**CHỦ ĐỀ 7: LUỸ THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ**

**A. LÝ THUYẾT:**

**1. Luỹ thừa với số mũ tự nhiên.**

Luỹ thừa bậc n của một số hữu tỉ, kí hiệu xn, là tích của n thừa số x (n là số tự nhiên lớn hơn 1): xn = x.x.x.x.x.x ( x ∈ Q, n ∈ N, n > 1)

Quy ước: x1 = x; x0 = 1; (x ≠ 0)

Khi viết số hữu tỉ x dưới dạng , ta có: 

**2.Tích và thương của hai luỹ thừa cùng cơ số:**



 (x ≠ 0, )

**3. Luỹ thừa của luỹ thừa.** 

**4. Luỹ thừa của môt tích - luỹ thừa của một thương.**



 (y ≠ 0)

Luỹ thừa của một tích bằng tích các luỹ thừa.

Luỹ thừa của một thương bằng thương các luỹ thừa.

**Tóm tắt các công thức về luỹ thừa:** x , y ∈ Q; x =  y = 

1. Nhân hai lũy thừa cùng cơ số: ()m .( )n =( )m+n

2. Chia hai lũy thừa cùng cơ số: ()m : ( )n =( )m-n (m≥n)

3. Lũy thừa của một tích: (x . y)m = xm . ym

4. Lũy thừa của một thương: (x : y)m = xm : ym

5. Lũy thừa của một lũy thừa: (xm)n = xm.n

6. Lũy thừa với số mũ âm: xn = 

**B. CÁC DẠNG TOÁN.**

**DẠNG 1: THỰC HIỆN NHÂN, CHIA CÁC LŨY THỪA.**

**I/ Phương pháp:**

Áp dụng các công thức tính tích và thương của hai luỹ thừa cùng cơ số.



 (x ≠ 0, )

Áp dụng các công thức tính luỹ thừa của luỹ thừa



Tích hai lũy thừa cùng số mũ: xm.ym = (x.y)m

Sử dụng tính chất: Với a ≠ 0, a ≠ , nếu am = an thì m = n

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1**: Tính

a)  b)  c) a5.a7

**Bài 2**: Tính

a)  b)  c) 

**Bài 3:** Tìm x, biết:

a)  b) 

**Bài 4:** Tính giá trị của biểu thức sau

a) 4.  b) 

**Bài 5:** Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa

a)  d)  c)  d) 

**Bài 6:** Tính hợp lý

a)  b)  c)  d) 

**Bài 7**: Tính

a)  b) (0,125)3.512 c)  d) 

**Bài 8**: Tính giá trị biểu thức

a)  b)  c)  d) 

**Bài 9**: Tính .

a. b. c. d.

e. f.  g.  h.16/ (0,125)3 . 512 ;

**DẠNG 2: TÍNH (RÚT GỌN) BIỂU THỨC SỐ CÓ CHỨA LŨY THỪA.**

**I/ Phương pháp.**

Vận dụng linh hoạt các công thức, phép tính về lũy thừa để tính cho hợp lí và nhanh. Biết kết hợp hài hòa một số phương pháp trong tính toán khi biến đổi.

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1:** Rút gọn các biểu thức sau

a) A =  b) B = 

**Bài 2:** Tính giá trị các biểu thức sau

a) 4.  b) 

**Bài 3.** Tính giá trị các biểu thức sau:

a) A = 

b) M = , với x = 7

**DẠNG 3: TÌM SỐ X CHƯA BIẾT**

**I/ Phương pháp chung:** Đưa về hai lũy thừa cùng số mũ hoặc cùng cơ số

af(x) = ag(x) => f(x) = g(x) (với a ≠ 1)

[f(x)]a = [g(x)]a => f(x) = g(x)

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1.** Tìm x biết rằng:

a) x3 = -27 b) (2x – 1)3 = 8 c) (x – 2)2 = 16 d) (2x – 3)2 = 9

**Bài 2.** Tìm số hữu tỉ x biết: x2 = x5

**Bài 3.** Tìm số hữu tỉ y biết: (3y - 1)10 = (3y - 1)20

**Bài 3.** Tìm x biết: (x - 5)2 = (1 – 3x)2

**Bài 4.** Tìm x và y biết: (3x - 5)100

**Bài 5.** Tìm các số nguyên x và y sao cho: (x + 2)2 + 2(y – 3)2 < 3

**Phương pháp giải**

(x + 2)2  0, x Z (1) 2(y – 3)2  0, x Z (2)

