I.Kiểm tra bài cũ

Viết các công thức nghiệm của phương trình: $sinx=sinα$; $cosx=cosα$ ; $tanx=tanα$; $cotx=cotα$.

Trả lời:

$$sinx=sinα⇔\left[\begin{matrix}x=α+k2π\\x=π-α+k2π\end{matrix}\right.\left(k\in Z\right)$$

$sinx=sinβ^{°}⇔\left[\begin{matrix}x=β^{°}+k.360^{°}\\x=180^{°}-β^{°}+k.360^{°}\end{matrix}\right.\left(k\in Z\right)$

$sinx=a⇔\left[\begin{matrix}x=arcsina+k2π\\x=π-arcsina+k2π\end{matrix}\right.\left(k\in Z\right)$

$$cosx=cosα⇔\left[\begin{matrix}x=α+k2π\\x=-α+k2π\end{matrix}\right.\left(k\in Z\right)$$

$$cosx=cosβ^{°}⇔\left[\begin{matrix}x=β^{°}+k.360^{°}\\x=-β^{°}+k.360^{°}\end{matrix}\right.\left(k\in Z\right)$$

$$cosx=a⇔\left[\begin{matrix}x=arccosa+k2π\\x=-arccosa+k2π\end{matrix}\right.\left(k\in Z\right)$$

II.Bài tập

Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số

Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a.$y=\frac{1-sinx}{1+sinx}$ b.$y=tan\left(2x-\frac{π}{3}\right)$ c.$y=\frac{3}{sin^{2}x-cos^{2}x}$

d.$y=\frac{2x}{1-sin^{2}x}$ e.$y=\frac{1}{cotx}$ f.$y=tanx+cotx$

Lời giải.

a. $y=\frac{1-sinx}{1+sinx}$

Điều kiện: $1+sinx\ne 0⇔sinx\ne -1⇔x\ne -\frac{π}{2}+k2π\left(k\in Z\right)$.

b. $y=tan\left(2x-\frac{π}{3}\right)$

Điều kiện: $cos\left(2x-\frac{π}{3}\right)\ne 0⇔\left(2x-\frac{π}{3}\right)\ne \frac{π}{2}+kπ⇔2x\ne \frac{5π}{6}+kπ⇒x\ne \frac{5π}{12}+\frac{kπ}{2}\left(k\in Z\right)$.

c. $y=\frac{3}{sin^{2}x-cos^{2}x}$

Điều kiện: $sin^{2}x-cos^{2}x\ne 0⇔-cos2x\ne 0⇔cos2x\ne 0⇒2x\ne \frac{π}{2}+kπ⇒x\ne \frac{π}{4}+\frac{kπ}{2}\left(k\in Z\right)$.

d. $y=\frac{2x}{1-sin^{2}x}$

Điều kiện: $1-sin^{2}x\ne 0⇔sin^{2}x\ne 1⇔cos^{2}x\ne 0⇔cosx\ne 0⇒x\ne \frac{π}{2}+kπ\left(k\in Z\right)$.

e. $y=\frac{1}{cotx}$

Điều kiện: $\left\{\begin{matrix}sinx\ne 0\\cosx\ne 0\end{matrix}\right.⇔sin2x\ne 0⇔2x\ne kπ⇔x\ne \frac{kπ}{2}\left(k\in Z\right)$.

f. $y=tanx+cotx$

Điều kiện: $\left\{\begin{matrix}sinx\ne 0\\cosx\ne 0\end{matrix}\right.⇔sin2x\ne 0⇔2x\ne kπ⇔x\ne \frac{kπ}{2}\left(k\in Z\right)$.

Dạng 2. Giải phương trình lượng giác cơ bản

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a. $sinx=-\frac{1}{2}$ b.$cos\left(2x-\frac{π}{3}\right)=-1$

c.$tan\left(x+\frac{π}{4}\right)=\sqrt{3}$ d.$cot\left(x-10^{°}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

a. $sinx=-\frac{1}{2}=sin\left(-\frac{π}{6}\right)⇔\left[\begin{matrix}x=\frac{π}{6}+k2π\\x=π-\frac{π}{6}+k2π\end{matrix}\right.\left(k\in Z\right)$.

b. $cos\left(2x-\frac{π}{3}\right)=-1⇔2x-\frac{π}{3}=π+k2π⇔2x=\frac{4π}{3}+k2π⇔x=\frac{2π}{3}+kπ\left(k\in Z\right)$.

c. $tan\left(x+\frac{π}{4}\right)=\sqrt{3}$. Điều kiện $cos\left(x+\frac{π}{4}\right)\ne 0⇔x+\frac{π}{4}\ne \frac{π}{2}+kπ⇔x\ne \frac{π}{4}+kπ\left(k\in Z\right)$ .

$tan\left(x+\frac{π}{4}\right)=\sqrt{3}=tan\frac{π}{3}⇔x+\frac{π}{4}=\frac{π}{3}+kπ⇔x=\frac{π}{12}+kπ\left(k\in Z\right)$.

Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm $x=\frac{π}{12}+kπ\left(k\in Z\right)$ .

d. $cot\left(x-10^{°}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

 Điều kiện: $sin\left(x-10^{°}\right)\ne 0⇔x-10^{°}\ne k.180^{°}⇔x\ne 10^{°}+k.180^{°}$ .

