**CHỦ ĐỀ 2 : PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG**

**LÍ THUYẾT**

* Trong không gian  phương trình dạng  với  đuợc gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng
* Phương trình mặt phẳng (P) :  với  . Có vecto pháp tuyến là 
* Mặt phẳng  đi qua điểm và nhận vectơ  , làm vectơ pháp tuyến có dạng 
* Nếu có cặp vectơ  không cùng phương ,có giá song song hoặc nằm trên  thì vectơ pháp tuyến của  được xác định 
* **Các trường hợp riêng của mặt phẳng :**

Trong không gian cho mp(:  , với . Khi đó:

*  khi và chỉ khi (đi qua gốc tọa độ.
*  khi và chỉ khi  song song với trục 
*  khi và chỉ khi  song song mp 
*  . Đặt  Khi đó 
* **Vị trí tương đối của hai mặt phẳng**

Trong không gian cho mp(:  và (’): 

* () cắt (’) ⇔  () // (’) ⇔  và 
* () ≡ (’) ⇔ 
* **Đặc biệt:** ()  (’) 
* **Góc giữa hai mặt phẳng:**

Gọi  là góc giữa hai mặt phẳng 

 và 

* 

**VÍ DỤ MINH HỌA**

**VÍ DỤ 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho ba điểm ,  và Với , ,  là các số dương thay đổi thỏa . Mặt phẳng  luôn đi qua điểm:

**A.** . **B.** . **C.** **. D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình mặt phẳng  là: .

Mà: . Vậy mặt phẳng  luôn đi qua .

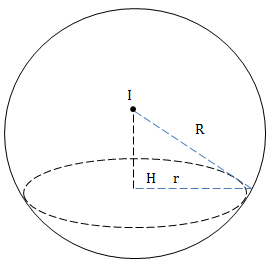
**VÍ DỤ 2:** Trong không gian , cho mặt cầu  và mặt phẳng . Gọi  là mặt phẳng song song với  và cắt  theo thiết diện là đường tròn  sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi  có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng  là

**A.** .  **B.**  .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**



Mặt cầu  có tâm  và bán kính .

Gọi  là bán kính đường tròn  và  là hình chiếu của  lên .

Đặt  ta có  

Vậy thể tích khối nón tạo được là .

Gọi  với. Thể tích nón lớn nhất khi  đạt giá trị lớn nhất

Ta có ;   .

Bảng biến thiên :

Diagram

Description automatically generated

Vậy  khi .

Mặt phẳng  nên 

Và    .

Vậy mặt phẳng  có phương trình  hoặc .

**VÍ DỤ 3:** Trong không gian với trục hệ tọa độ , cho điểm  là trực tâm của  với  là ba điểm lần lượt nằm trên các trục  (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử 



Do  là trực tâm nên ta có: 

Phương trình mặt phẳng . Vì 

Do đó ta có hệ phương trình: .

Vậy phương trình mặt phẳng 

**Lời giải**

**VÍ DỤ 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho mặt phẳng  có phương trình  và mặt cầu  có phương trình . Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng  và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu 

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Chọn D**

Mặt cầu  có tâm  và bán kính .

Gọi  là mặt phẳng song song với mặt phẳng  và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu .

Phương trình  có dạng:  .

 tiếp xúc với  khi và chỉ khi 

.

Đối chiếu điều kiện suy ra .

Vậy phương trình của  là ****.

**VÍ DỤ 5:**  Trong không gian với hệ tọa độ cho điểm  và đường thẳng  có phương trình . Gọi  là mặt phẳng đi qua điểm , song song với đường thẳng  và khoảng cách từ đường thẳng  tới mặt phẳng  là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Chart, line chart

Description automatically generated**

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên . Tọa độ của là nghiệm của hệ  .

Ta có . Nên khoảng cách từ  đến  đạt giá trị lớn nhất bằng  khi mặt phẳng  qua  và vuông góc với . Khi đó có thể chọn VTPT của  là . Vậy  vuông góc với mặt phẳng .

**VÍ DỤ 6:** Trong không gian ****, cho hai điểm ****, **** và mặt cầu **** có phương trình ****. Mặt phẳng **** đi qua điểm **** và tiếp xúc với mặt cầu **** sao cho khoảng cách từ **** đến mặt phẳng **** lớn nhất. Giá trị của **** khi đó là

**A. . B. . C. . D. .**

Lời giải

Chọn C

Vì  nên ta .

Do  tiếp xúc với mặt cầu  nên  .

Ta có: 



.

Dấu “=” xảy ra khi .

Vậy  khi .