|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NGÃI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn : TOÁN (HỆ CHUYÊN)**  **Thời gian làm bài : 150 phút** |

**Bài 1. (1,5 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức với 
2. Tìm để ba đường thẳng và đồng quy

**Bài 2.(1,5 điểm)**

1. Chứng minh rằng chia hết cho 24 với mọi số nguyên 

2. Tìm tất cả các số nguyên dương sao cho là tích của hai số nguyên dương chẵn liên tiếp

**Bài 3. (2,5 điểm)**

1. Giải hệ phương trình 
2. Cho phương trình là tham số). Tìm để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn 
3. Cho bốn số thực thỏa mãn và . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Bài 4. (3,5 điểm)** Cho đường tròn tâm O, bán kính R và hai điểm cố định trên (O), Điểm A thay đổi trên cung lớn của (O) sao cho . Đường thẳng qua và vuông góc với tại K cắt đường tròn sao cho . Đường thẳng qua và vuông góc với tại K cắt đường tròn (O) tại P (P khác B). Kẻ vuông góc với đường thẳng tại Q. Tia phân giác trong của cắt cạnh BC tại D. Tiếp tuyến tại A của của đường thẳng tại M.

1. Chứng minh và 
2. Khi A đối xứng với C qua O, tính diện tích tứ giác theo R
3. Tia AD cắt đường tròn (O) tại E (khác Lấy điểm trên đoạn thẳng sao cho Đường thẳng cắt đường tròn tại L (khác B). Qua kẻ đường thẳng vuông góc với cắt đường thẳng tại F. Xác định vị trí điểm A để độ dài lớn nhất

**Bài 5. (1,0 điểm)** Một số nguyên dương được gọi là “ số đặc biệt” nếu nó thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau

1. Các chữ số của nó đều khác 0
2. Số đó chia hết cho 12, và nếu đổi chỗ các chữ số của nó một cách tùy ý, ta vẫn thu được một số chia hết cho 12
3. Chứng tỏ rằng số đặc biệt chỉ có thể chứa các chữ số 4 hoặc 8
4. Có tất cả bao nhiêu “số đặc biệt” có 5 chữ số

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (1,5 điểm)**

1. **Rút gọn biểu thức với **

****

1. **Tìm để ba đường thẳng và đồng quy**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của và ta có :



Để đồng quy thì :phải đi qua điểm khi đó :



Vậy thì thỏa đề

**Bài 2.(1,5 điểm)**

**1. Chứng minh rằng chia hết cho 24 với mọi số nguyên **

Ta có : 

Ta thấy là tích 4 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 8

Đồng thời, trong 4 số liên tiếp có 1 số chia hết cho 3 nên tích chia hết cho 3

Mà nên tích trên luôn chia hết cho 24 (đpcm)

**2. Tìm tất cả các số nguyên dương sao cho là tích của hai số nguyên dương chẵn liên tiếp**

Gọi hai số chẵn liên tiếp lần lượt là và với . Theo đề bài ta có phương trình sau :



Vì là tích hai số nguyên liên tiếp nên mà nên ta có mà 5n và 5n+2 cách nhau 2 đơn vị nên cùng chẵn hoặc cùng lẻ. nên để chia hết cho 8 thì chỉ có thể là cùng chẵn. Do đó chẵn hay n chẵn

Đặt . Từ đó ta có tương đương với



Vì nên ta có các trường hợp sau :



Trong 3 trường hợp, chỉ có trường hợp (3) thỏa mãn, do đó 

Vậy 

**Bài 3. (2,5 điểm)**

1. **Giải hệ phương trình **

****

Xét phương trình (1) ta thấy :



Vậy hệ có nghiệm 

1. **Cho phương trình là tham số). Tìm để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn **

Ta có : 

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì 

Theo hệ thức Vi-et ta có : 

Vì là hai nghiệm của phương trình nên ta có :

.

