_2) = n. \frac{3}{2} R(T_3 - T_2) = 0,122. \frac{3}{2}. 8,31. (600 - 500) = 152J$$

- Nhiệt lượng cần thiết phải truyền cho khí trong cả chu trình: $Q = Q_{12} + Q_{23}$

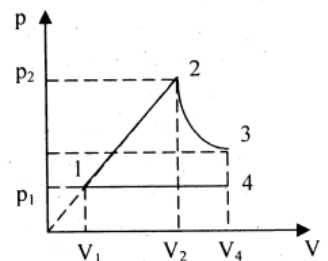
$$\Leftrightarrow Q = 507 + 152 = 659J$$

Vậy: Nhiệt lượng cần truyền cho khối khí là $Q = 659J$.

67. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử biến đổi theo một chu trình thuận nghịch được biểu diễn trên đồ thị như hình vẽ: 2-3: đoạn nhiệt; $T_1 = 300K$; $p_2 = 3p_1$; $V_4 = 4V_1$.

a) Tính T_2 , T_3 , T_4 .

b) Tính hiệu suất của chu trình.



Bài giải

a) Tính T_2 , T_3 , T_4 .

- Quá trình 4 - 1 (Đẳng áp): $\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow T_4 = \frac{V_4}{V_1} T_1 = 4T_1 = 4.300 = 1200K$

- Quá trình 1 - 2: $\frac{V_1}{p_1} = \frac{V_2}{p_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_2}{p_1} V_1 = 3V_1$

$$\text{Và } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = 3.3 T_1 = 9 T_1 = 9.300 = 2700 K$$

$$\text{- Quá trình 2 - 3 (Đoạn nhiệt): } p V^\gamma = \text{const} \Rightarrow V^{\gamma-1} T = \text{const}; T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1}$$

$$\Leftrightarrow T_3 = 2700 \left(\frac{3V_1}{4V_1} \right)^{\frac{5}{3}-1} = 2228,8 K = 7,43 T_1$$

$$\text{Vậy: } T_2 = 2700 K, T_3 = 2228,8 K, T_4 = 1200 K$$

b) Hiệu suất của chu trình

$$\text{- Quá trình 1 - 2: } A_{12} = \frac{1}{2} (V_2 - V_1) (p_1 + p_2) = \frac{1}{2} 2V_1 \cdot 4p_1 = 4p_1 V_1 = 4RT_1$$

$$\Delta U_{12} = \mu C_v (T_2 - T_1) = \mu \frac{3}{2} R \cdot 8 T_1 = 12RT_1$$

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = 4RT_1 + 12RT_1 = 16RT_1$$

$$\text{- Quá trình 2 - 3: } Q_{23} = 0; A_{23} = -\Delta U = -\mu C_v (T_3 - T_2) = -2.355RT_1$$

$$\text{- Quá trình 3 - 4: } T \text{ giảm nên đây là quá trình tỏa nhiệt: } A_{34} = 0.$$

$$\text{- Quá trình 4 - 1: } T \text{ giảm nên đây là quá trình tỏa nhiệt } A_{41} = p_1 (V_4 - V_1) = 3p_1 V_1 = 3RT_1$$

$$\text{- Hiệu suất của chu trình: } H = \frac{A}{Q_{nhận}} = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{41}}{Q_{12}}$$

$$\Leftrightarrow H = \frac{4RT_1 - 2,355RT_1 + 3RT_1}{16RT_1} = 21\%$$

Vậy: Hiệu suất của chu trình là $H = 21\%$.

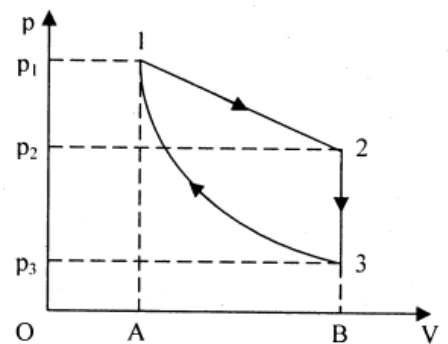
68. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình như hình vẽ. Trong chu trình đó khối khí thực hiện công $A = 2026 J$. Chu trình này bao gồm quá trình 1 - 2 với áp suất là hàm tuyến tính của thể tích, quá trình đẳng tích 2-3 và quá trình 3 - 1 có nhiệt dung của chất khí không đổi. Biết rằng

$$T_1 = T_2 = 2T_3 = 100 K, \frac{V_2}{V_1} = 8$$

Cho $R = 8,31 \text{ (J/mol.K)}$. Tìm nhiệt dung trong quá trình 3 - 1

Bài giải

$$\text{- Quá trình 3 - 1: } Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31}, \text{ với:}$$



$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2} R \Delta T_{31} = \frac{3}{2} R (T_1 - T_3) = \frac{3}{2} R (T_1 - \frac{1}{2} T_1) = \frac{3}{4} R T_1$$

$$|A_{31}| = S_{A12B} - S_{123}, S_{A12B} = \frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1)$$

- Áp dụng phương trình Claperon – Mendeleep cho mol khí ở hai trạng thái 1 và 2, ta được:

$$p_1 V_1 = R T_1; p_2 V_2 = R T_2$$

$$\text{Vì } T_1 = T_2 \text{ và } \frac{V_2}{V_1} = 8 \text{ nên } p_2 = \frac{p_1}{8}$$

$$\Rightarrow S_{A12B} = \frac{8p_1 + p_1}{2.8} (8V_1 - V_1) = \frac{63}{16} p_1 V_1$$

$$\text{- Do đó: } |A_{31}| = \frac{63}{16} p_1 V_1 - A = \frac{63}{16} R T_1 - A = \frac{63}{16} \cdot 8,31 \cdot 100 - 2026 = 1246 J$$

Vì chất khí bị nén nên $A_{31} < 0, A_{31} = -1246 J$

- Nhiệt lượng nhận được (thải ra) trong quá trình 3 - 1:

$$Q_{31} = \frac{3}{4} R T_1 + A - \frac{63}{16} R T_1 = A - \frac{63}{16} R T_1 = 2026 - \frac{51}{16} \cdot 8,31 \cdot 100 = -623 J$$

$$\text{- Mặt khác: } Q_{31} = C(T_1 - T_3) = C \frac{T_1}{2} \Rightarrow C = \frac{2Q_{31}}{T_1} = \frac{2 \cdot 623}{100} = 12,5 J / K$$

Vậy: Nhiệt dung của khí trong quá trình 3-1 là $C = 12,5 J/K$.

69. Có hai bình cách nhiệt. Trong bình thứ nhất chứa 5l nước ở nhiệt độ $t_1 = 60^\circ C$, còn bình thứ hai chứa 1l nước ở nhiệt độ $t_2 = 20^\circ C$. Đầu tiên rót một phần nước ở bình thứ nhất sang bình thứ hai. Sau đó khi bình thứ hai đã đạt được cân bằng nhiệt người ta lại rót trở lại bình thứ hai sang bình thứ nhất một lượng nước để cho dung tích nước ở hai bình lại bằng dung tích ban đầu. Sau các thao tác đó nhiệt độ nước trong bình thứ nhất hạ xuống còn $t_3 = 59^\circ C$. Hỏi đã rót bao nhiêu nước từ bình thứ nhất sang bình thứ hai và ngược lại? Bỏ qua nhiệt dung riêng của bình, cho khối lượng riêng của nước là $10^3 (kg/m^3)$.

Bài giải

- Theo đề, khối lượng nước từ bình 1 chuyển sang bình 2 bằng khối lượng nước chuyển ngược lại từ bình 2 sang bình 1 ($\Delta m_1 = \Delta m_2$).

- Sau quá trình đó nhiệt độ nước của bình 1 đã giảm đi $\Delta t_1 = 1^\circ C$ và nước trong bình 1 đã mất một nhiệt lượng:

$$Q_1 = m_1 c \Delta t_1 \quad (1)$$

- Phần nhiệt lượng này bằng với nhiệt lượng được truyền cho nước trong bình 2:

$$Q_1 = Q_2 \Leftrightarrow m_2 c \Delta t_2 = m_1 c \Delta t_1$$

(Δt_2 là độ biến thiên nhiệt độ của nước trong bình 2)

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{m_1}{m_2} \Delta t_1 = \frac{5}{1} \cdot 1 = 5^\circ C$$

- Nhiệt độ nước trong bình 2 lúc này là: $t_4 = t_2 + 5 = 20 + 5 = 25^\circ C$

- Theo phương trình cân bằng nhiệt, ta có: $\Delta m c \cdot (t_1 - t_4) = m_2 c \cdot (t_4 - t_2)$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{m_2(t_4 - t_2)}{t_1 - t_4} = \frac{1 \cdot (25 - 20)}{60 - 25} = \frac{1}{7} kg$$

Vậy: Khối lượng nước đã rót qua lại giữa hai bình là $\Delta m = \frac{1}{7} kg$.