Từ (1) và (2) , có (x + 2)2 + 2(y – 3)2 < 3 thì chỉ có thể xảy ra những trường hợp sau:

* Trường hợp 1: (x + 2)2 = 0 và (y – 3)2 = 0 
* Trường hợp 2: (x + 2)2 = 0 và (y – 3)2 = 1 
* Trường hợp 3: (x + 2)2 = 1 và (y – 3)2 = 0 
* Trường hợp 4: (x + 2)2 = 1 và (y – 3)2 = 1 

Vậy ta có bảng giá trị tương ứng của x và y thỏa mãn đề bài là :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 | -2 | -2 | -1 | -3 | -1 | -3 |
| y | 3 | 4 | 2 | 3 | 3 | 4 | 2 |

**Bài 6:** Tìm x biết:

a) (2x – 1)4 = 81 b) (x -2)2 = 1 c) (x - 1)5 = - 32 d) (4x - 3)3 = -125

**Bài 7:** Tìm y biết :

a) y200 = y b) y2008 = y2010

c) (2y - 1)50 = 2y – 1 d) (-5 )2000 = (-5 )2008

**Bài 8**. Tìm x biết: (x - 1) x+2 = (x - 1) x+4 (1)

**Phương pháp giải**

Thoạt nhìn ta thấy đây là một bài toán rất phức tạp, vì số cần tìm có mặt cả trong số mũ và cơ số. Vì thế, học sinh rất khó xác định cách giải. Nhưng chúng ta có thể đưa về bài toán quen thuộc bằng một phép biến đổi sau:

Đặt x - 1 = y ta có: x + 2 = y + 3⬄ x + 4 = y + 5

Khi đó (1) trở thành: yy+3 = yy+5 ⬄ yy+5 - yy+3 = 0 ⬄ yy+3(y2 – 1) = 0 ⬄ 

\* Nếu: yy+3 = 0 => y = 0 Khi đó: x – 1 = 0 ⬄ x = 1.

\* Nếu: y2 – 1 = 0 ⬄ y2 = (±1)2 

Với y = 1 ta có: x – 1 = 1 ⬄ x = 2

Với y = -1 ta có: x – 1 = -1 ⬄ x = 0

Vậy: x 

**Bài 9.** Tìm x biết: x(6 - x)2003 = (6 - x)2003

**Phương pháp giải**

Với bài này, x xuất hiện cả trong cơ số và cả ở ngoài (không phải ở trong số mũ như bài trên). Học sinh sẽ lúng túng và gặp khó khăn khi tìm lời giải, khi đó giáo viên hướng dẫn.

x. (6 - x)2003 = (6 - x)2003 ⬄ x. (6 - x)2003 - (6 - x)2003 = 0

⬄ (6 - x)2003 (x - 1) = 0 ⬄ 

Nếu (6 - x)2003  = 0 ⬄ (6 - x) = 0 ⬄ x = 6

Nếu (x - 1) = 0 ⬄ x = 1

Vậy: x 

**DẠNG 4: TÌM SỐ MŨ, THÀNH PHẦN TRONG SỐ MŨ CỦA LŨY THỪA.**

**I/ Phương pháp.**

*Đưa về hai lũy thừa có cùng cơ số*

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1.** Tìm n  N, biết:

a) 2008n = 1 c) 32-n. 16n = 1024

b) 5n + 5n+2 = 650 d) 3-1.3n + 5.3n-1 = 162

**Bài 2.** Tìm hai số tự nhiên m, n biết: 2m + 2n = 2m+n

**Phương pháp giải**

Học sinh thực sự thấy khó khi gặp bài này, không biết phải làm như thế nào để tìm được hai số mũ m và n. Giáo viên gợi ý :