Theo đề bài, ta có :



Vậy 

1. **Cho bốn số thực thỏa mãn và . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức **

Xét áp dụng bđt Cauchy-Schwartz ta được :

. Dấu bằng xảy ra khi 



Mặt khác, ta thấy :



Dấu bằng xảy ra khi 

Vậy khi 

**Bài 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O, bán kính R và hai điểm cố định trên (O), Điểm A thay đổi trên cung lớn của (O) sao cho . Đường thẳng qua và vuông góc với tại K cắt đường tròn sao cho . Đường thẳng qua và vuông góc với tại K cắt đường tròn (O) tại P (P khác B). Kẻ vuông góc với đường thẳng tại Q. Tia phân giác trong của cắt cạnh BC tại D. Tiếp tuyến tại A của của đường thẳng tại M.**

****

1. **Chứng minh và **

Ta có và nên tứ giác nội tiếp

(cùng chắn cung 

Ta thấy tứ giác nội tiếp nên (cùng chắn cung 

Từ (1) và (2) suy ra 

Dễ chứng minh được nên ta có :



Vậy 

1. **Khi A đối xứng với C qua O, tính diện tích tứ giác theo R**

Khi A đối xứng với C qua O thì là đường kính của (O), do đó , vuông tại B nên (định lý Pytago). Đồng thời 

(cùng phụ với . Ta có :



Gọi DN là đường cao trong . Ta có :





Vậy 

1. **Tia AD cắt đường tròn (O) tại E (khác Lấy điểm trên đoạn thẳng sao cho Đường thẳng cắt đường tròn tại L (khác B). Qua kẻ đường thẳng vuông góc với cắt đường thẳng tại F. Xác định vị trí điểm A để độ dài lớn nhất**

Ta có 

Xét (O): (hai góc nội tiếp cùng chắn cung (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EC) mà (AE là phân giác 

Nên và EB=EClà phân giác của 

Từ (\*) và (\*\*) suy ra là đường trung trực của 

Từ (1) và (2) và gt nội tiếp và BF là dây cung của 

Do đó để là đường kính của , xảy ra khi và chỉ khi là đường kính của (O;R). Khi đó mà nên 

Xét (O;R) ta thấy AC là dây cung không đi qua O, vậy nên K là trung điểm 

Từ (3) và (4) suy ra là điểm nằm chính giữa cung AC hay 

Vậy với hay điểm B nằm chính giữa cung thì độ dài BF đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 5. (1,0 điểm) Một số nguyên dương được gọi là “ số đặc biệt” nếu nó thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau**

1. **Các chữ số của nó đều khác 0**
2. **Số đó chia hết cho 12, và nếu đổi chỗ các chữ số của nó một cách tùy ý, ta vẫn thu được một số chia hết cho 12**
3. **Chứng tỏ rằng số đặc biệt chỉ có thể chứa các chữ số 4 hoặc 8**

Vì số đặc biệt nên nó sẽ chia hết cho 3 và 4

Ta thấy rằng để một số khi đổi các chữ số cho nhau mà chia hết cho 4 thì các chữ số ấy chỉ có thể là số chẵn, mà số đặc biệt là số có chữ số khác 0 nên các chữ số của nó chỉ có thể là 2;4;6;8 (1)

Từ các số 2;4;6;8, ta lập được các số có 2 chữ số sao cho khi đổi chỗ các chữ số cho nhau thì chúng vẫn chia hết cho 4, ta thấy chỉ lập được một số duy nhất thỏa mãn điều kiện là 48 (2)

Từ (1) và (2) suy ra chỉ lập được “số đặc biệt” từ số 4 và 8 (đpcm)

1. **Có tất cả bao nhiêu “số đặc biệt” có 5 chữ số**

Ta thấy “số đặc biệt” chỉ chứa số 4 và 8 nên ta đặt là số chữ số 4 còn y là số chữ số 8 để tạo nên “số đặc biệt” có 5 chữ số (

Đồng thời, ta suy được phương trình nghiệm nguyên 

Cũng từ phương trình trên , ta tìm được các cặp số nguyên là ,. Vì “số đặc biệt” chia hết cho 3 nên tổng các chữ số của chúng cũng chia hết cho 3 hay 

Mà 

Các số là (5 số)

Th2: x=4, y=1 các số là (5 số)

Vậy ta tìm được 10 “số đặc biệt” có 5 chữ số