70. Một khối khí chưa biết có khối lượng $m = 1 \text{ kg}$. Để làm nóng khối khí đẳng áp tăng thêm $\Delta T_1 = 10K$ thì cần truyền cho khí nhiệt lượng $9,12kJ$. Còn để làm nóng đẳng tích tăng thêm $\Delta T_2 = 20K$ thì truyền cho khí nhiệt lượng $12,98kJ$. Đó là chất khí gì? Cho $R = 8,31 \text{ (J/mol.K)}$.

Bài giải

- Nhiệt lượng khí nhận được trong quá trình đẳng áp: $Q_p = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T_1$

$$\Leftrightarrow C_p = \frac{\mu}{m} \cdot \frac{Q_p}{\Delta T_1} \quad (1)$$

- Nhiệt lượng khí nhận được trong quá trình đẳng tích: $Q_v = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T_2$

$$\Leftrightarrow C_v = \frac{\mu}{m} \cdot \frac{Q_v}{\Delta T_2} \quad (2)$$

- Mặt khác: $C_p = C_v + R \Leftrightarrow \frac{\mu}{m} \cdot \frac{Q_p}{\Delta T_1} = \frac{\mu}{m} \cdot \frac{Q_v}{\Delta T_2} + R$

$$\Leftrightarrow \frac{\mu}{1000} \cdot \frac{9120}{10} = \frac{\mu}{1000} \cdot \frac{12980}{20} + 8,31$$

$$\Leftrightarrow 0,912\mu = 0,649\mu + 8,31 \Rightarrow \mu = 32(g/mol)$$

Vậy: Chất khí đó là oxi.

71. Một chu trình gồm các quá trình đẳng áp, đẳng tích và đoạn nhiệt với tác nhân là chất mà các nội năng của nó liên hệ với áp suất và thể tích theo hệ thức $U = kpV$. Biết rằng công mà tác nhân thực hiện được trong quá trình đẳng áp gấp 5 lần công mà ngoại lực thực hiện để nén tác nhân trong quá trình đoạn nhiệt và hiệu suất cả chu trình là $H = 25\%$. Tìm hệ số k .

Bài giải

Trong hệ tọa độ (p, V) chu trình trên có dạng như hình vẽ: 1-2: đẳng áp; 2 - 3: đẳng tích; 3 - 1: đoạn nhiệt.

- Quá trình 1 - 2 (đẳng áp):

+ Công: $A_{12} = p_1(V_2 - V_1)$

+ Nhiệt lượng:

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} > 0 \text{ (tác nhân nhận nhiệt).}$$

- Quá trình 2-3 (đẳng tích):

+ Công: $A_{23} = 0$.

+ Nhiệt lượng: $Q_{23} < 0$ (tác nhân tỏa nhiệt).

- Quá trình 3 - 1 (đoạn nhiệt):

+ Công: $A_{31} = -\frac{A_{12}}{5}$

+ Nhiệt lượng: $Q_{31} = 0$.

- Công trong cả chu trình: $A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = (1 - \frac{1}{5})A_{12} = 0,8A_{12}$ (1)

- Nhiệt lượng nhận được trong cả chu trình: $Q = Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$

$$\Leftrightarrow Q = A_{12} + kp_1(V_2 - V_1) = A_{12} + kA_{12} = (1+k)A_{12} \quad (2)$$

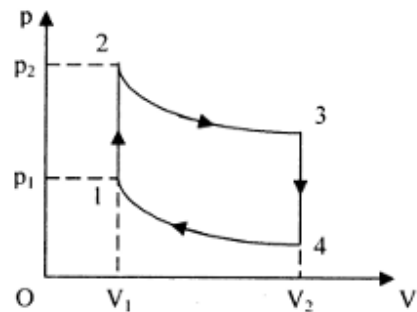
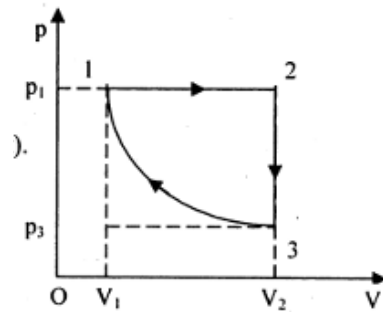
- Mặt khác: $H = \frac{A}{Q} = 0,25 \Leftrightarrow \frac{0,8A_{12}}{(k+1)A_{12}} = 0,25 \Rightarrow k = 2,2$

Vậy: Hệ số $k = 2,2$.

72. Một động cơ nhiệt làm việc theo chu trình 1 - 2 - 3 - 4 - 1 như hình vẽ, tác nhân là khí lí tưởng đơn nguyên tử. Các quá trình 2 - 3 và quá trình 4 - 1 là đoạn nhiệt.

a) Tính hiệu suất của chu trình theo các nhiệt độ tuyệt đối T_1, T_2, T_3, T_4 của các trạng thái 1, 2, 3, 4 tương ứng.

b) Biết $V_2 = 3V_1$. Tính giá trị hiệu suất của chu trình. Cho phương trình của quá trình đoạn nhiệt: $TV^{\gamma-1} = \text{const}$, với $\gamma = \frac{5}{3}$ là chỉ số đoạn nhiệt của khí lí tưởng đơn nguyên tử.



Bài giải

a) Hiệu suất của chu trình

- Nhiệt lượng thu vào trong quá trình 1 - 2 (đẳng tích): $Q_{12} = nC_v(T_2 - T_1)$

- Nhiệt lượng tỏa ra trong quá trình 3-4 (đẳng tích): $Q_{34} = nC_v(T_3 - T_4)$

- Hiệu suất: $H = 1 - \frac{Q_{34}}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$

Vậy: Hiệu suất của chu trình theo các nhiệt độ tuyệt đối T_1, T_2, T_3, T_4 là:

$$H = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}$$

b) Giá trị hiệu suất của chu trình

- Từ phương trình đoạn nhiệt:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \text{ với } \gamma = \frac{5}{3} \text{ ta có:}$$

$$T_2 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_2^{\gamma-1}; T_1 V_1^{\gamma-1} = T_4 V_2^{\gamma-1}$$

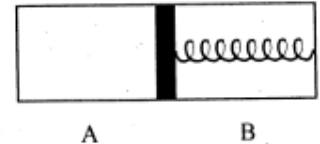
$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \Leftrightarrow \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$\text{- Hiệu suất: } H = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \approx 0,52$$

Vậy: Giá trị của hiệu suất chu trình là $H \approx 0,52$

73. Một bình cách nhiệt được ngăn làm hai phần bởi một pittông nhẹ, mỏng không dẫn nhiệt. Pittông có thể chuyển động không ma sát.

Phần bên trái của bình chứa một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử, phần bên phải là chân không. Pittông nối với thành sau bởi lò xo nhẹ có chiều dài tự nhiên AB



(hình vẽ). Tính nhiệt dung $\left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right)$ của khí trong bình. Bỏ qua nhiệt dung của vỏ

bình, của pittông và của lò xo.

(Trích đề thi Olympic, 30-4, 1997)

Bài giải

Chọn gốc tọa độ tại A.

- Giả sử ban đầu khí có nhiệt độ T_1 ; pittông ở vị trí x_1 .

- Khi truyền cho khí nhiệt lượng ΔQ thì nhiệt độ khí là T_2 ; pittông ở vị trí x_2 .

- Độ biến thiên nội năng của khí (đơn nguyên tử) là: $\Delta U = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1)$

- Công do khí thực hiện lên pittông là: $A = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2)$; (k: độ cứng của lò xo).

- Khi pittông cân bằng, ta có: $F_k = F_d \Leftrightarrow pS = kx \Rightarrow x = \frac{pS}{k}$ (p: áp suất khí lên pittông, S: tiết diện pittông).

- Theo phương trình Clapêrôn-Mendêlêep, ta có:

$$pV = RT \Leftrightarrow pSx = RT \Leftrightarrow kx^2 = RT$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} R(T_2 - T_1)$$

- Theo nguyên lí I của nhiệt động lực học, ta có:

$$\Delta Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{1}{2} R(T_2 - T_1) = 2R \Delta T$$

- Nhiệt dung của khí : $C = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right) = 2R$

Vậy: Nhiệt dung của khí trong bình là $C = 2R$.

74. Với một khí lí tưởng có $n = 3\text{mol}$ người ta tiến hành một chu trình gồm hai quá trình đẳng tích và hai quá trình đẳng áp. Biết tỉ số áp suất ở hai quá trình đẳng áp là $\alpha = \frac{5}{4}$, tỉ số thể tích ở hai quá trình đẳng tích là $\beta = \frac{6}{5}$ và hiệu giữa nhiệt độ cực đại và cực tiểu của chu trình là $\Delta T = 150\text{K}$. Tính độ lớn của công mà khí thực hiện trong một chu trình. Lấy $R = 8,31(\text{J/mol.K})$.

