**PHIẾU SỐ 5: TIẾT 29 - LUYỆN TẬP – GV THÂN NGỌC KHÁNH**

**1. Dạng toán nhận biết tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau**

**Bài 1:** Cho đường tròn  dây cung  không đi qua tâm. Hai tiếp tuyến của đường tròn  tại  và cắt nhau tại . Dựa vào tính chất hai tiếp tuyến căt nhau Chỉ rõ các đoạn thẳng bằng nhau và các góc bằng nhau.

**Bài 2:** Cho đường tròn tâm . Từ một điểm  nằm ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến với đường tròn (là tiếp điểm).

a) Chứng minh  vuông góc với 

b) Kẻ đường kính  của đường tròn tâm  . Chứng minh rằng  song song với 

**Bài 3**: Cho nửa đường tròn  đường kính  . Trên cùng nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn vẽ các tiếp tuyến  và . Từ điểm  trên nửa đường tròn vẽ tiếp tuyến với đường tròn  , tiếp tuyến này thứ tự cắt  tại  và . Chứng minh rằng :

 a) 

 b)  .

**Bài 4**: Cho nửa đường tròn tâm có đường kính. Vẽ các tiếp tuyến, 

(,  và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ). Gọilà một điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn.Tiếp tuyến tạicắt, theo thứ tự ở và .

1. Chứng minh 

2. Tính diện tích của hình thang, biết chu vi của nó bằng.

**2. Dạng toán đường tròn nội tiếp, đường tròn bàng tiếp tam giác**

**Bài 5**: Cho đường tròn tâm . Từ một điểm  nằm ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến với đường tròn (là tiếp điểm). Trên đoạn thẳng AB lấy điểm D bất kỳ, Từ D kẻ DF là tiếp tuyến của đường tròn tâm  . Đường thẳng DF cắt AC tại E.

Chứng minh  (là chu vi tam giác ADE )

**Bài 6**: Cho tam giác  ngoại tiếp đường tròn tâm  bán kính . Giả sử  tiếp xúc với các cạnh  lần lượt tại . Đặt .

a) Hãy tính  theo 

b) Chứng minh (trong đó  là diện tích tam giác  là nữa chu vi tam giác, r là bán kính vòng tròn ngoại tiếp tam giác.

 c) Chứng minh:  trong đó  lần lượt là đường cao kẻ từ các đỉnh  của tam giác .

**Bài 7**: Cho tam giáccó cm,  cm,  cm. Tính bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho

**3. Bài toán tổng hợp về hai tiếp tuyến cắt nhau**

**Bài 8**: Cho nửa đường tròn tâm  có đường kính  . Gọi là các tia vuông góc với (và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ ). Gọi  là điểm bất kì thuộc nửa đường tròn ( khác  và  ). Đường thẳng qua  vuông góc với  cắt tại  và cắt  tại .

a) Chứng minh .

b) Chứng minh , từ đó suy ra  song song với .

c) Gọi  là giao điểm của  và . Chứng minh đường thẳng  vuông góc với đường thẳng .

**Bài 9**: Cho đường tròn  và đường thẳng d cố định không cắt đường tròn. Từ một điểm  bất kì trên đường thẳng  kẻ tiếp tuyến  với đường tròn ( là tiếp điểm). Từ  kẻ đường thẳng vuông góc với  tại  , trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho .

a) Chứng minh  thuộc đường tròn  và  là tiếp tuyến của đường tròn .

b) Từ  kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng  tại  cắt  tại . Chứng minh  .

c) Chứng minh khi A thay đổi trên đường thẳng d thì đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 10**: Cho  vuông tại  đường cao  . Vẽ đường tròn tâm  bán kính  . Kẻ các tiếp tuyến  với đường tròn (  là các tiếp điểm  ). Chứng minh:

 a) 

 b) Ba điểm  thẳng hàng.

 c)  tiếp xúc với đường tròn đường kính  .

 **Bài 11**: Cho đường tròn  và một điểm  nằm ngoài đường tròn  sao cho . Từ  vẽ tiếp tuyến  của đường tròn  ( là tiếp điểm).

 1) Chứng minh tam giác  vuông tại  và tính độ dài  theo  (1đ)

 2) Từ  vẽ dây cung  của  vuông góc với cạnh  tại . Chứng minh  là tiếp tuyến của đường tròn .

