1. Cho  là 3 số dương và  . Chứng minh rằng : 
2. Xét tất cả các tam thức bậc hai:  Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:
3. Gọi a,b,c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2.Chứng minh rằng:



1. Gọi a,b,c là độ dài 3 cạnh của tam giác . Hãy xét xem phương trình:

có nghiệm hay không?

1. Giả sử  . Tìm GTLN, GTNN của biểu thức 

Cho  là nghiệm của hệ phương trình: 

Hảy tìm giá trị lớn nhất ,giá trị bé nhất của ?

1. Tìm  để  đạt giá trị nhỏ nhất.
2. Chứng minh:

a. 

b.  trong đó,  là số nguyên lớn hơn 1 và .

1. Cho  Chứng minh rằng



Hướng dẫn giải

Trong ba số  luôn tồn tại hai số có tích không âm (nguyên lý Dirchlet). Không mất tính tổng quát, giả sử 

Sử dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có



Do đó 

Mà 

Suy ra  chính là (1)

Dấu  khi và chỉ khi  hoặc  và các hoán vị

1. Cho các số không âm  thỏa mãn .

Chứng minh rằng: 

Hướng dẫn giải

Áp dụng BĐT Cauchy Shwars ta có





Tư đó suy ra

 

Dấu bằng xẩy ra khi  hoặc  cùng các hoán vị của nó.

1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

Hướng dẫn giải

Đặt 

Giả thiết 



  

Có P = ≤ += f(y).

Xét hàm số  với , ta có và

< 0 ,   đồng biến trên  .

Ta có . Lập bảng biến thiên suy ra GTLN của 

1. Cho  dương thỏa mãn  . Chứng minh:



**Hướng dẫn giải**

Xét  (1)

Liên quan tới , từ giả thiết, ta xét: 

Đặt , từ giả thiết có:

 hay 

Thay vào giả thiết được:

Do đó, 

Suy ra:  (2)

Mặt khác: 

 (3)

Cộng vế (2) và (3) có:

 (4)

Kết hợp (1) và (4) ta có đpcm.

Dấu “=” xảy ra khi .

1. Cho các số thực không âm  thỏa mãn . Chứng minh rằng 
2. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn x.y.z = .

Tìm GTNN của biểu thức: 

**Giải:**

Ta có: 

**.**  Từ đó ta có:

**.**

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .

1. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: .

**Hướng dẫn giải**

Từ điều kiện rút ra .

Áp dụng BĐT Cauchy ta có:



Và ,

suy ra: ,

có .

Lập bảng biến thiên rút ra được: , xảy ra khi .

1. Cho  là các số thực dương thay đổi và thỏa mãn: . Chứng minh 

**Hướng dẫn giải**

Vì , áp dụng BĐT Côsi ta có



Dấu bằng xảy ra khi x = y = z = 3.

Vậy ta có điều phải chứng minh

1. Cho  là các số thực dương thoả mãn . Chứng minh bất đẳng thức

.

**Hướng dẫn giải**

Ta có



Tương tự có

; .

Do đó, cộng theo vế các bất đẳng thức trên và sử dụng bất đẳng thức Schur cùng giả thiết  ta được

Hay



Mặt khác



Từ  và  suy ra



Do vậy



Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .

1. Cho  là các số thực dương, chứng minh rằng

.

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

**Hướng dẫn giải**

Nếu  không là độ dài ba cạnh một tam giác thì



Nếu  là độ dài ba cạnh một tam giác thì theo công thức Heron thì

 (1),

với  là diện tích ta giác có độ dài ba cạnh là 

Mặt khác:  (2)

Từ (1) và (2) suy ra: .

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .

1. Cho . Chứng minh rằng .

**Hướng dẫn giải**

Ta có 



.

Do



Trong đó .

Từ đó suy ra điều phải chứng minh.

1. Cho  là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng



**Hướng dẫn giải**

Do  và  nên tồn tại cac số dương  sao cho . Khi đó bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với:





 (1)

Ta có





.

Do đó (1) được chứng minh suy ra bất đẳng thức đã cho đúng.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .

1. Cho x, y, z là các số dương thoả mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

P = 

1. Cho hai số thực x, y thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết ta có 

Đặt 



GTLN của A bằng 4 khi và chỉ khi 

GTLN của A bằng - 4 khi và chỉ khi 

1. Cho  là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng

.

**Hướng dẫn giải**

Không mất tính tổng quát, giả sử , ta có:



Theo bất đẳng thức Chebyshev ta được





Đặt , ta có các bất đẳng thức sau:

, 



Do đó: 

Ta thấy .

Thật vậy: luôn đúng vì .

Dấu “=” xảy ra khi 

1. Cho x,y,z là 3 số thực thoả mãn: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu: 
2. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh bất đẳng thức:

.

1. Trong các nghiệm  của hệ:  . Hãy tìm nghiệm làm cho  đạt giá trị lớn nhất.
2. Cho các số thực  thoả mãn điều kiện . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: .
3. Cho a, b, c, x, y, z là 6 số bất kỳ thoả mãn hệ: .

Tính .

Xem thêm tại Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com