(Trích đề thi Olympic 30-4, 1998)

Bài giải

- Theo đề: $\alpha = \frac{p_2}{p_1} = \frac{5}{4}; \beta = \frac{V_3}{V_1} = \frac{6}{5}$

- Từ giản đồ (pV), ta thấy: $T_{\max} = T_3$ và $T_{\min} = T_1$

$$\Rightarrow \Delta T = T_{\max} - T_{\min} = T_3 - T_1$$

- Công của khí trong cả chu trình: $A = S_{(1234)} = (p_2 - p_1)(V_3 - V_1)$

$$\Leftrightarrow A = p_1(\alpha - 1)V_1(\beta - 1) = p_1\left(\frac{5}{4} - 1\right)V_1\left(\frac{6}{5} - 1\right) = \frac{1}{20} p_1 V_1$$

- Trong quá trình (1) $\rightarrow$ (2), ta có:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} = \alpha$$

- Trong quá trình (2) $\rightarrow$ (3), ta có:

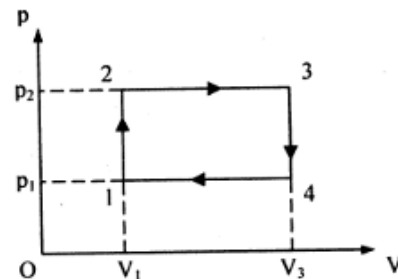
$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \beta$$

$$\Rightarrow \frac{T_3}{T_1} = \alpha\beta = \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{4} = 1,5$$

- Từ đó: $\Delta T = T_3 - T_1 = 1,5T_1 - T_1 = 0,5T_1$

$$\Rightarrow T_1 = 2\Delta T = 2 \cdot 150 = 300\text{K}$$

- Mặt khác, áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêep cho trạng thái 1, ta được:



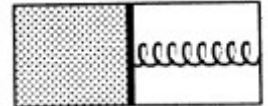
$$p_1 V_1 = nRT_1$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{20} p_1 V_1 = \frac{1}{20} nRT_1 = \frac{1}{20} \cdot 3.8 \cdot 31.300 = 373,95J$$

Vậy: Công mà khí thực hiện trong một chu trình là $A = 373,95J$.

75. Một xilanh đặt cố định nằm ngang. Xilanh được chia làm hai phần bởi một pittông. Phần xilanh bên trái chứa 1 mol khí lí tưởng đơn nguyên tử. Phần bên phải của xi lanh là chân không, trong phần này có một lò xo gắn vào pittông và thành xilanh. Ban đầu pittông được giữ ở vị trí lò xo không biến dạng, lúc này khí có áp suất p_1 , nhiệt độ T_1 . Sau đó thả pittông nằm yên ở vị trí cân bằng. Tại vị trí này lực ma sát bằng 0. Lúc đó khí có áp suất p_2 , nhiệt độ T_2 còn thể tích tăng gấp đôi so với ban đầu.

Cho biết xi lanh cách nhiệt với môi trường ngoài; nhiệt dung của xilanh, pittông và lò xo là nhỏ, có thể bỏ qua. Hãy tính p_2 và T_2 .



(Trích đề thi Olympic 30-4, 2001)

Bài giải

- Áp dụng nguyên lí I nhiệt động lực học cho quá trình này, ta được:

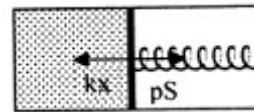
$$Q = \Delta U + A \quad (1)$$

$$\text{Với: } \Delta U = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1) = C_v (T_2 - T_1); A = \frac{1}{2} kx^2$$

- Áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêep cho trạng thái cuối của khí (1 mol), ta được:

$$p_2 V_2 = RT_2 \Leftrightarrow p_2 2Sx = RT_2 \quad (2)$$

- Tại vị trí cân bằng của pittông, ta có: $kx = p_2 S = \frac{RT_2}{2x}$



$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{RT_2}{4}$$

- Từ (1) ta có: $C_v (T_2 - T_1) + \frac{RT_2}{4} = 0$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{R}{C_v}} T_1 = \frac{6}{7} T_1 \quad (3)$$

- Áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêep cho trạng thái đầu của khí (1 mol), ta được:

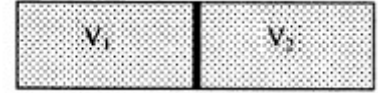
$$p_1 V_1 = RT_1 \Leftrightarrow p_1 \frac{V_2}{2} = RT_1 \quad (4)$$

- Từ (2), (3) và (4) ta được: $p_2 = \frac{3}{7} p_1$

Vậy: Áp suất và nhiệt độ của khí lúc sau là $p_2 = \frac{3}{7} p_1$ và $T_2 = \frac{6}{7} T_1$

Vậy: Để pittông cách đều hai đáy xilanh thì phải nung nóng phần trên đến nhiệt độ $t_1' = 202^\circ C$

76. Một xi lanh cách nhiệt đặt nằm ngang có thể tích $V = V_1 + V_2 = 10l$ được chia làm hai phần ngăn cách nhau bởi một pittông cách nhiệt có thể chuyển động không ma sát trong lòng xi lanh. Mỗi phần của xi lanh chứa một mol khí lí tưởng lưỡng nguyên tử. Ban đầu pittông đứng yên, nhiệt độ của hai phần là khác nhau. Người ta truyền cho khí bên trái một nhiệt lượng là 1500J.



- 1) Nhiệt độ của phần bên phải có tăng không? Tại sao?
- 2) Khi đã cân bằng áp suất mới trong xi lanh lớn hơn áp suất ban đầu một lượng là bao nhiêu?

(Trích đề thi Olympic 30-4, 2004)

Bài giải

- 1) Nhiệt độ của phần bên phải có tăng không?

Gọi T_1, T_2 là các nhiệt độ ban đầu của hai phần. Khi T_1 tăng thì khí trong phần bên trái đẩy pittông di chuyển và nén khí phần bên phải nên nhiệt độ của khí trong phần bên phải cũng tăng.

- 2) Áp suất mới trong xi lanh lớn hơn áp suất ban đầu một lượng là bao nhiêu?

- Xét hệ gồm khí ở hai phần. Hệ này không sinh công nên theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học thì nhiệt lượng Q mà hệ nhận được chỉ dùng để biến thiên nội năng ΔU của hệ:

$$Q = \Delta U = \Delta(U_1 + U_2)$$

$$\Leftrightarrow Q = \Delta \left(\frac{5}{2} RT_1 + \frac{5}{2} RT_2 \right) = \frac{5}{2} R(\Delta T_1 + \Delta T_2) \quad (1)$$

- Gọi p là áp suất ban đầu của khí trong xi lanh $p + \Delta p$ là áp suất lúc sau của khí trong xi lanh. Áp dụng phương trình Clapêrôn-Mendêlêep, ta được:

$$+ \text{ Ban đầu : } pV_1 = RT_1; pV_2 = RT_2 \quad (2,3)$$

$$+ \text{ Lúc sau : } (p + \Delta p)(V_1 + \Delta V) = R(T_1 + \Delta T_1) \quad (4)$$

$$(p + \Delta p)(V_2 - \Delta V) = R(T_2 + \Delta T_2) \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow pV_1 + \Delta pV_1 + p\Delta V + \Delta p\Delta V = RT_1 + R\Delta T_1$$

$$pV_2 + \Delta pV_2 - p\Delta V + \Delta p\Delta V = RT_2 + R\Delta T_2$$

$$\Leftrightarrow \Delta pV_1 + p\Delta V + \Delta p\Delta V = R\Delta T_1$$

$$\Delta pV_2 - p\Delta V + \Delta p\Delta V = R\Delta T_2$$

- Cộng hai phương trình trên, ta được: $\Delta p(V_1 + V_2) = R(\Delta T_1 + \Delta T_2)$

- Từ (1): $\Delta T_1 + \Delta T_2 = \frac{2Q}{5R}$ Thay vào (6), ta được:

$$\Delta p V_1 = \frac{2Q}{5R} \Rightarrow \Delta p = \frac{2Q}{5V} = \frac{2.1500}{5.10.10^{-3}} = 60000 (N / m^2)$$

Vậy: Áp suất mới trong xi lanh lớn hơn áp suất ban đầu một lượng là: $\Delta p = 60000 (N/m^2)$.