 3) Chứng minh tam giác  đều.

 4) Từ  vẽ đường thẳng vuông góc với  tại  . Đường tròn đường kính  cắt cạnh  tại . Gọi là trung điểm của cạnh . Chứng minh ba điểm  thẳng hàng.

**Bài 12**: Cho đường tròn  có đường kính  và dây cung .

 a) Chứng minh Δ vuông tại  và tính số đo của Â và độ dài dây  theo .

 b) Đường thẳng qua  và vuông góc với  tại cắt tiếp tuyến tại  của đường tròn  ở . Chứng minh  là tiếp tuyến của đường tròn .

 c) Vẽ dây   tại . Chứng minh tứ giác  là hình thoi và tính diện tích tứ giác  theo .

 d) Tiếp tuyến tại  của  cắt  tại . Chứng minh  đồng quy.

**HƯỚNG DẪN GIẢI PHIẾU SỐ 5**

**1. Dạng toán nhận biết tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau**

**Bài 1:** Cho đường tròn  dây cung  không đi qua tâm. Hai tiếp tuyến của đường tròn  tại  và cắt nhau tại . Dựa vào tính chất hai tiếp tuyến căt nhau Chỉ rõ các đoạn thẳng bằng nhau và các góc bằng nhau.

**Lờigiải**

Ta có  là hai tiếp tuyến cắt nhau tại C nên.

Các góc bằng nhau là: 

Các đoạn thẳng bằng nhau là: 

**Bài 2:** Cho đường tròn tâm . Từ một điểm  nằm ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến với đường tròn (là tiếp điểm).

a) Chứng minh  vuông góc với 

b) Kẻ đường kính  của đường tròn tâm  . Chứng minh rằng  song song với 

**Lờigiải**

a) Ta có  (Bán kính)

 (Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)

là đường trung trực của  hay 

b) Ta có tam giác  nội tiếp đường tròn tâm . Có cạnh  là đường kính.

=> Tam giác  vuông tại tại 

Vậy  ( Vì cùng vuông góc với )

**Bài 3**: Cho nửa đường tròn  đường kính  . Trên cùng nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn vẽ các tiếp tuyến  và . Từ điểm  trên nửa đường tròn vẽ tiếp tuyến với đường tròn  , tiếp tuyến này thứ tự cắt  tại  và . Chứng minh rằng :

 a) 

 b)  .

**Lờigiải**

a) Ta có  là hai tiếp tuyến cắt nhau tại  nên 

Lại có DB ; DM là hai tiếp tuyến cắt nhau tại  nên 



b) Ta có CA ; CB là hai tiếp tuyến cắt nhau tại C

Nên OC là tia phân giác của góc 

Lại có DB ; DM là hai tiếp tuyến cắt nhau tại D

Nên OD là tia phân giác của góc 

Mà và  là 2 góc kề bù. Suy ra 

**Bài 4**: Cho nửa đường tròn tâm có đường kính. Vẽ các tiếp tuyến,  (, và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ). Gọilà một điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn.Tiếp tuyến tạicắt, theo thứ tự ở và .

1. Chứng minh 

2. Tính diện tích của hình thang, biết chu vi của nó bằng.

**Lờigiải**

1) Ta có CB ; CM là hai tiếp tuyến cắt nhau tại C nên

Lại có DA ; DM là hai tiếp tuyến cắt nhau tại D nên 

Chứng minh được 

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông DOC ta có 

2) Chu vi hình thanglà



Diện tích hình thang 

**2. Dạng toán đường tròn nội tiếp, đường tròn bàng tiếp tam giác**

**Bài 5**: Cho đường tròn tâm . Từ một điểm  nằm ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến với đường tròn (là tiếp điểm). Trên đoạn thẳng AB lấy điểm D bất kỳ, Từ D kẻ DF là tiếp tuyến của đường tròn tâm  . Đường thẳng DF cắt AC tại E.

