

A. PHẦN ĐẠI SỐ**Bài 1:** Thu gọn và tìm bậc các đơn thức sau:

$$\begin{array}{lll}
 1/ 6x^2y \left(-\frac{1}{3}yz^2 \right) & 2/ (-x^2y^3)^2 \left(\frac{1}{2}x^2y \right)^3 & 3/ 4x^2y6xy^4 \\
 4/ \frac{5}{4}xy^3z^2(-2x^2y^3z)^2 & 5/ \left(\frac{12}{15}x^4y^2 \right) \left(\frac{5}{9}xy^3 \right) & 6/ \left(\frac{1}{5}x^2y \right) (-5xy^3)^0 (xy^2)^2 \\
 7/ \left(-\frac{3}{7}x^3y^2z \right) \left(-\frac{7}{9}yz^2 \right) & 8/ (-2x^2yz^3)^3 (-3x^3yz^2)^2 & \\
 9/ x^2y^3 + x^2y^3 - 3y^3x^2 & 10/ xy^2 - y^2 + xy^2 - y^2 &
 \end{array}$$

Bài 2: Tính giá trị của biểu thức

$$\begin{array}{ll}
 a/ A = 2x^2 - \frac{1}{3}y, \text{ tại } x = 2; y = 9. & b/ B = \frac{1}{2}a^2 - 3b^2, \text{ tại } a = -2; b = -\frac{1}{3} \\
 c/ P = 2x^2 + 3xy + y^2 \text{ tại } x = -\frac{1}{2}; y = \frac{2}{3} & d/ 12ab^2 \text{ tại } a = -\frac{1}{3}; b = -\frac{1}{6}. \\
 e/ \left(-\frac{1}{2}xy^2 \right) \left(\frac{2}{3}x^3 \right) \text{ tại } x = 2; y = \frac{1}{4}. &
 \end{array}$$

Bài 3: Cho hai đa thức sau:

$$M(x) = 1 + 3x^5 - 4x^2 - x^3 + 3x$$

$$N(x) = 2x^5 + 10 - 2x^3 - x^4 + 4x^2$$

a/ Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của hai đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b/ Tính $M(x) + N(x)$ và $N(x) - M(x)$ **Bài 4:** Cho hai đa thức sau:

$$M(x) = 3 - x^3 - x + x^2 + 4x^3$$

$$N(x) = -x^3 - 8x - 5 - 2x^3 + 9x^2$$

a/ Sắp xếp các hạng tử của hai đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b/ tính $M(x) + N(x)$ và $M(x) = N(x)$ rồi tìm bậc của kết quả.

Bài 5: Cho các đa thức sau:

$$A(x) = x^2 - x - 2x^4 + 5$$

$$B(x) = 4x^3 + 2x^4 - 8x - 5 - x^2$$

a/ Tính $A(1)$; $A(-1)$; $B(1)$; $B(-2)$

b/ Tính $A(x) + B(x)$; $A(x) - B(x)$

c/ Tìm nghiệm của đa thức: $A(x) + B(x)$

Bài 6: Cho 2 đa thức

$$A(x) = -2x + 5 + 2x^3 - \frac{1}{3}x^2 - 3x^4 - x + 6x^2$$

$$B(x) = 3 + \frac{1}{3}x^2 + 3x^4 - x^3 - x + 8 - 3x^3$$

a/ Tính $A(x) + B(x)$ và tìm nghiệm của $A(x) + B(x)$

b/ Tính $A(x) - B(x)$

Bài 7: Cho đa thức $A = \frac{7}{2}x^4y^3 - 5x^2y^5 - 6y + 8x^2y^5 - \frac{1}{3}x^4y^3 - \frac{1}{2}y$

a/ Thu gọn đa thức A.

b/ Tính giá trị đa thức A tại $x = -2$ và $y = \frac{3}{4}$

Bài 8: Cho hai đa thức:

$$A(x) = 2x^3 + 2x - 3x^2 + 1;$$

$$B(x) = 2x^2 + 3x^3 - x - 5$$

$$C(x) = -4x^3 + 6x^2 - 3x + 12$$

a/ Sắp xếp các đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b/ Tính $A(x) + B(x) + C(x)$.

c/ Tính $B(x) - A(x) + C(x)$.

d/ Tính $B(x) - A(x) - C(x)$.

