

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH

- Câu 1.** (Mã 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
- A. $(0; 2; -3)$ B. $(1; 0; -3)$ C. $(1; 2; 0)$ D. $(1; 0; 0)$

Lời giải

Chọn C

Do điểm $A(1; 2; -3)$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

- Câu 2.** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là
- A. $(0; 1; 0)$ B. $(2; 1; 0)$ C. $(0; 1; -1)$ D. $(2; 0; -1)$

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $M(2; 1; -1)$ lên mặt phẳng (Ozx) là điểm có tọa độ $(2; 0; -1)$.

- Câu 3.** (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm
- A. $M(3; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn B

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz) , ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của $A(3; -1; 1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0; -1; 1)$.

- Câu 4.** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A. $(0; 2; 0)$ B. $(0; 0; 5)$ C. $(1; 0; 0)$ D. $(0; 2; 5)$

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1; 0; 0)$.

- Câu 5.** (Mã 104 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là
- A. $(3; 0; -1)$ B. $(0; 1; 0)$ C. $(3; 0; 0)$ D. $(0; 0; -1)$

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$.

- Câu 6. (Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là
- A. $(3; -1; 0)$ B. $(0; 0; 1)$ C. $(0; -1; 0)$ D. $(3; 0; 0)$

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 1)$

- Câu 7. (Đề Minh Họa 2023)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
- A. $(1; -2; 3)$ B. $(1; 2; -3)$ C. $(-1; -2; -3)$ D. $(-1; 2; 3)$

Lời giải

Chọn A

Tọa độ hình chiếu của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là $(1; 0; 3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; -2; 3)$

- Câu 8. (Chuyên Hạ Long 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .
- A. $A'(2; 3; 5)$ B. $A'(2; -3; -5)$ C. $A'(-2; -3; 5)$ D. $A'(-2; -3; -5)$

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 5)$ lên Oy . Suy ra $H(0; -3; 0)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA' .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \Rightarrow A'(-2; -3; -5) \end{cases}$$

- Câu 9. (Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(-1; -1; -3)$ B. $(3; 1; 1)$ C. $(1; 1; 3)$ D. $(3; 3; -1)$

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 2 - 1; 1 - (-2)) \text{ hay } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 3)$$

Câu 10. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3;5;1)$ D. $(3;4;1)$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (1; 2; 3)$$

Câu 11. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho $a = (2;3;2)$ và $b = (1;1;-1)$. Vector $a - b$ có tọa độ là

- A. $(3;4;1)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3;5;1)$ D. $(1;2;3)$

Lời giải

$$\text{Ta có: } a - b = (2 - 1; 3 - 1; 2 + 1) = (1; 2; 3)$$

Câu 12. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = (2; -3; 3)$, $b = (0; 2; -1)$, $c = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $u = 2a + 3b - 2c$.

- A. $(10; -2; 13)$ B. $(-2; 2; -7)$ C. $(-2; -2; 7)$ D. $(-2; 2; 7)$

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2a = (4; -6; 6), 3b = (0; 6; -3), -2c = (-6; 2; -10) \Rightarrow u = 2a + 3b - 2c = (-2; 2; -7)$$

Câu 13. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vector a là

- A. $(-1; 2; -3)$ B. $(2; -3; -1)$ C. $(2; -1; -3)$ D. $(-3; 2; -1)$

Lời giải

$$a = -i + 2j - 3k \Rightarrow a(-1; 2; -3)$$

Câu 14. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $u = 2i + 3j - k$, khi đó tọa độ véc tơ u là

- A. $(-2; 3; 1)$ B. $(2; 3; -1)$ C. $(2; -3; -1)$ D. $(2; 3; 1)$

Lời giải

$$\text{Theo định nghĩa ta có } i = (1; 0; 0), j = (0; 1; 0) \text{ và } k = (0; 0; 1)$$

$$\text{Do đó, } u = 2i + 3j - k \Leftrightarrow u = (2; 3; -1)$$

Câu 15. (Sở Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .

- A. 26. B. 22. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{22}$.