77. Một bình hình trụ rất cao diện tích đáy là $S = 20 \text{ cm}^2$ được đặt thẳng đứng. Dưới một pittông rất nhẹ là nước, khối lượng $m = 9 \text{ g}$, ở nhiệt độ 20°C . Nước được nung nóng bởi một nguồn có công suất $N = 100 \text{ W}$. Tính vận tốc cực đại của pittông, biết phía trên pittông là không khí. Cho nhiệt dung riêng của nước là $c = 4200 (J/kg.K)$; nhiệt hóa hơi của nước là $r = 2,26.10^6 (J/kg)$; áp suất khí quyển $p_0 = 10^5 (N/m^2)$; pittông và bình làm bằng chất cách nhiệt.

(Trích đề thi Olympic 30-4, 2008)

Bài giải

Gọi t_1 là thời gian để nhiệt độ của nước tăng từ 20°C đến 100°C , ta có:

$$Q = N t_1 = m c \Delta t^0 \Rightarrow t_1 = \frac{m c \Delta t^0}{N} = \frac{4200.0,009.(100 - 20)}{100} = 30,24 \text{ s}$$

- Trong thời gian t_1 pittông đứng yên ($v_1 = 0$). Khi nước bắt đầu hóa hơi thì pittông cũng bắt đầu chuyển động lên trên. Giả sử trong thời gian Δt có một lượng nước Δm bay hơi chiếm thể tích ΔV . Ta có:

$$\Delta Q = \Delta m \cdot r = N \cdot \Delta t; p_0 \Delta V = \frac{\Delta m}{\mu} R T$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{N \Delta t}{r}; \Delta V = \frac{\Delta m}{\mu} \cdot \frac{R T}{p_0}; (\mu = 18 (g / mol) = 18.10^{-3} (kg / mol) \text{ và } T = 373 \text{ K})$$

- Vận tốc của pittông trong giai đoạn nước hóa hơi là:

$$v_2 = \frac{\Delta V}{S \Delta t} = \frac{N R T}{r S \mu p_0} = \frac{100.8,31.373}{2,26.10^6.2.10^{-3}.18.10^{-3}.10^5} = 0,04 (m / s)$$

$$\text{- Thời gian nước hóa hơi hết là: } t = \frac{m r}{N} = \frac{0,009.2,26.10^6}{100} \approx 203 \text{ s}$$

- Khi nước đã chuyển hết thành hơi thì xem như là khí lí tưởng với $i = 6$, suy ra:

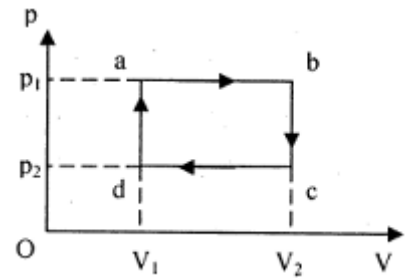
$$c_p = c_v + R = 4R; Q = N \Delta t = \frac{m}{\mu} 4R \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{N \Delta t}{\frac{m}{\mu} 4R}$$

$$\text{- Mặc khác: } \Delta V = \frac{m}{\mu} \frac{R \Delta t}{p_0} = \frac{N \Delta T}{4 p_0}$$

$$\text{- Vận tốc của pittông: } v_3 = \frac{\Delta V}{S \Delta t} = \frac{N}{4 S p_0} = \frac{100}{4.2.10^{-3}.10^5} = 0,125 (m / s)$$

Vậy: Vận tốc cực đại của pittông $v_{\max} = 0,125 (m / s)$

78. Một mol khí lí tưởng biến đổi trạng thái theo chu trình a-b-c-d-a được mô tả trên giản đồ bên. Nhiệt độ của khí ở trạng thái a và c là bằng nhau và bằng T . Nhiệt dung mol đẳng tích và đẳng áp của khí lần lượt là $C_v = \frac{3}{2}R, C_p = \frac{5}{2}R$; R là hằng số chất khí.



a) Chứng minh rằng: $T^2 = T_d T_b$, với T_d và T_b là nhiệt độ của khí ở trạng thái d và b.

b) Cho biết $T = 300K$; $T_b = 500K$. Tính hiệu suất của chu trình trên.

(Trích đề thi Olympic 30-4, 2009)

Bài giải

a) Chứng minh : $T^2 = T_d \cdot T_b$

- Vì a-b là quá trình đẳng áp nên: $\frac{T_b}{T_a} = \frac{V_2}{V_1}$ (1)

- Vì d – a là quá trình đẳng tích nên: $\frac{T_a}{T_d} = \frac{p_1}{p_2}$ (2)

- Vì $T_a = T_c = T$ nên $p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$ (3)

- Từ (1), (2) và (3), suy ra: $\frac{T_b}{T_a} = \frac{T_a}{T_d} \Leftrightarrow T_a^2 = T^2 = T_b \cdot T_d$

Vậy: $T^2 = T_d \cdot T_b$

b) Hiệu suất của chu trình: Ta có: $T_d = \frac{T^2}{T_b} = \frac{300^2}{500} = 180K$

- Công của khí sinh ra trong chu trình:

$$A' = (p_1 - p_2)(V_2 - V_1) = p_1 V_2 - p_1 V_1 - p_2 V_2 + p_2 V_1$$

$$\Leftrightarrow A' = R(T_b - T - T - T_d) = R(T_b - 2T + T_d) \quad (1)$$

- Quá trình đẳng áp a-b khí nhận nhiệt:

$$Q_{ab} = C_p(T_b - T) = \frac{5}{2}R(T_b - T)$$

- Quá trình đẳng tích d-a khí nhận nhiệt:

$$Q_{da} = C_v(T - T_d) = \frac{3}{2}R(T - T_d)$$

- Chu trình a-b-c-d-a khí nhận nhiệt: $Q = Q_{ab} + Q_{da} = \frac{5}{2}R(T_b - T) + \frac{3}{2}R(T - T_d)$

$$\Leftrightarrow Q = R \left(\frac{5}{2} T_b - T - \frac{3}{2} T_d \right) = R(2,5T_b - T - 1,5T_d) \quad (2)$$

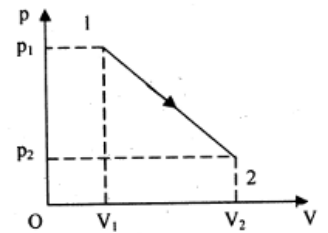
- Hiệu suất của chu trình:

$$H = \frac{A'}{Q} = \frac{R(T_b - 2T + T_d)}{R(2,5T_b - T - 1,5T_d)} = \frac{(T_b - 2T + T_d)}{(2,5T_b - T - 1,5T_d)}$$

$$\Rightarrow H = \frac{(500 - 2.300 + 180)}{(2,5.500 - 300 - 1,5.180)} = \frac{80}{680} = \frac{2}{17} \approx 11,8\%$$

Vậy: Hiệu suất của chu trình là $H \approx 11,8\%$.

79. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một quá trình biến đổi từ trạng thái 1 có áp suất $p_1 = 2 \text{ atm}$, thể tích $V_1 = 1 \text{ l}$ sang trạng thái 2 có áp suất $p_2 = 1 \text{ atm}$, thể tích $V_2 = 3 \text{ l}$. Đường biểu diễn sự thay đổi của áp suất theo thể tích trong hệ tọa độ (p, V) là một đoạn thẳng. Tính công của khí trong quá trình 1 - 2 và chứng tỏ rằng trong quá trình này khí luôn nhận nhiệt. Biết $1 \text{ atm} \approx 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.



(Trích đề thi Olympic 30-4, 2010)

Bài giải

- Công mà khí nhận được trong quá trình 1 - 2 : $A_{12} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$

$$\Leftrightarrow A_{12} = \frac{1}{2}(1 + 2) \cdot 1,013 \cdot 10^5 (3 - 1) \cdot 10^{-3} \approx 303,9 \text{ J}$$

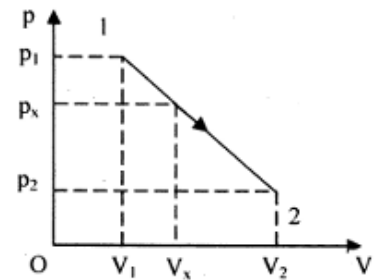
- Đồ thị 1 - 2 là đường thẳng nên phương trình của đoạn 1 - 2 có dạng: $p = aV + b$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} 2 = a + b \\ 1 = 3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -0,5 \\ b = 2,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow p = -0,5V + 2,5$$

- Gọi M là một trạng thái có thể tích V_x , áp suất p_x , trên 1 - 2 ta có:

$$p_x = -0,5V_x + 2,5, T_x = \frac{p_x V_x}{R} (n = 1 \text{ (mol)})$$



- Công của khí nhận được trong quá trình 1 - M: $A_{1M} = \frac{1}{2}(p_1 + p_x)(V_x - V_1)$

$$\Leftrightarrow A_{1M} = \frac{1}{2}(2 - 0,5V_x + 2,5)(V_x - 1) = -0,25V_x^2 + 2,5V_x - 2,25 \text{ (đơn vị atm.l)}$$

- Độ biến thiên nội năng của khí trong quá trình 1 - M: $\Delta U_{1M} = C_v(T_x - T_1)$

$$\Leftrightarrow \Delta U_{1M} = \frac{3}{2}R \left(\frac{p_x V_x}{R} - \frac{p_1 V_1}{R} \right) = \frac{3}{2}(p_x V_x - p_1 V_1)$$

$$\Leftrightarrow \Delta U_{IM} = \frac{3}{2}(-0,5V_x^2 + 2,5V_x - 2,1) = -0,75V_x^2 + 3,75V_x - 3 \text{ (đơn vị atm.l)}$$

- Theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học, ta có:

$$Q = \Delta U_{IM} + A_{IM} = -V_x^2 + 6,25V_x - 5,25$$

$$\Rightarrow Q = Q_{max} \Leftrightarrow V_x = V_M = \frac{-6,25}{-2} = 3,125l > V_2$$

Vậy: Trong quá trình từ 1 đến 2, công khí nhận được là $A_{12} = 303,9J$ và Q luôn tăng hay khí luôn nhận nhiệt.