Bài 9: Cho hai đa thức:

$$P(x) = 3x^3 + 2x^3 - 2x + 7 - x^2 - x \quad \text{và} \quad Q(x) = -3x^3 + x - 14 - 2x - x^2 - 1$$

a/ Thu gọn hai đa thức $P(x)$; $Q(x)$.

b/ Tìm đa thức: $M(x) = P(x) + Q(x)$; $N(x) = P(x) - Q(x)$

c/ Tìm x để $P(x) = -Q(x)$

Bài 10: Tìm nghiệm của các đa thức sau:

$$1/ 3x + 15 \quad 2/ 2x^2 - 32 \quad 3/ Q(x) = x^2 - 64$$

$$4/ P(x) = 2x - 7 + (x-14)$$

$$5/ (5x - 2) - (x-6) \quad 6/ x^2 - 6x \quad 7/ P(x) = x^4 + x^3 + x + 1$$

Bài 11: Chứng minh rằng các đa thức sau vô nghiệm:

$$a/ P(x) = 2x^{2+} + 1 \qquad c/ Q(x) = x^{14} + 2x^2 + 1;$$

$$b/ M(x) = x^{2+} + 2x + 2018; \qquad d/ N(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$\text{Bài 12: Cho } P(x) = x^4 - 5x + 2x^2 + 1 \quad Q(x) = 5x + 3x^2 + 5 + \frac{1}{2}x^2 + x$$

a/ Tìm $M(x) = P(x) + Q(x)$; b/ Chứng tỏ $M(x)$ không có nghiệm

Bài 13: Cho đa thức $Q(x) = mx - 3$. Xác định m biết rằng $P(-1) = 2$

Bài 14: cho đa thức $Q(x) = -2x^2 + mx - 7m + 3$

Xác định m biết rằng $Q(x)$ có nghiệm là -1

Bài 15: Thời gian làm bài tập của các học sinh lớp 7 tính bằng phút được thống kê bởi bảng sau:

4	5	6	7	6	7	6	4
6	7	6	8	5	6	9	10
5	7	8	8	9	7	8	8
8	10	9	11	8	9	8	9
4	6	7	7	7	8	5	8

a/ Dấu hiệu ở đây là gì? Số các giá trị là bao nhiêu?

b/ Lập bảng tần số? Tìm một của dấu hiệu? Tính số trung bình cộng?

Bài 16: Điểm kiểm tra môn Toán của 30 học sinh lớp 7 được ghi lại như sau:

3	6	7	8	10	9	5	4	8	7
7	10	9	6	8	7	6	6	8	8
8	7	6	5	6	9	4	5	8	10

a/ Dấu hiệu cần tìm hiểu ở đây là gì?

b/ Lập bảng tần số. Tính số trung bình cộng.

PHẦN HÌNH HỌC

Bài 1: Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH, biết $AB = 10\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$.

a/ Chứng minh tam giác ABH = tam giác ACH.

b/ Tính độ dài đoạn thẳng AH.

c/ Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh tam giác ABG = tam giác ACG.

d/ Chứng minh ba điểm A, G, H thẳng hàng.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 9\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$.

a/ Tính BC.

b/ tia phân giác của góc B cắt cạnh AC tại D. Kẻ $DM \perp BC$ tại M

chứng minh $\triangle ABD = \triangle MBD$

c/ Gọi giao điểm của DM và AB là E. Chứng minh $\triangle BEC$ cân

d/ Kẻ BD cắt EC tại K. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BC và BE biết rằng BK cắt EP tại I

chứng minh C, I, Q thẳng hàng.

Bài 3: Cho tam giác ABC có trung tuyến AD. Đường thẳng qua D song song với AB cắt đường thẳng qua B song song với AD. AE cắt BD tại I. Gọi K là trung điểm của đoạn EC.

a/ Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EDB$

b/ $IA = IE$

c/ Ba điểm A, D, K thẳng hàng

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có M là trung điểm của BC

d/ chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$

e/ Từ M kẻ $ME \perp AB$; $MF \perp AC$ ($E \in AB$, $F \in AC$).

Chứng minh $\triangle AEM = \triangle AFM$

f/ chứng minh $AM \perp EF$

g/ trên tia FM lấy điểm I sao cho $IM = FM$. Chứng minh $EI \parallel AM$.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$.

a/ Tính độ dài cạnh BC.

b/ BD là phân giác góc B ($D \in AC$). Từ D kẻ $DE \perp BC$.

Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$.

c/ Tia ED cắt tia BA tại I. Chứng minh $\triangle IDC$ cân.

d/ Chứng minh $DA < DC$

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D, trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Vẽ DH và EK cùng vuông góc với đường thẳng BC.

Chứng minh:

a/ $HB = CK$

b/ $\widehat{AHB} = \widehat{AKC}$

c/ $HK \parallel DE$

d/ $\triangle AHE = \triangle AKD$

e/ Gọi I là giao điểm của DK và EH. Chứng minh $AI \perp DE$

Bài 7: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm D. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AD = AE$.

a/ Chứng minh $BE = CD$ b/ chứng minh $\widehat{ABE} = \widehat{ACD}$

c/ Gọi K là giao điểm của BE và CD. Tam giác KBC là tam giác gì? Vì sao?

d/ Ba đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ ($\widehat{A} = 90^\circ$); BD là tia phân giác góc B ($D \in AC$). Trên tia BC lấy điểm E sao cho $BA = BE$.

a/ Chứng minh $DE \perp BE$.

b/ Chứng minh: BD là đường trung trực của AE.

c/ Kẻ $AH \perp BC$. So sánh EH và EC.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường phân giác BD. Kẻ $DE \perp BC$ ($E \in BC$). Trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho $AF = CE$. Chứng minh:

a/ $\triangle ABD = \triangle EBD$

b/ BD là đường trung trực của đoạn thẳng AE

c/ $AD < DC$

d/ $\widehat{ADF} = \widehat{EDC}$ và E, D, F thẳng hàng.