Lời giải

$$\overline{AB} = (2; 3; -3) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}.$$

Câu 16. (Đề minh họa 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u = (1; 3; -2)$ và $v = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $u - v$ là

- A. $(3; 4; -3)$ B. $(-1; 2; -3)$ C. $(-1; 2; -1)$ D. $(1; -2; 1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $u - v = (1 - 2; 3 - 1; -2 + 1) = (-1; 2; -1)$

Câu 17. (Mã 101-2023) Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $u = (1; 2; -2)$ và $v = (2; -2; 3)$. Tọa độ của vectơ $u + v$ là

- A. $(-1; 4; -5)$ B. $(1; -4; 5)$ C. $(3; 0; 1)$ D. $(3; 0; -1)$

Lời giải

$$u + v = (3; 0; 1)$$

Tọa độ của vectơ

Câu 18. (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4; -2; 10)$ B. $(1; 3; 2)$ C. $(2; 6; 4)$ D. $(2; -1; 5)$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$$

Gọi I là trung điểm của AB , ta có tọa độ điểm I là

Vậy $I(2; -1; 5)$

Câu 19. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là :

- A. $I(-2; 2; 1)$ B. $I(1; 0; 4)$ C. $I(2; 0; 8)$ D. $I(2; -2; -1)$

Lời giải

Chọn B

Cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$

$$\begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{(-2) + 2}{2} = 0 \\ \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1; 0; 4)$$

Trung điểm I có tọa độ:

- Câu 20.** Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3), B(-1; 2; 5), C(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- A. $G(0; 0; 3)$ B. $G(0; 0; 9)$ C. $G(-1; 0; 3)$ D. $G(0; 0; 1)$

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC bằng

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1 - 1 + 0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2 + 2 + 0}{3} = 0 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3 + 5 + 1}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(0; 0; 3)$$

- Câu 21.** (THPT Cù Huy Cận 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4), B(2; -1; 0), C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
- A. $G(2; 1; 2)$ B. $G(6; 3; 6)$ C. $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$ D. $G(2; -1; 2)$

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1 + 2 + 3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{3 - 1 + 1}{3} = 1 \\ z_G = \frac{4 + 0 + 2}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; 2)$$

- Câu 22.** (THPT Nghĩa Hưng ND- 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 5; 3)$ và $M(2; 1; -2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là
- A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$ B. $B(-4; 9; 8)$
- C. $B(5; 3; -7)$ D. $B(5; -3; -7)$

Lời giải

Giả sử $B(x_B; y_B; z_B)$

Vì M là trung điểm của AB nên ta có:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-1 + x_B}{2} \\ 1 = \frac{5 + y_B}{2} \\ -2 = \frac{3 + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = -3 \\ z_B = -7 \end{cases}$$

. Vậy $B(5; -3; -7)$.

Câu 23. (Mã 105 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}$.

Câu 24. (THPT Lê Văn Thịnh Bắc Ninh 2019) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{AB} = (-3; -5)$, $\vec{AC} = (2; -2)$.

Khi đó: $\cos A = \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$.

Câu 25. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° B. 60° C. 150° D. 30°

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Vậy: $\cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1 \cdot (-\sqrt{3}) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{1 \cdot \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ$.

- Câu 26.** (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $a = (-3; 4; 0)$, $b = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa a và b bằng
- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:
$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = \frac{-3}{13}$$

- Câu 27.** (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $u = (3; 0; 1)$ và $v = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $u \cdot v$.
- A. $u \cdot v = 8$. B. $u \cdot v = 6$. C. $u \cdot v = 0$. D. $u \cdot v = -6$.

Lời giải

Ta có $u \cdot v = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

- Câu 28.** (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:
- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{AB} = (-1; 0; 1)$, $\vec{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AC$

Nên diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

- Câu 29.** (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Trong hệ tọa độ Oxy , cho $u = i + 3j$ và $v = (2; -1)$. Tính $u \cdot v$.
- A. $u \cdot v = -1$. B. $u \cdot v = 1$. C. $u \cdot v = (2; -3)$. D. $u \cdot v = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ $u = i + 3j \Rightarrow u = (1; 3)$.

Do đó, $u \cdot v = 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) = -1$.

- Câu 30.** (THPT Ngô Quyền - Ba Vì - Hải Phòng 2019) Cho hai véc tơ $a = (1; -2; 3)$, $b = (-2; 1; 2)$. Khi đó, tích vô hướng $(a+b) \cdot b$ bằng

A. 12.

B. 2.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

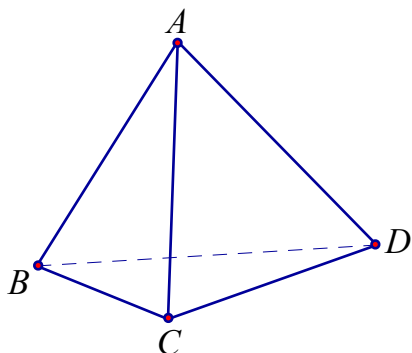
Chọn C

$$a + b = (-1; -1; 5) \Rightarrow (a + b) \cdot b = -1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 11$$

Câu 31. (Chuyên Lê Hồng Phong - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $AB \perp BD$.B. $AB \perp BC$.C. $AB \perp AC$.D. $AB \perp CD$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$ và AC không vuông góc.