2m + 2n = 2m+n ⬄ 2m+n – 2m – 2n = 0 ⬄ 2m.2n - 2m - 2n + 1 = 1

⬄ 2m(2n - 1) – (2n - 1) = 1

⬄ (2m - 1)(2n - 1) = 1 (\*)

Vì 2m 1, 2n 1, m, n  N

Nên từ (\*) =>  =>  => . Vậy: m = n = 1

**Bài 3.** Tìm các số tự nhiên n sao cho:

a) 3 < 3n  234

b) 8.16  2n  4

**Phương pháp giải**

Đây là dạng toán tìm số mũ của lũy thừa trong điều kiện kép. Giáo viên hướng dẫn học sinh đưa các số về các lũy thừa có cùng cơ số.

a) 3 < 3n  234 ⬄ 31 < 3n  35 => n  

b) 8.16  2n  4 ⬄ 23.24  2n  22 ⬄ 27  2n  22 => n 

**Bài 4.** Tìm số tự nhiên n biết rằng: 415 . 915 < 2n . 3n < 1816 . 216

**Bài 5.** Tìm các số nguyên n sao cho:

a) 9 . 27n = 35 b) (23 : 4) . 2n = 4

c) 3-2. 34. 3n = 37 d) 2-1 . 2n + 4. 2n = 9. 25

**Bài 6.** Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho:

a) 125.5  5n  5.25 b) (n54)2 = n

c) 243  3n  9.27 d) 2n+3. 2n =144

**Bài 7.** Tìm các số tự nhiên x, y biết rằng:

a) 2x+1 . 3y = 12x b) 10x : 5y = 20y

**Bài 8.** Tìm số tự nhiên n biết rằng :

a) 411 . 2511  2n. 5n  2012.512

b) 

**Bài 9.** Tìm các số tự nhiên a, b biết:

a) 2a + 124 = 5b

b) 10a + 168 = b2

**Phương pháp giải**

Với bài toán này, nếu học sinh sử dụng các cách làm ở trên sẽ đi vào con đường bế tắc không có lời giải. Vậy phải làm bằng cách nào và làm như thế nào ? Ta cần dựa vào tính chất đặc biệt của lũy thừa và tính chất chia hết của một tổng để giải bài toán này:

a) 2a + 124 = 5b (1)

Xét a = 0, khi đó (1) trở thành:

20 + 124 = 5b ⬄ 5b = 125 ⬄ 5b  = 53

Do đó a = 0 và b = 3

Xét a  1. Ta thấy vế trái của (1) luôn là số chẵn và vế phải của (1) luôn là số lẻ với mọi a  1, a, b  N, điều này vô lí.

Kết luận: Vậy a = 0 và b = 3.

b) 10a + 168 = b2 (2)

Tương tự câu a.

Xét a = 0: khi đó (2) trở thành:

100 + 168 = b2 ⬄169 = b2 ⬄ (±13)2  = b2 => b = 13 (vì b  N)

Do đó a = 0 và b = 13.

Xét a  1:

Chúng ta đều biết với mọi số tự nhiên a  1 thì 10a có chữ số tận cùng là 0

=> 10a + 168 có chữ số tận cùng là 8, theo (2) thì b2 có chữ số tận cùng là 8.

=> Điều này vô lý.

Vậy: a = 0 và b = 13.

**Bài 10:** Tìm các số tự nhiên a, b để:

a) 3a + 9b = 183 b) 5a + 323 = b2 c) 2a + 342 = 7b d) 2a + 80 = 3b

**DẠNG 5: SO SÁNH HAI LŨY THỪA**

**I/ Phương pháp chung:**

Để so sánh hai lũy thừa ta thường biến đổi về hai lũy thừa có cùng cơ số hoặc có cùng số mũ (có thể sử dụng các lũy thừa trung gian để so sánh).