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ cân tại A ($\widehat{A} < 90^\circ$). Kẻ $BD \perp AC$ ($D \in AC$), $CE \perp AB$ ($E \in AB$), BD và CE cắt nhau tại H.

a/ Chứng minh rằng: $BD = CE$

b/ Chứng minh: $\triangle BHC$ cân

c/ Chứng minh AH là đường trung trực của BC

d/ Trên tia BD lấy điểm K sao cho D là trung điểm của BK. So sánh $\widehat{ECB}$ và $\widehat{BKC}$

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$; đường phân giác BI. Kẻ $IH \perp BC$ ($H \in BC$) Gọi K là giao điểm của AB và IH

a/ Tính BC

b/ Chứng minh $\Delta ABI = \Delta HBI$

c/ chứng minh BI là đường trung trực của đoạn thẳng AH.

d/ chứng minh $IA < IC$

e/ Chứng minh I là trực tâm của ΔABC .

C. PHẦN NÂNG CAO

Bài 1: a/ tìm x biết $|x - 2| + |3 - 2x| = 2x + 1$

b/ tìm x; $y \in \mathbb{Z}$ biết $xy + 2x - y = 5$

Bài 2: Cho biểu thức $M(x) = x^2 - x - 2$

a/ Tính: $M(1)$; $M(-\frac{1}{2})$; $M(\sqrt{1}, 44)$

b/ tìm x để: $M(x) = -2$

c/ tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $M(x)$ có giá trị là số nguyên tố

Bài 3: Cho hai đa thức $f(x) = (x-1)(x+3)$ và $g(x) = x^3 - ax^2 + bx - 3$

Xác định hệ số a; b của đa thức $g(x)$ biết nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$.

Bài 4: Cho biểu thức $\frac{2011 - x}{11 - x}$. Tìm giá trị nguyên của x để A đạt giá trị lớn nhất. tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 5: Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực thỏa mãn $13a + b + 2c = 0$. Chứng tỏ rằng $f(-2)f(3) \leq 0$

Bài 6: Cho đa thức $f(x) = x^8 - 101x^7 + 101x^6 - 101x^5 + \dots + 101x^2 - 101x + 1$. Tính $f(100)$.

Bài 7: Tam thức bậc hai là đa thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, với a, b, c là hằng số, a khác 0. Hãy xác định a, b biết $f(1) = 4$, $f(-1) = 8$ và $a - c = -4$

Bài 8: cho $f(x) = 2x^2 + ax + 4$ (a là hằng số)

$g(x) = x^2 - 5x - b$. Tìm các hệ số a, b sao cho $f(1) = g(2)$ và $f(-1) = g(5)$

Bài 9: Cho đa thức $f(x) = (8x^2 + 5x - 14)^{99} \cdot (3x^3 - 10x^2 + 6x + 2)^{50}$. Sau khi thu gọn thì tổng các hệ số của $f(x)$ là bao nhiêu?

Bài 10: Cho biểu thức: $F = \frac{8 - 2x}{3x + 2}$

a/ với giá trị nào của x thì biểu thức trên xác định.

b/ với giá trị nào của x thì biểu thức $F=0$

c/ Tìm x nguyên để F có giá trị nguyên

d/ tìm x để $F < 0$

e/ Tìm GTNN, GTLN của F với x nguyên

Bài 11: Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của AC. Gọi E và F là chân đường vuông góc kẻ từ A và C đến đường thẳng BM. Chứng minh rằng:

$$AB < \frac{BE + BF}{2}$$

Bài 12: Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh

$$\frac{AB + AC - BC}{2} < AM < \frac{AB + AC}{2} \quad (\text{suy ra tổng quát khi D nằm trên cạnh BC})$$

Bài 13: Cho điểm M nằm trong tam giác ABC. Chứng minh tổng

a/ $MB + MC < AB + AC$

b/ $\frac{AB + BC + AC}{2} < AM + MB + MC < AB + BC + AC$

Bài 14: Cho tam giác ABC có đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC có chứa điểm A, lấy hai điểm D và E sao cho tam giác ABD và tam giác ACE vuông cân tại B và C. Trên tia đối của tia AH lấy điểm K sao cho $AK = BC$. c/m

a/ $\triangle ABK = \triangle BDC$

b/ $CD \perp BK$ và $BE \perp CK$

d/ Ba đường thẳng AH, BE, CD đồng quy