Câu 32. (THPT Thanh Miện I - Hải Dương - 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $a = (2; 1; -1)$, $b = (1; 3; m)$. Tìm m để $(a; b) = 90^\circ$.

A. $m = -5$.B. $m = 5$.C. $m = 1$.D. $m = -2$.

Lời giải

$$(a; b) = 90^\circ \Leftrightarrow a \cdot b = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 33. (SGD Đồng Tháp - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $u = (2; -1; 1)$ và $v = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $u \cdot v = 1$.

A. $m = 4$.B. $m = 2$.C. $m = 3$.D. $m = -2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u \cdot v = 1 \Leftrightarrow 3 - m = 1 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 34. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $a = (2; 1; -2)$ và vector $b = (1; 0; 2)$. Tìm tọa độ vector c là tích có hướng của a và b .

A. $c = (2; 6; -1)$.B. $c = (4; 6; -1)$.C. $c = (4; -6; -1)$.D. $c = (2; -6; -1)$.

Lời giải

ChọnD.

Áp dụng công thức tính tích có hướng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ ta được:

$$c = [a, b] = (2; -6; -1)$$

Vậy chọn đáp án **D**

- Câu 35. (Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk 2019)** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vector n vuông góc với cả hai vector $a = (1; 1; -2)$, $b = (1; 0; 3)$ là
- A. $(2; 3; -1)$ B. $(3; 5; -2)$ C. $(2; -3; -1)$ D. $(3; -5; -1)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $[a, b] = (3; -5; -1)$

- Câu 36. (Toán Học Và Tuổi Trẻ - 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $B(-2; 2; 0)$ và $C(4; 1; -1)$. Trên mặt phẳng (Oxz) , điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C .
- A. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$ B. $N\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$ C. $P\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$ D. $Q\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$

Lời giải

Ta có: $A(2; 2; 2)$ và $PA = PB = PC = \frac{3\sqrt{21}}{4}$

KIẾN THỨC MỞ RỘNG

4. Tích có hướng của hai vector:			
Định nghĩa: Cho $a = (a_1, a_2, a_3)$, $b = (b_1, b_2, b_3)$, tích có hướng của a và b là: $[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \vec{k} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$			
Tính chất:	$[a, b] \perp a$	$[a, b] \perp b$	$ [a, b] = a \cdot b \cdot \sin(a, b)$
$\Leftrightarrow$ Điều kiện cùng phương của hai vector a & b là $[a, b] = 0$ với $0 = (0; 0; 0)$.	$\Leftrightarrow$ Điều kiện đồng phẳng của ba vector a, b và c là $[a, b] \cdot c = 0$.		
$\Leftrightarrow$ Diện tích hình bình hành ABCD: $S_{\square ABCD} = [AB, AD] $	$\Leftrightarrow$ Diện tích tam giác ABC: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [AB, AC] $		
$\Leftrightarrow$ Thể tích khối hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = [AB, AD] \cdot \vec{AA'} $	$\Leftrightarrow$ Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} [AB, AC] \cdot \vec{AD} $		

- Câu 37.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $O(0; 0; 0)$, $A(0; 1; -2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(4; 3; m)$. Tất cả giá trị của m để 4 điểm O, A, B, C đồng phẳng?
- A. $m = 14$ B. $m = -14$ C. $m = 7$ D. $m = -7$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{OA} = (0; 1; -2)$, $\vec{OB} = (1; 2; 1)$, $\vec{OC} = (4; 3; m)$. Bốn điểm O, A, B, C đồng phẳng
 $\Leftrightarrow [\vec{OA}, \vec{OB}] \cdot \vec{OC} = 0 \Leftrightarrow 5 \cdot 4 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot m = 0 \Leftrightarrow m = 14$.

Vậy $m = 14$.

- Câu 38. (Việt Đức Hà Nội 2019)** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-2; 1; 3)$ và $D(0; 1; 1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng:
- A. 6. B. 8. C. 12. **D. 4.**

Lời giải

Ta có: $\vec{AB} = (1; 2; 3)$, $\vec{AC} = (-3; 3; 3)$, $\vec{AD} = (-1; 3; 1)$.