**Lưu ý một số tính chất sau:**

* Với a, b, m, n N, ta có:

a > b ⬄ an > bn, n N\*

m > n ⬄ am > an, (a > 1)

a = 0 hoặc a = 1 thì am = an (m.n 0)

* Với A, B là các biểu thức ta có:

An > Bn ⬄ A > B > 0

Am > An ⬄ m > n và A > 1, hay m < n và 0 < A < 1

**II/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1.** So sánh

a) 33317 và 33323

b) 200710 và 200810

c) (2008 - 2007)2009 và (1998 - 1997)1999

**Phương pháp giải**

a) Vì 1 < 17 < 23 nên 33317 < 33323

b) Vì 2007 < 2008 nên 200710 < 200810

c) Ta có: (2008 - 2007)2009 = 12009 = 1 và (1998 - 1997)1999 = 11999 = 1

Vậy (2008 - 2007)2009 = (1998 - 1997)1999

**Bài 2.** So sánh

a) 2300 và 3200 e) 9920 và 999910 b) 3500 và 7300

f) 111979 và 371320 c) 85 và 3.47 g) 1010 và 48.505

d) 202303 và 303202 h) 199010 + 1990 9 và 199110

**Phương pháp giải**

Để làm được bài này học sinh cần sử dụng linh hoạt các tính chất của lũy thừa để đưa các lũy thừa về cùng cơ số hoặc cùng số mũ.

a) Ta có: 2300 = (23)100 = 8100

3200 = (32)100 = 9100

Vì 8100 < 9100 nên 2300 < 3200

b) Tương tự câu a, ta có: 3500 = (35)100 = 243100

7300 = (73)100 = 343100

Vì 243100 < 343100 nên 3500 < 7300

c) Ta có: 85 = 215 = 2.214 < 3.214 = 3.47 => 85 < 3.47

d) Ta có: 202303 = (2.101)3.101 = (23.1013)101 = (8.101.1012)101 = (808.101)101

303202 = (3.101)2.101  = (32.1012)101 = (9.1012)101

Vì 808.1012 > 9.1012 nên 202303 > 303202

e) Ta thấy: 992 < 99.101 = 9999 => (992)10 < 999910 hay 9920 < 999910

f) Ta có: 111979 < 111980 = (113)660 = 1331660 (1)

371320 = (372)660 = 1369660 (2)

Từ (1) và (2) suy ra: 111979 < 371320

g) Ta có: 1010 = 210. 510 = 2. 29. 510 (\*)

48. 505 = (3. 24). (25. 510) = 3. 29. 510 (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) => 1010 < 48. 505

h) Có: 199010 + 19909 = 19909. (1990+1) = 1991. 19909

199110 = 1991. 19919

Vì 19909 < 19919 nên 199010 + 1990 9 < 199110

**Bài 3.** Chứng tỏ rằng: 527 < 263 < 528

**Bài 4.** So sánh**:**

a) 10750 và 7375 b) 291 và 535

**Bài 5.** So sánh

a) (-32)9 và (-16)13 b) (-5)30 và (-3)50

c) (-32)9 và (-18)13 d) ()100 và ()500

**Bài 6.** So sánh A và B biết: A = ; B = 

**Phương pháp giải**

Với mọi số tự nhiên a, b, c khác 0, ta chứng minh được:

* Nếu  thì 
* Nếu  thì 

Áp dụng tính chất trên vào bài 6, ta có:

Vì A = < 1 nên:

A = < == ==B

Vậy A < B.

**Bài 7.** So sánh M và N biết: M = ; N = 

**Bài 8.** So sánh:

a) 528 và 2614 b) 521 và 12410 c) 3111 và 1714

d) 421 và 647 e) 291 và 535 g) 544 và 2112

**Bài 9.** So sánh:

a)  và  b)  và 

c)  và  d) và 

**Bài 10.** So sánh:

a) A =  và B =  b) A =  và B = 

c) A =  và B = 

**DẠNG 6: BÀI TẬP VỀ "GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỶ"**

**Bài 1:** Tìm x,y,z Q biết :

a); b) 

c)  ; d) 

**Bài 2:** Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a)  b) 

c)  d) C= 2

e) E = 2+ 2 f)

**Bài 3:** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

a)  b)  c) -

d) D = -  e) P = 4- -

f) G = 5,5 - g) E = - - 14,2

h) A = 5- 3 2 i) B =

**Bài 4:** Tìm x,y biết: 

**Bài 5:** Với giá trị nào của x thì :

a) (x+1)(x-3) < 0 b) > 0