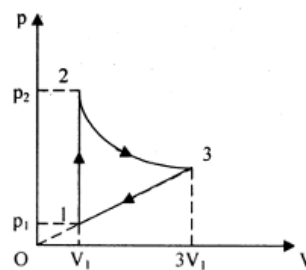
80. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình như hình vẽ, với:

+ 1 $\rightarrow$ 2: quá trình đẳng tích.

+ 2 $\rightarrow$ 3: quá trình đẳng nhiệt.

+ 3 $\rightarrow$ 1: quá trình nén khí có áp suất tỉ lệ với thể tích.

Tính hiệu suất của chu trình.



(Trích đề thi Olympic 30-4, 2013)

Bài giải

- Quá trình đẳng tích 1 $\rightarrow$ 2: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$ (1)

- Quá trình đẳng nhiệt 2 $\rightarrow$ 3: $\frac{p_2}{p_3} = \frac{V_3}{V_2} = 3$ (2)

- Quá trình nén ($p \sim V$) 3 $\rightarrow$ 1: $p = \alpha V \Rightarrow \frac{p_1}{p_3} = \frac{V_1}{V_3} = \frac{1}{3}$ (3)

- Lấy (3) chia (2), ta được: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{9}$

- Từ (1): $T_2 = \frac{T_1}{\frac{p_1}{p_2}} = 9T_1$

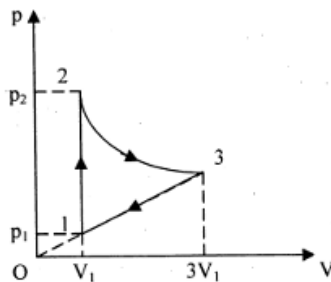
- Quá trình 1 $\rightarrow$ 2: $A_{12} = 0$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = C_v(T_2 - T_1) = 12RT_1$$

- Quá trình 2 $\rightarrow$ 3: $\Delta U_{23} = 0$

$$Q_{23} = A_{23} = RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = 9RT_1 \ln 3$$

- Quá trình 3 $\rightarrow$ 1: T giảm $\Delta U_{31} < 0$, nén khí: $A_{31} = -4RT_1 < 0 \rightarrow Q_{31} < 0$ (tỏa nhiệt)



- Hiệu suất: $H = \frac{A_{23} + A_{31}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{9RT_1 \ln 3 - 4RT_1}{12RT_1 + 9RT_1 \ln 3} = \frac{9 \ln 3 - 4}{2 + 9 \ln 3} \approx 26,89\%$

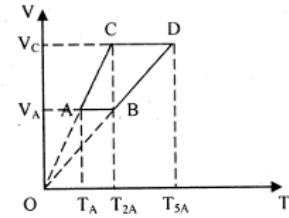
Vậy: Hiệu suất của chu trình là $H \approx 26,89\%$

81. Trên đồ thị:

+ Quá trình $A \rightarrow C \rightarrow D$ là quá trình biến đổi của một mol khí nitơ.

+ Quá trình $A \rightarrow B \rightarrow D$ là quá trình biến đổi của một mol khí hêli.

Quá trình nào nhận năng lượng ít hơn và ít hơn bao nhiêu lần?



Bài giải

Trước hết cần xác định các thông số của các trạng thái trên đồ thị:

+ Quá trình $A \rightarrow C$ (đẳng áp): $\frac{V_C}{V_A} = \frac{T_C}{T_A} = 2 \Rightarrow V_C = 2V_A; p_C = p_A$

+ Quá trình $C \rightarrow D$ (đẳng tích): $\frac{p_D}{p_C} = \frac{T_D}{T_C} = 2,5 \Rightarrow p_D = 2,5p_C; V_C = V_D$

+ Quá trình $D \rightarrow B$ (đẳng áp): $\frac{V_D}{V_B} = \frac{T_D}{T_B} = 2,5 \Rightarrow V_D = 2,5V_B; p_D = p_B$

+ Quá trình $B \rightarrow A$ (đẳng tích): $\frac{p_B}{p_A} = \frac{T_B}{T_A} = 2 \Rightarrow p_B = 2p_A; V_B = V_A$

- Xét quá trình: $A \rightarrow B \rightarrow D$ của khí hêli (khí đơn nguyên tử):

+ Độ biến thiên nội năng: $\Delta U_1 = \frac{iR}{2}(T_D - T_A) = \frac{3}{2}R(5T_A - T_A) = 6RT_A$

+ Công do khí thực hiện: $A_1 = A_{AB} + A_{BD} = p_B(V_D - V_B)$

$\Leftrightarrow A_1 = 2p_A(2,5V_A - V_A) = 3RT_A$

+ Nhiệt lượng thu vào: $Q_1 = \Delta U_1 + A_1 = 6RT_A + 3RT_A = 9RT_A$

- Xét quá trình: $A \rightarrow C \rightarrow D$ của khí nitơ (khí lưỡng nguyên tử):

+ Độ biến thiên nội năng: $\Delta U_2 = \frac{iR}{2}(T_D - T_A) = \frac{5}{2}R(5T_A - T_A) = 10RT_A$

+ Công do khí thực hiện: $A_2 = A_{AC} + A_{CD} = p_A(V_C - V_A)$

$\Leftrightarrow A_2 = p_A(2V_A - V_A) = p_AV_A = RT_A$

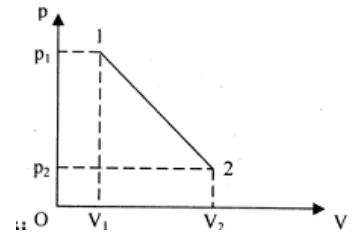
+ Nhiệt lượng thu vào: $Q_2 = \Delta U_2 + A_2 = 10RT_A + RT_A = 11RT_A$

Do đó: $Q_1 < Q_2$ và $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{9}{11}$ lần.

Vậy: Quá trình biến đổi của khí hêli thu nhiệt ít hơn và ít hơn $\frac{11}{9}$ lần.

82. Một khối khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một quá trình từ trạng thái (1) đến trạng thái (2) (hình vẽ).

Cho $p_1 = 3p_2 = p_0$; $V_1 = 0,4V_2 = V_0$. Tính theo p_0 , V_0 nhiệt cung cấp cho khí và nhiệt do khí tỏa ra ở quá trình trên.



Bài giải

- Từ đồ thị $p - V$: $p = aV + b$ ta được:

$$p = aV + b$$

+ Điểm 1 thuộc đồ thị nên:

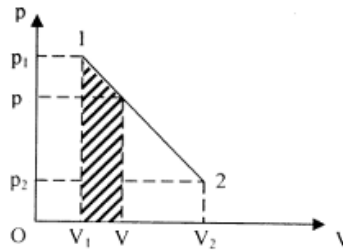
$$p_0 = aV_0 + b \quad (1)$$

+ Điểm 2 thuộc đồ thị nên:

$$\frac{p_0}{3} = \frac{V_0}{0,4} a + b \quad (2)$$

$$\Rightarrow a = -\left(\frac{4p_0}{9p_0}\right); b = \frac{13}{9}p_0$$

$$\text{Do đó: } p = -\left(\frac{4p_0}{9p_0}\right)V + \frac{13}{9}p_0$$



- Áp dụng phương trình Clapêrôn - Mendêlêép, ta được:

$$pV = nRT \Leftrightarrow -\left(\frac{4p_0}{9p_0}\right)V^2 + \left(\frac{13}{9}p_0\right)V = nRT$$

- Theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học, ta có: $Q = \Delta U + A$.