$cot\left(x-10^{°}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}=cot\left(-60^{°}\right)⇔x-10^{°}=-60^{°}+k.180^{°}⇔x=-50^{°}+k.180^{°}\left(k\in Z\right)$.

Đối chiếu điều kiện ta có họ nghiệm $x=-50^{°}+k.180^{°}\left(k\in Z\right)$.

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a.$sin2x=-\frac{1}{2}$ với $0<x<π$ b.$cos\left(\frac{x}{2}+\frac{π}{4}\right)=0$ với $x\in \left(π;8π\right)$

c.$sin3x=cosx$ với $-\frac{π}{2}<x<\frac{π}{2}$ .

Lời giải.

a. $sin2x=-\frac{1}{2}⇔\left[\begin{matrix}2x=-\frac{π}{6}+k2π\\2x=π-\left(-\frac{π}{6}\right)+k2π\end{matrix}\right.⇔\left[\begin{matrix}x=-\frac{π}{12}+kπ\\x=\frac{7π}{12}+kπ\end{matrix}\right.\left(k\in Z\right)$.

Với $x=-\frac{π}{12}+kπ$ thay vào điều kiện ta có:

$0<-\frac{π}{12}+kπ<π⇔\frac{1}{12}<k<\frac{13}{12}$ . Mà $k\in Z$ nên ta có $k=1⇒x=\frac{11π}{12}$ .

Với $x=\frac{7π}{12}+kπ$ thay vào điều kiện ta có:

$0<\frac{7π}{12}+kπ<π⇔\frac{-7}{12}<k<\frac{5}{12}$. Mà $k\in Z$ nên ta có $k=1⇒x=\frac{19π}{12}$ .

b. $cos\left(\frac{x}{2}+\frac{π}{4}\right)=0⇔\frac{x}{2}+\frac{π}{4}=\frac{π}{2}+kπ⇔\frac{x}{2}=\frac{π}{4}+kπ⇔x=\frac{π}{2}+k2π\left(k\in Z\right)$.

Thay vào điều kiện ta có: $π<\frac{π}{2}+k2π<8π⇔\frac{1}{4}<k<\frac{15}{4}$ .

Mà $k\in Z $nên ta có : $k=1⇒x=\frac{5π}{2}$; $k=2⇒x=\frac{9π}{2}$ ; $k=3⇒x=\frac{13π}{2}$ .

c. $sin3x=cosx=sin\left(\frac{π}{2}-x\right)⇔\left[\begin{matrix}3x=\frac{π}{2}-x+k2π\\3x=π-\frac{π}{2}+x+k2π\end{matrix}\right.⇔\left[\begin{matrix}4x=\frac{π}{2}+k2π\\2x=\frac{π}{2}+k2π\end{matrix}\right.⇔\left[\begin{matrix}x=\frac{π}{8}+\frac{kπ}{2}\\x=\frac{π}{4}+kπ\end{matrix}\right.\left(k\in Z\right)$

Với $x=\frac{π}{8}+\frac{kπ}{2}$ thay vào điều kiện ta có:

$-\frac{π}{2}<\frac{π}{8}+\frac{kπ}{2}<\frac{π}{2}⇔-\frac{5}{4}<k<\frac{3}{4}$. Mà $k\in Z $nên ta có : $k=0⇒x=\frac{π}{8}$ .

Với $x=\frac{π}{4}+kπ$ thay vào điều kiện ta có:

$-\frac{π}{2}<\frac{π}{4}+kπ<\frac{π}{2}⇔-\frac{3}{4}<k<\frac{1}{4}$. Mà $k\in Z $nên ta có : $k=0⇒x=\frac{π}{4}$.

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Phương trình $cosx+sinx=0$ có nghiệm là

A.$x=-\frac{π}{4}+kπ$ B. $x=\frac{π}{6}+kπ$ C. $x=\frac{π}{4}+kπ$ D. $x=kπ$

Câu 2. Tổng các nghiệm của phương trình $cos\left(x-\frac{π}{3}\right)=\frac{1}{2}$ trên khoảng $\left(-π;π\right)$ là:

A.$\frac{2π}{3}$ B.$\frac{π}{3}$ C.$\frac{4π}{3}$ D.$\frac{7π}{3}$

Câu 3. Nghiệm âm lớn nhất, nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $sin4x+cos5x=0$ theo thứ tự là:

A.$x=-\frac{π}{18};x=\frac{π}{2}$ B.$x=-\frac{π}{18};x=\frac{2π}{9}$

C. $x=-\frac{π}{18};x=\frac{π}{6}$ D. $x=-\frac{π}{18};x=\frac{π}{3}$

Câu 4. Phương trình $cotx=\frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

A.$\left[\begin{matrix}x=\frac{π}{6}+k2π\\x=\frac{-π}{6}+k2π\end{matrix}\right.$ B.$x=arccot\frac{\sqrt{3}}{2}+kπ$ C.$x=\frac{π}{6}+kπ$ D.$x=\frac{π}{3}+kπ$

Câu 5. Phương trình $tanx.cotx=1$ có tập nghiệm là:

A.$T=R\\left\{\frac{kπ}{2};k\in Z\right\}$ B. $T=R\\left\{\frac{π}{2}+kπ;k\in Z\right\}$

C. $T=R\\left\{π+kπ;k\in Z\right\}$ D.$T=R$