Chứng minh  (là chu vi tam giác ADE )

**Lờigiải**



Ta có DB ; DF là hai tiếp tuyến cắt nhau tại D nên

Ta có EF ; EC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại E nên 

Ta có AB ; AC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại A nên 

Lại có 

**Bài 6**: Cho tam giác  ngoại tiếp đường tròn tâm  bán kính . Giả sử  tiếp xúc với các cạnh  lần lượt tại . Đặt .

1. Hãy tính  theo 
2. Chứng minh (trong đó  là diện tích tam giác  là nửa chu vi tam giác, r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

 c) Chứng minh:  trong đó  lần lượt là đường cao kẻ từ các đỉnh  của tam giác .

**Lờigiải**



a). Từ giả thiết ta có . Từ đó suy ra . Lần lượt trừ từng vế phương trình (4) của hệ cho các phương trình ta thu được: 

b). Ta có 

c). Ta có 

**Bài 7**: Cho tam giáccó cm,  cm,  cm. Tính bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác đã cho

**Lờigiải**

Vìvuôngtại.

Từ đó dựa vào hình vuông 

Với là tâm đường tròn nội tiếp.

 Ta có .

**3. Bài toán tổng hợp về hai tiếp tuyến cắt nhau**

**Bài 8**: Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là điểm bất kì thuộc nửa đường tròn (M khác A và B). Đường thẳng qua M vuông góc với OM cắt Ax tại C và cắt By tại D.

a) Chứng minh CA = CM.

b) Chứng minh , từ đó suy ra AM song song với OD.

c) Gọi N là giao điểm của AD và BC. Chứng minh đường thẳng MN vuông góc với đường thẳng AB.

**Lờigiải**

a) CM ⊥ MO ⇒ CM là tiếp tuyến của (O)

CA ⊥ AO ⇒ CA là tiếp tuyến của (O).

⇒ CM = CA (T.chất 2 tt cắt nhau).

b) ΔOMA cân tại O do OM = OA

⇒

Mà (góc ngoài)

⇒

Lí luận được BD là tiếp tuyến của (O)

⇒OD là phân giác của 

⇒⇒

⇒ AM // OD

c) AC// BD ⇒ Mà AC= MC và BD = MD

⇒⇒ MN//BD ⇒MN ⊥ AB

**Bài 9**: Cho đường tròn (O, R) và đường thẳng d cố định không cắt đường tròn. Từ một điểm A bất kì trên đường thẳng d kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AO tại H, trên tia đối của tia HB lấy điểm C sao cho HC = HB.

1. Chứng minh C thuộc đường tròn (O, R) và AC là tiếp tuyến của đường tròn (O, R).
2. Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng d tại I, OI cắt BC tại K. Chứng minh 
3. Chứng minh khi A thay đổi trên đường thẳng d thì đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

**Lờigiải**



a)

+) Chứng minh BHO =CHO  OB = OC OC = RC thuộc (O, R).

+) Chứng minhABO =ACO 

Mà AB là tiếp tuyến của (O, R) nên AB BO 

AC CO AC là tiếp tuyến của (O, R).

b) Chứng minh 

 vuông tại B có BH vuông góc với AO



c) Theo câu b ta có  không đổi.

Mà K thuộc OI cố định nên K cố định.

Vậy khi A thay đổi trên đường thẳng d thì đường thẳng BC luôn đi qua điểm K cố định.

**Bài 10**: Cho  vuông tại A đường cao AK. Vẽ đường tròn tâm A bán kính AK. Kẻ các tiếp tuyến BE; CD với đường tròn ( E; D là các tiếp điểm  K). Chứng minh:

 a) BC = BE + CD

 b) Ba điểm D; A; E thẳng hàng.

 c) DE tiếp xúc với đường tròn đường kính BC.

 **Lờigiải**

a, Chứng minh được:

BC là tiếp tuyến của (A; AK)

Ta có:   BC = BE + CD

b, Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau

 Ta có : 

 Ta có:  = 

= =  = 2. 900= 1800

Vậy ba điểm A, D, E thẳng hàng

c) Gọi M là trung điểm của BC

Chứng minh được MA là đường trung bình của hình thang BCDE

Nên MA // BE do đó MA DE (1)

Chứng minh được MA = MB = MC=  A  (2)

Từ (1) và (2)  DE là tiếp tuyến của đường tròn 

**Bài 11**: Cho đường tròn (O; R) và một điểm A nằm ngoài đường tròn (O) sao cho OA = 2R. Từ A vẽ tiếp tuyến AB của đường tròn (O) (B là tiếp điểm).