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-3; -12; 9);$$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = (-3) \cdot (-1) + (-12) \cdot 3 + 9 \cdot 1 = -24$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = \frac{1}{6} |-24| = 4$$

- Câu 39. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -1)$, $B(1; -1; 2)$. Diện tích tam giác OAB bằng
- A. $\sqrt{11}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. **D. $\sqrt{6}$.**

Lời giải

$$[\vec{OA}, \vec{OB}] = (-1; -3; -1)$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} |[\vec{OA}, \vec{OB}]| = \frac{1}{2} \sqrt{1+9+1} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

- Câu 40. (Yên Phong 1 - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 0; 2)$, $B(1; -1; -2)$, $C(-1; 1; 0)$, $D(-2; 1; 2)$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng
- A. $\frac{42}{3}$. B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{21}{3}$. **D. $\frac{7}{3}$.**

Lời giải

$$\vec{AC} = (-3; 1; -2); \vec{AB} = (-1; -1; -4); \vec{AD} = (-4; 1; 0)$$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-6; -10; 4)$$

$$V = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = \frac{1}{6} |14| = \frac{7}{3}$$

Thể tích khối tứ diện là:

Câu 41. (SGD và ĐT Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, tính diện tích S của tam giác ABC , biết $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$.

A. $S = \frac{\sqrt{61}}{3}$

B. $S = \frac{\sqrt{61}}{2}$

C. $S = 2\sqrt{61}$

D. $S = \sqrt{61}$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 0), \quad \overrightarrow{AC} = (-2; 0; 4), \quad [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12; 8; 6)$$

$$\text{Ta có } |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 2S$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} \cdot |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{12^2 + 8^2 + 6^2} = \sqrt{61}$$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $ABCD$ có $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Tính độ dài đường cao của hình chóp $ABCD$.

A. $2\sqrt{2}$

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

C. $3\sqrt{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có } \overrightarrow{BC} = (0; -2; -2), \quad \overrightarrow{BD} = (-1; -1; -1), \quad \overrightarrow{BA} = (-1; 0; -3), \quad [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (0; 2; -2);$$

$$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA} = 6$$

$$h_A = \frac{|[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA}|}{|[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]|} = \frac{6}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Câu 43. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $2\sqrt{87}$

B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$

C. $\sqrt{349}$

D. $\sqrt{87}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-2; -3; 8) \text{ và } \overrightarrow{AC} = (-1; 0; 6) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-18; 4; -3)$$

$$\text{Vậy: } S_{ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-3)^2} = \sqrt{349}$$

Câu 44. (SGD - Bình Dương - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;1;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(-1;1;0)$ và điểm $D(2;1;-2)$. Khi đó thể tích tứ diện $ABCD$ là

A. $V = \frac{5}{6}$

B. $V = \frac{5}{3}$

C. $V = \frac{6}{5}$

D. $V = \frac{3}{2}$

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (-1; -1; 1)$, $\vec{AC} = (-1; 0; -1)$, $\vec{AD} = (2; 0; -3)$ và $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (1; -2; -1)$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = \frac{5}{6}$.

Câu 45. (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$.
Tính diện tích tam giác OAB .

- A. $\frac{\sqrt{29}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{78}}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

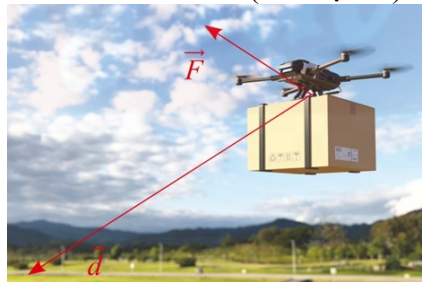
Diện tích tam giác OAB được xác định bởi công thức: $S = \frac{1}{2} |[\vec{OA}, \vec{OB}]|$

Ta có $\vec{OA} = (1; 2; -1)$, $\vec{OB} = (0; -2; 3) \Rightarrow [\vec{OA}, \vec{OB}] = (4; -3; -2)$

Vậy $S = \frac{1}{2} |[\vec{OA}, \vec{OB}]| = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + (-3)^2 + (-2)^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ GIỎI

Câu 46. Tính công sinh bởi lực $\vec{F} = (20; 30; -10)$ (đơn vị: N) tạo bởi một drone giao hàng (Hình) khi thực hiện một độ dịch chuyển $\vec{d} = (150; 200; 100)$ (đơn vị: m).



- A. $3200J$. B. $8000J$. C. $10000J$. D. $5800J$.

Lời giải

Công sinh bởi lực $\vec{F}$ là: $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = 20.150 + 30.200 - 10.100 = 8000J$

Câu 47. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng

- A. $x + y = 1$. B. $x + y = 17$. C. $x + y = -\frac{11}{5}$. D. $x + y = \frac{11}{5}$.

