

CHỦ ĐỀ 2

TÍCH PHÂN CÓ ĐIỀU KIỆN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Nếu $F'(x) = \frac{1}{2x}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng
- A. $\ln 2$. B. $1 + \ln 2$ C. $1 + \frac{1}{2} \ln 2$ D. $\frac{1}{2} \ln 2$
- Câu 2.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x}$. Biết $F(-1) = 0$. Tính $F(2)$ kết quả là.
- A. $2 \ln 2 + 1$. B. $\ln 2$. C. $2 \ln 3 + 2$. D. $2 \ln 2$.
- Câu 3.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 2]$, $f(-1) = 8; f(2) = -1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x) dx$ bằng
- A. 1. B. 7. C. -9. D. 9.
- Câu 4.** Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng
- A. 10. B. 8. C. $\frac{26}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.
- Câu 5.** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng
- A. 20. B. 22. C. 26. D. 28.
- Câu 6.** Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng
- A. 5. B. 3. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.
- Câu 7.** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 (2 + f(x)) dx$ bằng
- A. $\frac{23}{4}$. B. 7. C. 9. D. $\frac{15}{4}$.
- Câu 8.** Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng
- A. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 8\sqrt{2} - 16}{16}$ B. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 2\sqrt{2} - 4}{16}$

C. $\frac{\pi^2 + 16\pi + 8\sqrt{2}}{16}$

D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 \frac{x}{2} + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng?

A. $\frac{\pi^2 + 8\pi - 8 - \sqrt{2}}{8}$

B. $\frac{\pi^2 + 8\pi - 8 - 4\sqrt{2}}{8}$

C. $\frac{\pi^2 + 6\pi + 8}{8}$

D. $\frac{\pi^2 + 8\pi - 4\sqrt{2}}{8}$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^{2x} & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2 + x + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Biết tích phân $\int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{a}{b} + \frac{e^2}{c}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị $a + b + c$ bằng

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $I = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx$ bằng:

A. $\frac{23}{3}$

B. $\frac{23}{6}$

C. $\frac{17}{6}$

D. $\frac{17}{3}$

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x(1+x^2) & \text{khi } x \geq 3 \\ \frac{1}{x-4} & \text{khi } x < 3 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_2^4 f(t) dt$ bằng:

A. $\frac{40}{3} - \ln 2$

B. $\frac{95}{6} + \ln 2$

C. $\frac{189}{4} + \ln 2$

D. $\frac{189}{4} - \ln 2$

Câu 13. Cho số thực a và hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ a(x - x^2) & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_1^1 f(x) dx$ bằng:

A. $\frac{a}{6} - 1$

B. $\frac{2a}{3} + 1$

C. $\frac{a}{6} + 1$

D. $\frac{2a}{3} - 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2 - x^3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $\int_1^{2024} f(x) dx = \int_1^{2024} (2x^2 + 3) dx$

B. $\int_{-2024}^1 f(x) dx = \int_{-2024}^1 (2 - x^3) dx$

C. $\int_{-2024}^{2024} f(x)dx = \int_{-2024}^{2024} (2x^2 + 3)dx + \int_{-2024}^{2024} (2 - x^3)dx$

D. $\int_{-2024}^{2024} f(x)dx = \int_1^{2024} (2x^2 + 3)dx + \int_{-2024}^1 (2 - x^3)dx$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ x + 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 (x + 1)dx$

B. $\int_2^3 f(x)dx = \int_2^3 (x^2 - 2x + 3)dx$

C. $\int_1^3 \frac{1}{2} f(x)dx = \frac{41}{12}$

D. $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 (x^2 - 2x + 3)dx$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ x + 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^0 3t^2 f(t)dt$.

Trả lời:

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{khi } x < 0 \\ x - 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 5 - 2x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tính tích phân $I = \int_{-5}^9 \frac{1}{7} f(t)dt$.

Trả lời:

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{khi } x \geq 0 \\ x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Khi đó $I = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_{-1}^3 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 4x & \text{khi } x > 2 \\ -2x + 12 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$.

Tính tích phân $I = \int_1^2 f(t)dt + \frac{1}{2} \int_5^{10} f(t)dt$

Trả lời:

Câu 20. Biết rằng hàm số $f(x) = mx + n$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 3$, $\int_0^2 f(x)dx = 8$. Tính $m + n$

Trả lời:

Câu 21. Biết rằng hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2}$, $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $\int_0^3 f(x) dx = \frac{13}{2}$. Tính $P = a + b + c$.

Trả lời:

Câu 22. Có hai giá trị của số thực a là a_1, a_2 ($0 < a_1 < a_2$) thỏa mãn $\int_1^a (2x - 3) dx = 0$. Hãy tính $T = 3^{a_1} + 3^{a_2} + \log_2 \left(\frac{a_2}{a_1} \right)$.

Trả lời:

Câu 23. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Tính giá trị của tham số m .

Trả lời:

Câu 24. Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?

Trả lời:

Câu 25. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của a để $\int_1^a (2x - 3) dx \leq 4$?

- A. 5. B. 6. **C. 4.** D. 3.

Trả lời:

Câu 26. Có bao nhiêu số thực b thuộc khoảng $(\pi; 3\pi)$ sao cho $\int_{-\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1$?

- A. 8. B. 2. **C. 4.** D. 6.

Trả lời: