

Bài 1. (2 điểm)

Cho biểu thức : $C = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

- Rút gọn biểu thức C
- Tìm giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức B là số nguyên.

Bài 2. (2 điểm)

- Tìm các số nguyên a và b để đa thức $A(x) = x^4 - 3x^3 + ax + b$ chia hết cho đa thức $B(x) = x^2 - 3x + 4$
- Cho $x, y, z > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}$$

Câu 3. (2 điểm)

- Tìm x, y, z thỏa mãn phương trình sau:

$$9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0$$

- Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

Câu 4. (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH . Trong nửa mặt phẳng bờ AH có chứa C , vẽ hình vuông $AHKE$. Gọi P là giao điểm của AC và KE

- Chứng minh $\triangle ABP$ vuông cân
- Gọi Q là đỉnh thứ tư của hình bình hành $APQB$, gọi I là giao điểm của BP và AQ . Chứng minh H, I, E thẳng hàng.
- Tứ giác $HEKQ$ là hình gì ?

Câu 5. (1 điểm)

Tính diện tích hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), biết $AB = 42cm$, $\angle A = 45^\circ$; $\angle B = 60^\circ$, chiều cao của hình thang bằng $18cm$

(đã ra bài tập về nhà ngày 3/12/2019)

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) ĐKXD: $x \neq \pm 1; x \neq \frac{1}{2}$

$$C = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$$
$$= \frac{1+x+2(1-x)-5+x}{(1-x)(1+x)} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{1-2x}$$
$$= \frac{-2}{2x-1}$$

b) B có giá trị nguyên khi x là số nguyên thì $\frac{-2}{2x-1}$ có giá trị nguyên

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ 2x-1=-1 \\ 2x-1=2 \\ 2x-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1(ktm) \\ x=0(tm) \\ x=\frac{3}{2}(tm) \\ x=-\frac{1}{2}(tm) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow 2x-1$ là Ư(2)

Đối chiếu ĐK thì có $\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{3}{2} \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$ thỏa mãn

Câu 2.

a) Ta có:

$$A(x) = B(x) \cdot (x^2 - 1) + (a - 3)x + b + 4$$

Để $A(x) : B(x)$ thì $\begin{cases} a-3=0 \\ b+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases}$

b) Đặt $y+z=a; z+x=b; x+y=c \Rightarrow x+y+z = \frac{a+b+c}{2}$

$$\Rightarrow x = \frac{-a+b+c}{2}; y = \frac{a-b+c}{2}; z = \frac{a+b-c}{2}$$

$$P = \frac{-a+b+c}{2a} + \frac{a-b+c}{2b} + \frac{a+b-c}{2c}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(-1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} - 1 + \frac{a}{b} + \frac{c}{b} - 1 + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[-3 + \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right) + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c} \right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right) \right] \geq \frac{3}{2}$$

$$\text{Min}P = \frac{3}{2} \Leftrightarrow a=b=c \Leftrightarrow x=y=z$$

Câu 3.

a)

$$9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (9x^2 - 18x + 9) + (y^2 - 6y + 9) + 2(z^2 + 2z + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9(x-1)^2 + (y-3)^2 + 2(z+1)^2 = 0 (*)$$

Do: $(x-1)^2 \geq 0; (y-3)^2 \geq 0; (z+1)^2 \geq 0$

Nên: $(*) \Leftrightarrow x=1; y=3; z=-1$

Vậy $(x, y, z) = (1; 3; -1)$

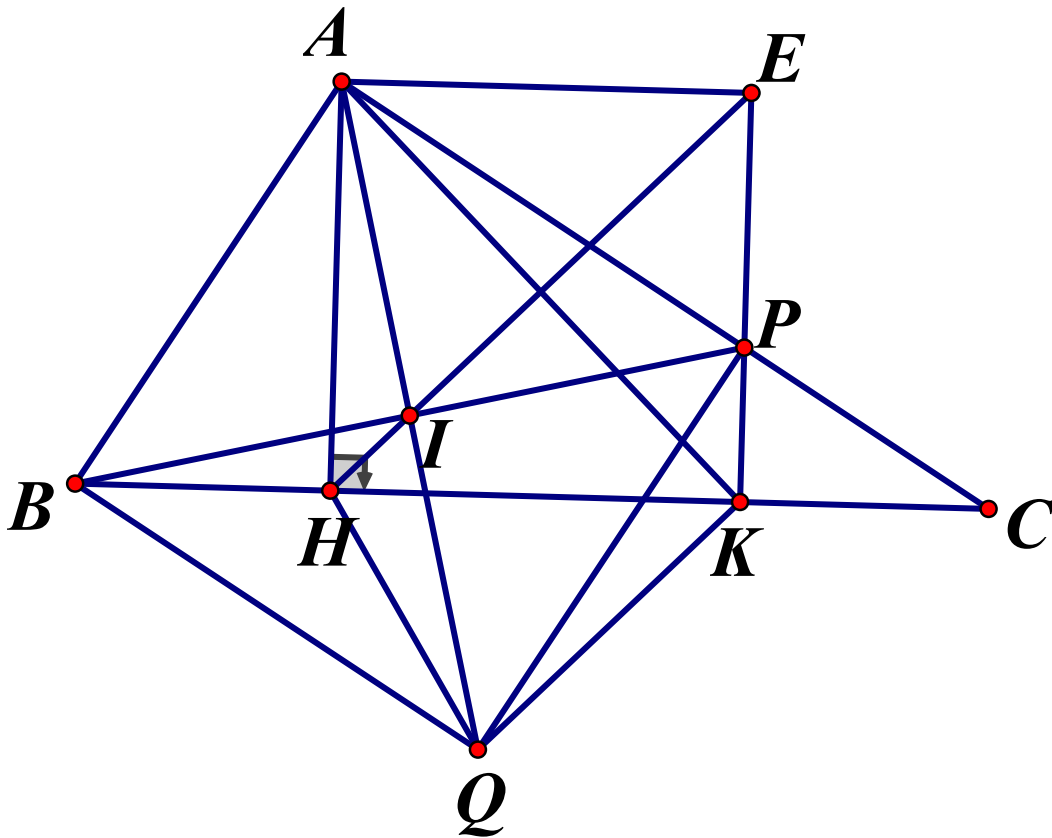
b) Từ:

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \Leftrightarrow \frac{ayz + bxz + cxy}{xyz} = 0 \Leftrightarrow ayz + bxz + cxy = 0$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 &\Leftrightarrow \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \right)^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \cdot \left(\frac{xy}{ab} + \frac{xz}{ac} + \frac{yz}{bc} \right) = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \cdot \frac{cxy + bxz + ayz}{abc} = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ (đpcm)} \end{aligned}$$

Câu 4.



a) Chứng minh được: $\triangle BHA = \triangle PEA$ (g.c.g)

$\Rightarrow AB = AP$ mà $\angle BAP = 90^\circ$ (gt) vậy $\triangle BPA$ vuông cân

b) Ta có: $HA = HK \Rightarrow H$ nằm trên đường trung trực của AK

Ta có: $AE = KE \Rightarrow E$ nằm trên đường trung trực của KA

ΔPBK vuông có $IB = IP$ (tính chất đường chéo hình bình hành $ABQP$)

$\Rightarrow IK = IP = IB (*)$

Ta có $ABQP$ là hình bình hành (giả thiết), có $BA = AP$ (ΔBPA vuông cân tại A)

$\Rightarrow APQB$ là hình thoi, mà $\sphericalangle BAP = 90^\circ$ (gt)

$\Rightarrow APQB$ là hình vuông nên $PI = IA (**)$

Từ $(*)(**)$ suy ra $IK = IA$ nên I nằm trên đường trung trực của AK

Vậy H, I, E thẳng hàng

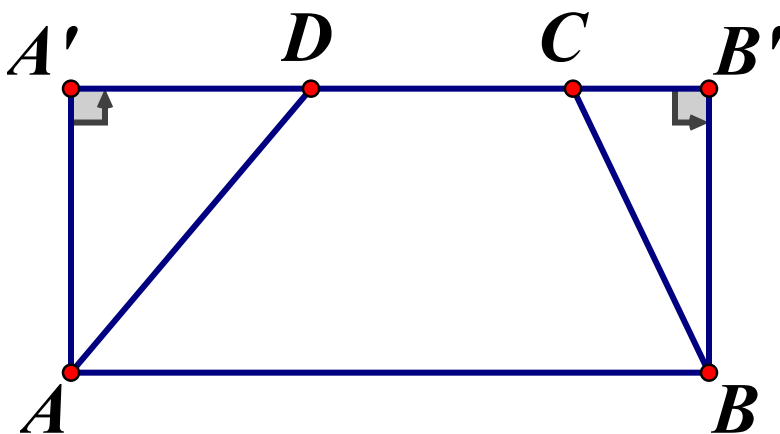
c) Ta có: $APQB$ là hình vuông (cmt) nên $AP = BQ$ mà $IK = \frac{PB}{2} \Rightarrow IK = \frac{AQ}{2}$
 ΔAKQ có $AI = IQ$ (tính chất đường chéo hình vuông)

Mà $IK = \frac{AQ}{2}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta AKQ$ vuông ở K

$\Rightarrow AK \perp KQ$ mà $AK \perp HE$ (EAHK là hình vuông) $\Rightarrow QK \parallel HE$

Vậy $HEKQ$ là hình thang

Câu 5.



Qua A và B kẻ AA' và BB' vuông góc với CD .

Tứ giác $ABB'A'$ là hình chữ nhật và $AA' = BB' = 18\text{cm}$, $\sphericalangle A'AB = 90^\circ$

$\sphericalangle DAB = 45^\circ \Rightarrow \sphericalangle A'AD = 45^\circ$. Do đó $\Delta A'AD$ vuông cân $\Rightarrow A'D = A'A = 18\text{cm}$

$\sphericalangle B'BA = 90^\circ$, $\sphericalangle CBA = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle B'BC = 30^\circ$

vì thế trong tam giác vuông $B'BC$ ta có $B'C = \frac{BC}{2}$.

Theo định lý Pytago ta có:

$$B'C^2 = BC^2 - B'B^2$$

$$\Rightarrow B'C^2 = 4B'C^2 - B'B^2$$

$$\Rightarrow 3B'C^2 = B'B^2$$

$$\Rightarrow B'C = \frac{B'B}{\sqrt{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} (cm)$$

Suy ra :

$$CD = A'B' - A'D - B'C = 42 - 18 - \frac{18}{\sqrt{3}} = 24 - \frac{18}{\sqrt{3}} (cm)$$

Vậy
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD).A'A = \frac{1}{2} \cdot \left(42 + 24 - \frac{18}{\sqrt{3}} \right) \cdot 18 \approx 498,6 (cm^2)$$