- Xét một trạng thái bất kì (p ; V ; T). Từ trạng thái (1) đến trạng thái này thì:

$$a) \Delta U = nC_v(T - T_0) = 1,5nRT - 1,5nRT_0$$

$$\Leftrightarrow \Delta U = 1,5 \left[-\left(\frac{49p_0}{9p_0}\right)V^2 + \left(\frac{13}{9}p_0\right)V \right] - 1,5p_0V_0$$

$$\Leftrightarrow \Delta U = -\left(\frac{2p_0}{3V_0}\right)V^2 + \left(\frac{13}{6}p_0\right)V - 1,5p_0V_0$$

$$b) A = \frac{1}{2}(p_0 + p)(V - V_0) \text{ (dựa vào đồ thị), với } p = -\left(\frac{4p_0}{9p_0}\right)V + \frac{13}{9}p_0$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{2} \left[p_0 - \left(\frac{4p_0}{9p_0}\right)V + \frac{13}{9}p_0 \right] (V - V_0)$$

$$\Leftrightarrow A = - \left(\frac{2p_0}{9V_0} \right) V^2 + \frac{13}{9} p_0 V - \frac{11}{9} p_0 V_0$$

$$c) Q = A + \Delta U = - \left(\frac{2p_0}{9V_0} \right) V^2 + \frac{13}{9} p_0 V - \frac{11}{9} p_0 V_0 - \left(\frac{2p_0}{3V_0} \right) V^2 + \left(\frac{13}{6} p_0 \right) V - 1,5 p_0 V_0$$

$$\Leftrightarrow Q = - \left(\frac{8p_0}{9V_0} \right) V^2 + \frac{32,5}{9} p_0 V - \frac{24,5}{9} p_0 V_0$$

Từ đó:

$$\text{- Nhiệt cung cấp cho khí: } Q_1 = - \frac{\Delta}{4a} = \frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{\left(\frac{32,5}{9} p_0 \right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{8p_0}{9V_0} \right) \left(\frac{24,5}{9} p_0 V_0 \right)}{4 \cdot \left(\frac{8p_0}{9V_0} \right)}$$

$$\Leftrightarrow Q_1 = 0,945 p_0 V_0$$

- Nhiệt trao đổi giữa khí và môi trường của cả quá trình:

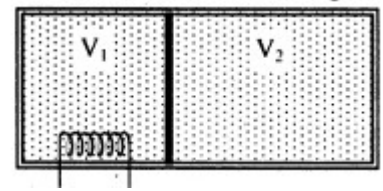
$$Q_{12} = - \left(\frac{8p_0}{9V_0} \right) V^2 + \frac{32,5}{9} p_0 V - \frac{24,5}{9} p_0 V_0 \text{ với } V = V_2 = 2,5V_0$$

$$\Leftrightarrow Q_{12} = - \left(\frac{8p_0}{9V_0} \right) (2,5V_0)^2 + \frac{32,5}{9} p_0 \cdot 2,5V_0 - \frac{24,5}{9} p_0 V_0 = \frac{6,75}{9} p_0 V_0 = 0,75 p_0 V_0$$

Vậy: Nhiệt cung cấp cho khí và nhiệt do khí tỏa ra ở quá trình trên là $Q_1 = 0,945 p_0 V_0$ và $Q_{12} = 0,75 p_0 V_0$

83. Một xilanh cách nhiệt nằm ngang thể tích $V_0 = V_1 + V_2 = 100l$ được chia làm hai phần không thông với nhau bởi một pittông cách nhiệt, pittông có thể chuyển động không ma sát. Mỗi phần của xi lanh chứa một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử.

Ban đầu pittông đứng yên và nhiệt độ hai phần khác nhau. Cho dòng điện chạy qua điện trở để truyền cho khí ở bên trái nhiệt lượng $Q = 150J$.



a) Nhiệt độ ở phần bên phải tăng hay giảm? Tại sao?

b) Khi đã có cân bằng, áp suất mới trong xilanh lớn hơn áp suất ban đầu bao nhiêu?

Bài giải

a) Nhiệt độ ở phần bên phải tăng hay giảm? Tại sao?

Khi pittông đứng yên, lượng khí ở hai nửa xilanh ở trạng thái như nhau. Nhiệt lượng truyền cho khí bên trái xilanh làm tăng nội năng khí trong phần bên trái dẫn nở sinh công làm pittông dịch sang phải, pittông nén khí bên phải làm cho nhiệt ở phần bên phải tăng.

b) Áp suất khí trong xilanh khi cân bằng lớn hơn áp suất ban đầu bao nhiêu

- Với khí bên trái: $Q = \Delta U_1 + A$; với khí bên phải: $A = \Delta U_2$

$$\Rightarrow Q = \Delta U_1 + \Delta U_2 = \frac{3}{2}R(T'_1 - T_1) + \frac{3}{2}R(T'_2 - T_2)$$

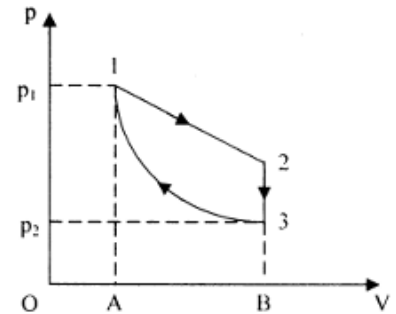
$$\Leftrightarrow Q = \frac{3}{2}R[(T'_1 - T_1) - (T'_2 - T_2)] = \frac{3}{2}R\left[\left(\frac{p'_1 V'_1}{R} + \frac{p'_2 V'_2}{R}\right) - \left(\frac{p_1 V_1}{R} + \frac{p_2 V_2}{R}\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{3}{2}\left[p'(V'_1 + V'_2) - p(V_1 + V_2)\right] = \frac{3}{2}V_0(p' - p) = \frac{3}{2}V_0 \Delta p$$

$$\text{- Độ tăng áp suất khí khi cân bằng: } \Delta p = \frac{2Q}{3V_0} = \frac{2.150}{3.100.10^{-3}} = 10^3 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

Vậy: Khi đã có cân bằng, áp suất mới trong xilanh lớn hơn áp suất ban đầu một lượng $\Delta p = 10^3 \text{ (N/m}^2\text{)}$

84. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình như hình vẽ. Trong chu trình đó khối khí thực hiện công $A = 2026 \text{ J}$. Chu trình này bao gồm quá trình $1 \rightarrow 2$ ở đó áp suất là hàm tuyến tính của thể tích, quá trình đẳng tích $2 \rightarrow 3$ và quá trình $3 \rightarrow 1$ nhiệt dung của chất khí không đổi.



Biết rằng $T_1 = T_2 = 2T_3 = 100 \text{ K}$, $\frac{V_2}{V_1} = 8$; $R = 8,31 \text{ (J/mol.K)}$. Tìm nhiệt

dung trong quá trình $3 \rightarrow 1$.

Bài giải

- Xét quá trình $3 \rightarrow 1$: $Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31}$, với:

+ Độ biến thiên nội năng của khí: $\Delta U_{31} = \frac{3}{2}R\Delta T_{31}$

$$\Leftrightarrow \Delta U_{31} = \frac{3}{2}R(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}R\left(T_1 - \frac{1}{2}T_1\right) = \frac{3}{4}RT_1 = \frac{3}{4}.8,31.100 = 623 \text{ J}$$

+ Công do chất khí thực hiện được:

$$|A_{31}| = S_{A12B} - S_{123}; S_{A12B} = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1)$$

- Áp dụng phương trình trạng thái khí lí tưởng cho các trạng thái 1 và 2, ta được:

$$p_1 V_1 = RT_1; p_2 V_2 = RT_2$$

$$\text{Vì } T_1 = T_2 \text{ và } \frac{V_2}{V_1} = 8 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{8}$$

$$\Rightarrow S_{A12B} = \frac{8p_1 + p_1}{2.8}(8V_1 - V_1) = \frac{63}{16}p_1 V_1 = \frac{63}{16}RT_1 = \frac{63}{16}.8,31.100 = 3272 \text{ J}$$

- Công do chất khí thực hiện trong cả chu trình 1231: $A = S_{123} = 2026 \text{ J}$

$$\Rightarrow |A_{31}| = 3272 - 2026 = 1246J \Rightarrow A_{31} = -1246J : \text{chất khí bị nén}$$

- Nhiệt lượng Q_{31} nhận được (thải ra) trong quá trình $3 \rightarrow 1$:

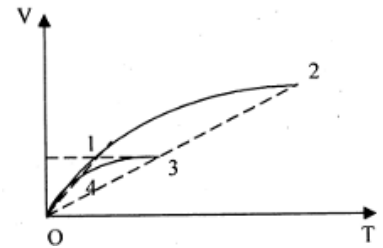
$$Q_{31} = 623 + (-1246) = -623J$$

$$\text{- Mặt khác: } Q_{31} = C(T_1 - T_3) = C(T_1 - \frac{T_1}{2}) = C \frac{T_1}{2}$$

$$\Rightarrow C = \frac{2Q_{31}}{T_1} = \frac{2 \cdot 623}{100} = 12,46(J/K)$$

Vậy: Nhiệt dung trong quá trình $3 \rightarrow 1$ là $C = 12,46(J/K)$.