 1) Chứng minh tam giác ABO vuông tại B và tính độ dài AB theo R

 2) Từ B vẽ dây cung BC của (O) vuông góc với cạnh OA tại H. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

 3) Chứng minh tam giác ABC đều.

 4) Từ H vẽ đường thẳng vuông góc với AB tại D. Đường tròn đường kính AC cắt cạnh DC tại E. Gọi F là trung điểm của cạnh OB. Chứng minh ba điểm A, E, F thẳng hàng.

**Lờigiải**

1) Ta có:  (AB là tiếp tuyến của(O) tại B)

⇒ΔABO vuông tại B

⇒ (Đ/L Pytago)

⇒

⇒

2) Ta có ΔBOC cân tại O (OB = OC = R)

Mà OH là đường cao ( BC ⊥ OA tại H)

⇒ OH là đường phân giác của ΔBOC ⇒

+ Chứng minh ΔAOC = ΔAOB (c-g-c) ⇒

 Mà  (AB là tiếp tuyến của(O) tại B) ⇒⇒ AC ⊥ OC

 Mà C thuộc (O) ⇒ AC là tiếp tuyến của đường tròn (O)

3) Chứng minh ΔABC cân tại A (1)

Xét ΔABO vuông tại , có  ⇒

 Ta có: AO là tia phân giác của góc BAC (T/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)

⇒ (2)

Từ (1) và (2) suy ra ΔABC đều

1. Gọi I là giao điểm của AF và HD. Áp dụng hệ quả Talet để I là trung điểm HD

Gọi K là trung điểm BD

+ Chứng minh KI là đường trung bình của ΔBHD⇒ KI // HB,

Mà HB ⊥ OA tại H (gt)⇒ KI ⊥ AH

+ Chứng minh I là trực tâm của ΔAHK⇒ AI là đường cao của ΔAHK⇒ AF ⊥ HK (3)

+ Chứng minh HK là đường trung bình của ΔBDC ⇒ HK // CD (4)

Từ (3) và (4) ⇒ AF ⊥ CD

Ta có: ΔAEC nội tiếp đường tròn đường kính AC ⇒ΔAEC vuông tại E ⇒ AE ⊥ CD

 Mà AF ⊥ CD (cmt)

Vậy Ba điểm A, E, F thẳng hàng

**Bài 12**: Cho đường tròn (O; R) có đường kính AC và dây cung BC = R.

 a) Chứng minh ΔABC vuông tại B và tính số đo của Â và độ dài dây AB theo R.

 b) Đường thẳng qua O và vuông góc với AB tại H cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) ở D. Chứng minh DB là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

 c) Vẽ dây BE AC tại M . Chứng minh tứ giác OBCE là hình thoi và tính diện tích tứ giác OBCE theo R.

 d) Tiếp tuyến tại C của (O) cắt DB tại K . Chứng minh AK, CD, BE đồng quy.

**Lờigiải**

a) Chứng minh ΔABC vuông tại B và tính số đo của Â,

 và độ dài dây AB theo R.

∆ABC nội tiếp (O) vì A,B,C (O) – ( gt )

Có cạnh AC là đường kính (gt)

 ∆ABC vuông tại B, ta có

 AC² = AB² + BC² (đ/l Pi-Ta-Go)

 AB² = AC² – BC² = (2R)² - R² = 3R²

 AB = 

Xét ∆ABC vuông tại B, ta có



b) Chứng minh DB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Chứng minh ∆AOB cân suy ra OH là đường cao cũng là phân giác 

Chứng minh ∆AOD = ∆BOD (c-g-c)

 DB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c) Chứng minh tứ giác OBCE là hình thoi và tính diện tích tứ giác OBCE theo R.

Tính CM suy ra M là trung điểm của OC

AC BE (gt) suy ra M là trung điểm của BE ( tính chất đường kính và dây)

Suy ra tứ giác OBCE là hình thoi

Tính BE = 



d) Chứng minh AK, CD, BE đồng quy

Gọi S là giao điểm của AK và DC

Áp dụng ta let chứng minh BS AC Mà BEAC (gt)

Suy ra .

Vậy AK, CD, BE đồng quy tại S.