85. Một mol khí lí tưởng thực hiện chu trình 1-2-3-4-1 như hình vẽ. Biết $T_1 = 300K$, $T_3 = 600K$, $V_3 = V_1 = 10l$. Cho hằng số khí lí tưởng $R = 8,31(J/mol.K)$. Đường thẳng 1-4 và 3-2 đi qua gốc O; các điểm 1, 2, 3, 4 ở trên hai parabol có đỉnh ở gốc tọa độ O.



Tính công nhận được trong cả chu trình.

Bài giải

- Phương trình của parabol có đỉnh ở gốc tọa độ O: $T = \alpha V^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_{12} = \frac{T_1}{V_1^2} = \frac{300}{10^{-4}} = 3 \cdot 10^6 \\ \alpha_{34} = \frac{T_3}{V_3^2} = \frac{600}{10^{-4}} = 6 \cdot 10^6 \end{cases}$$

- Các thông số trạng thái:

$$+ \text{Trạng thái 1: } p_1 = \frac{RT_1}{V_1} = \frac{8,31 \cdot 300}{10^{-2}} = 2,493 \cdot 10^5 (N/m^2); V_1 = 10^{-2} m^3; T_1 = 300K$$

$$+ \text{Trạng thái 2: } p_2 = p_3 = 2p_1; V_2 = \frac{V_3 T_2}{T_3} \text{ và } T_2 = \alpha_{12} V_2^2$$

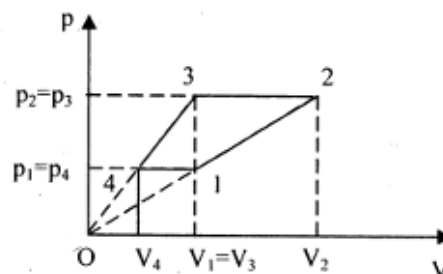
$$\Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_3}{T_1} = 2V_1 = 2 \cdot 10^{-2} m^3$$

$$+ \text{Trạng thái 3: } p_3 = 2p_1; V_3 = V_1 \text{ và } T_3 = 2T_1 = 2 \cdot 300 = 600K$$

$$+ \text{Trạng thái 4: } p_4 = p_1; V_4 = \frac{V_1 T_4}{T_1}; T_4 = \alpha_{34} V_4^2$$

$$\Rightarrow V_4 = \frac{V_1 T_1}{T_3} = \frac{V_1}{2} = \frac{10^{-2}}{2} = 5 \cdot 10^{-3} m^3$$

$$T_4 = \frac{T_1}{2} = 150K$$



- Mặt khác:

$$pV = RT = R\alpha V^2 \Rightarrow p = R\alpha V$$

- Đồ thị chu trình trên trong hệ tọa độ OpV (hình vẽ): các đường thẳng qua các điểm 1, 2, 3, 4. Công do khí thực hiện trong cả chu trình là:

$$|A| = S_{1234} = \frac{[(V_1 - V_4) + (V_2 - V_3)](p_3 - p_1)}{2} = \frac{(V_2 - V_4)(p_3 - p_1)}{2}$$
$$\Leftrightarrow |A| = \frac{\left(2V_1 - \frac{V_1}{2}\right)p_1}{2} = \frac{\left(2 \cdot 10^{-2} - \frac{10^{-2}}{2}\right) \cdot 2,493 \cdot 10^5}{2} = 1,87 \cdot 10^3 J$$

Vậy: Công do khí thực hiện trong cả chu trình là $|A| = 1,87 \cdot 10^3 J$

2. NGUYÊN LÝ II NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

86. Một động cơ hơi nước lí tưởng là động cơ nhiệt có hiệu suất cực đại, hoạt động với nguồn nóng là lò hơi có nhiệt độ 500K. Nước được đưa vào lò hơi và được đun nóng, chuyển thể thành hơi nước và hơi nước này làm chuyển động pittông. Nhiệt độ của nguồn lạnh là nhiệt độ bên ngoài của không khí và bằng 300K.

a) Tính công của động cơ hơi nước này thực hiện khi lò hơi cung cấp cho tác nhân một nhiệt lượng bằng $6,5 \cdot 10^3 J$.

b) Tính hiệu suất cực đại của động cơ này. Giả sử muốn tăng hiệu suất này lên 20% thì phải tăng nhiệt độ lò hơi lên bao nhiêu độ?

Bài giải

a) Tính công của động cơ hơi nước

- Hiệu suất của động cơ: $H = \frac{|A|}{|Q_N|} = \frac{|Q_N| - |Q_L|}{|Q_N|} = 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_N|}$

- Vì động cơ có hiệu suất cực đại nên: $H = H_{max} = \frac{|T_N| - |T_L|}{|T_N|} = 1 - \frac{T_L}{T_N}$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_N|} = 1 - \frac{T_L}{T_N} \Leftrightarrow \frac{|Q_L|}{|Q_N|} = \frac{T_L}{T_N}$$

$$\Rightarrow |Q_L| = \frac{T_L}{T_N} |Q_N| = \frac{300}{500} \cdot 6,5 \cdot 10^3 = 3,9 \cdot 10^3 J$$

$$\text{Và } |A| = |Q_N| - |Q_L| = 6,5 \cdot 10^3 - 3,9 \cdot 10^3 = 2,6 \cdot 10^3 J$$

Vậy: Công mà động cơ này thực hiện được (thông qua pittông) bằng $|A| = 2,6 \cdot 10^3 J$

b) Hiệu suất cực đại của động cơ và độ tăng nhiệt của lò hơi

- Hiệu suất cực đại lúc đầu $H_{max} = \frac{T_N - T_L}{T_N} = \frac{500 - 300}{500} = 40\%$

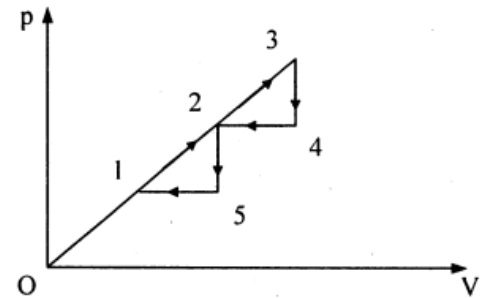
- Khi tăng hiệu suất này lên 20%, hiệu suất mới là: $H'_{max} = 120\% H_{max} = 120\% \cdot 0,4 = 48\%$

- Mặt khác: $H'_{max} = \frac{T'_N - T_L}{T_N} \Rightarrow T'_N = \frac{T_L}{1 - H'_{max}} = \frac{300}{1 - 0,48} = 577 K$

- Độ tăng nhiệt độ của lò hơi: $\Delta T_N = T'_N - T_N = 577 - 500 = 77 K$

Vậy: Hiệu suất cực đại của động cơ trong hai trường hợp là $H_{max} = 40\%$ và $H'_{max} = 48\%$ và độ tăng nhiệt của lò hơi là $\Delta T_N = 77 K$

87. Một máy nhiệt hoạt động theo chu trình 1-2-3-4-5-1 biểu diễn trên giản đồ p-V (hình vẽ). Các điểm 1, 2, 3 nằm trên một đường thẳng đi qua gốc tọa độ của giản đồ. Điểm 2 là trung điểm của đoạn 1-3. Nhiệt độ cực đại của một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình này lớn hơn nhiệt độ cực tiểu của nó n lần. Tính hiệu suất của máy nhiệt.



(Trích đề thi Olympic 30-4, 2011)

Bài giải

- Vì các điểm 1, 2, 3 nằm trên đường thẳng qua gốc tọa độ p, V nên gọi α là hằng số, ta có:

$$p_1 = p_5 = \alpha V_1; p_2 = p_4 = \alpha V_2; p_3 = \alpha V_3 \quad (1)$$

- Áp dụng phương trình trạng thái của khí lí tưởng cho các trạng thái 1, 2, 3:

$$p_1 V_1 = RT_1; p_2 V_2 = RT_2; p_3 V_3 = RT_3 \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) suy ra: $T_1 = \frac{\alpha V_1^2}{R}; T_2 = \frac{\alpha V_2^2}{R}; T_3 = \frac{\alpha V_3^2}{R} \quad (3)$

- Từ (3), suy ra: $T_1 < T_2 < T_3$ vì $V_1 < V_2 < V_3$

- Quá trình 3-4 là quá trình đẳng tích với $T_3 > T_4$

- Quá trình 4-2 là quá trình đẳng áp với $T_4 > T_2$.

- Quá trình 2-5 là quá trình đẳng tích với $T_2 > T_5$

- Quá trình 5-1 là quá trình đẳng áp với $T_5 > T_1$

$$\Rightarrow T_1 < T_5 < T_2 < T_4 < T_3 \Rightarrow T_3 = nT_1 \quad (4)$$

- Thay (3) vào (4), ta được: $V_3^2 = nV_1^2 \Rightarrow V_3 = \sqrt{n}V_1 \quad (5)$

- Vì 2 là trung điểm của 1 - 3 nên: $V_2 - V_1 = V_3 - V_2$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{2}(V_3 + V_1) = \frac{1}{2}(\sqrt{n} + 1)V_1 \quad (6)$$

- Công thực hiện trong cả chu trình là tổng diện tích 2 tam giác 1-2-5 và 2-3-4:

$$A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1) = \alpha(V_2 - V_1)^2 = \alpha V_1^2 \left(\frac{\sqrt{n} - 1}{2} \right)^2$$

- Nhiệt lượng máy nhận được chỉ trong quá trình 1-2-3 (các quá trình 3-4; 2-5; 4-2; 5-1 đều tỏa nhiệt). Theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học, ta có:

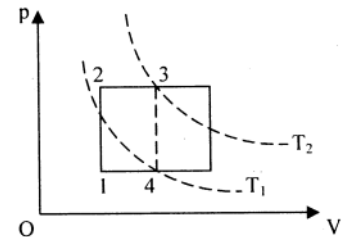
$$Q = \frac{3}{2}R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(p_1 + p_3)(V_3 - V_1) = \frac{3}{2}R(n-1)T_1 + \frac{1}{2}\alpha(V_3 + V_1)(V_3 - V_1)$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{3}{2}R(n-1)\frac{\alpha V_1^2}{R} + \frac{1}{2}\alpha(n-1)V_1^2 = 2\alpha(n-1)V_1^2$$

- Hiệu suất của máy nhiệt:
$$H = \frac{A}{Q} = \frac{\alpha V_1^2 \left(\frac{\sqrt{n} - 1}{2} \right)^2}{2\alpha(n-1)V_1^2} = \frac{1}{8} \frac{(\sqrt{n} - 1)^2}{n - 1}$$

Vậy: Hiệu suất của máy nhiệt là
$$H = \frac{1}{8} \frac{(\sqrt{n} - 1)^2}{n - 1}$$

88. Tác nhân của một động cơ nhiệt là 1 mol khí lí tưởng đơn nguyên tử, thực hiện một chu trình gồm hai quá trình đẳng tích và hai quá trình đẳng áp. Các điểm chính giữa của quá trình đẳng áp phía dưới và đường đẳng tích bên trái nằm trên cùng đường đẳng nhiệt T_1 , các điểm chính giữa của quá trình đẳng áp phía trên và đường đẳng tích bên phải nằm trên cùng đường đẳng nhiệt T_2 . Tìm hiệu suất của chu trình đó theo T_1 và T_2 .



(Trích đề thi Olympic 30-4, 2012)

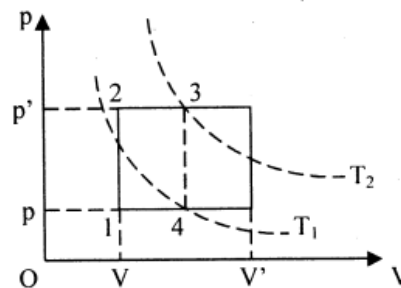
Bài giải

- Các quá trình biến đổi:

+ 1 - 2 (đẳng tích): $\frac{p'}{p} = \frac{T_2}{T_1}$

+ 2- 3 (đẳng áp): $\frac{V'}{V} = \frac{T_2}{T_1}$

+ 3 - 4 (đẳng tích): $\frac{p'}{p} = \frac{T_2}{T_1}$



- Quá trình biến đổi 1 - 2 - 3 - 4 : $\frac{p'}{p} = \frac{V'}{V} = \frac{T_2}{T_1}$

- Khi chỉ nhận nhiệt lượng trong quá trình đẳng tích 1 - 2 và đẳng áp 2 - 3 ($T_2 > T_1$)

$$Q = C_v \Delta T_{12} + C_p \Delta T_{23} = \frac{3}{2}(pV' - pV) + \frac{5}{2}(p'V' - pV)$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{1}{2}pV \left(3 \frac{V'}{V} - 3 + 5 \cdot \frac{p'}{p} \cdot \frac{V'}{V} - 5 \frac{p'}{p} \right) = \frac{1}{2}pV \left(3 \frac{T_2}{T_1} - 3 + 5 \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{T_2}{T_1} - 5 \frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{1}{2}pV \left[3 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) + 5 \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \right] = \frac{1}{2}pV \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \left(3 + \frac{5T_2}{T_1} \right)$$

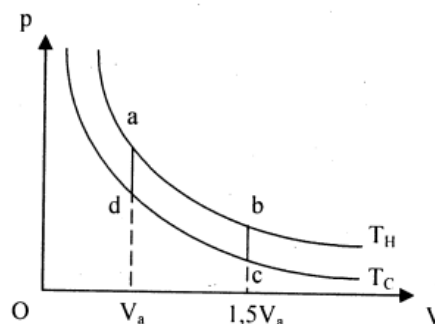
- Công mà khí thực hiện trong chu trình: $A = (p' - p)(V' - V)$

$$\Leftrightarrow A = p \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot V \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = pV \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)^2$$

- Hiệu suất của chu trình: $H = \frac{A}{Q} = \frac{pV \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)^2}{\frac{1}{2}pV \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \left(3 + \frac{5T_2}{T_1} \right)} = \frac{2T_2 - 2T_1}{5T_2 + 3T_1}$

Vậy: Hiệu suất của chu trình là $H = \frac{2T_2 - 2T_1}{5T_2 + 3T_1}$

89. Hình sau là giản đồ p - V của một động cơ. Động cơ dùng $n = 8,1 \cdot 10^3$ mol khí lí tưởng, làm việc với hai nguồn nhiệt nóng và lạnh có nhiệt độ $t_H = 95^\circ\text{C}$ và $t_C = 24^\circ\text{C}$ và chạy với tốc độ 0,70 chu trình trong một giây. Chu trình gồm một đường dẫn đẳng nhiệt (ab), một đường nén đẳng nhiệt (cd) và hai quá trình đẳng tích (bc và da).
Hỏi:



- 1) Công toàn phần mà động cơ thực hiện trong mỗi chu trình là bao nhiêu?
- 2) Công suất của động cơ là bao nhiêu?
- 3) Nhiệt lượng toàn phần truyền cho khí trong một chu trình là bao nhiêu?
- 4) Hiệu suất của động cơ.

Cho hằng số khí lí tưởng $R = 8,31(\text{J/mol.K})$.

Bài giải

- 1) Công toàn phần mà động cơ thực hiện trong mỗi chu trình

- Công mà khí thực hiện trong mỗi quá trình: $A_{12} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

+ Quá trình ab: $A_{ab} = nRT_H \ln \frac{1,5V_a}{V_a} = nRT_H \ln 1,5$

+ Quá trình cd: $A_{cd} = nRT_C \ln \frac{V_a}{1,5V_a} = -nRT_C \ln 1,5$

+ Các quá trình bc và da: $A_{bc} = A_{da} = 0$

- Công toàn phần mà động cơ thực hiện trong một chu trình là:

$$A = A_{ab} + A_{bc} + A_{cd} + A_{da} = nRT_H \ln 1,5 + 0 - nRT_C \ln 1,5 + 0$$

$$\Leftrightarrow A = nR \ln 1,5(T_H - T_C) = 8,1 \cdot 10^3 \cdot 8,31 \cdot \ln 1,5(368 - 297) = 1,937 J$$

Vậy: Công toàn phần mà động cơ thực hiện trong một chu trình là $A = 1,937 J$

2) Công suất của động cơ

- Động cơ chạy với tốc độ 0,70 chu trình/ s nên thời gian chạy một chu trình là:

$$t = \frac{1}{0,7} = 1,429 s$$

- Công suất động cơ: $P = \frac{A}{t} = \frac{1,937}{1,429} \approx 1,4 W$

3) Nhiệt lượng toàn phần truyền cho khí trong một chu trình

Trong một chu trình: $\Delta U = 0 \Rightarrow Q = A = 1,937 J$

Vậy: Nhiệt lượng toàn phần truyền cho khí trong một chu trình là $Q = 1,937 J$

4) Hiệu suất của động cơ

- Công toàn phần mà động cơ thực hiện trong một chu trình là:

$$A = nR \ln 1,5(T_H - T_C)$$

- Nhiệt lượng truyền cho hệ là: $Q_H = A_{ab} = nRT_H \ln 1,5$

- Hiệu suất của chu trình:

$$H = \frac{|A|}{|Q_H|} = \frac{nR \ln 1,5(T_H - T_C)}{nR \ln 1,5 T_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H} = \frac{368 - 297}{368} = 19,3\%$$