Lời giải

Có $\vec{AB} = (2; -2; 5)$, $\vec{AC} = (x+1; y-2; 1)$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \text{ p } x+y=1$$

Câu 48. (HSG Tỉnh Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $a = (2; m-1; 3), b = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector a, b cùng hướng.

- A. $m=7; n=-\frac{3}{4}$ B. $m=4; n=-3$ C. $m=1; n=0$ D. $m=7; n=-\frac{4}{3}$

Lời giải

$$a \text{ và } b \text{ cùng hướng} \Leftrightarrow a = kb \Leftrightarrow \begin{cases} 2=k \\ m-1=3k \\ 3=k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ m=7 \\ n=-\frac{3}{4} \end{cases} \text{ Vậy } m=7; n=-\frac{3}{4}$$

Câu 49. (THPT Nguyễn Khuyến -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5), B(5; -5; 7), M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.

- A. $x=4; y=7$ B. $x=-4; y=-7$ C. $x=4; y=-7$ D. $x=-4; y=7$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \vec{AB} = (3; -4; 2), \vec{AM} = (x-2; y+1; -4)$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AM} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{-4}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=7 \end{cases}$$

Câu 50. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An -2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1), B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

- A. $M(4; -5; 0)$ B. $M(2; -3; 0)$ C. $M(0; 0; 1)$ D. $M(4; 5; 0)$

Lời giải

$$\text{Ta có } M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0), \vec{AB} = (-2; 3; 1), \vec{AM} = (x-2; y+2; -1)$$

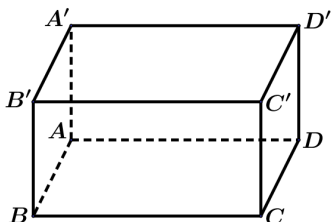
$$\text{Để } A, B, M \text{ thẳng hàng thì } \vec{AB} \text{ và } \vec{AM} \text{ cùng phương, khi đó: } \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{-1}{1} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M(4; -5; 0)$$

Câu 51. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội -2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

- A. $|a|$. B. $2|a|$. C. $3|a|$. D. $\frac{3}{2}|a|$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (a;0;0)$, $\overrightarrow{AD} = (0;2a;0)$, $\overrightarrow{AA'} = (0;0;2a)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} = (a;2a;2a)$.

Suy ra $AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = 3|a|$.

Vậy độ dài đoạn thẳng $AC' = 3|a|$.

Câu 52. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

- A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$ B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$
C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Lời giải

Đặt: $\vec{x} = m.\vec{a} + n.\vec{b} + p.\vec{c}$, $m, n, p \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow (-3; 22; 5) = m.(2; 3; 1) + n.(-1; 5; 2) + p.(4; -1; 3) \Rightarrow \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases} \quad (I)$$

Giải hệ phương trình (I) ta được: $\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -1 \end{cases}$.

Vậy $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

Câu 53. (Hồng Quang - Hải Dương - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. C. $m = 4; n = -3$. D. $m = 1; n = 0$.

Lời giải

Các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng khi và chỉ khi tồn tại số thực dương k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m - 1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m - 1 = 6 \\ 3 = 2(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

Câu 54. (THPT Chu Văn An -Thái Nguyên - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3;0;8)$, $D(-5;-4;0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là

những số nguyên, khi đó $|\vec{CA} + \vec{CB}|$ bằng:

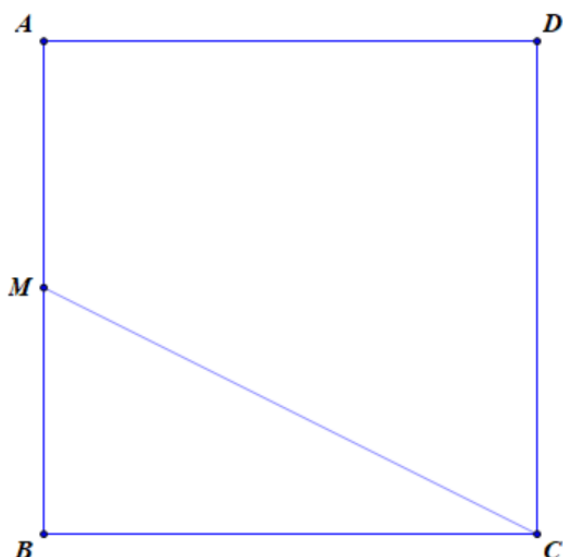
A. $10\sqrt{5}$.

B. $6\sqrt{10}$.

C. $10\sqrt{6}$.

D. $5\sqrt{10}$.

Lời giải



$$\vec{BD} = (-8; -4; -8) \Rightarrow BD = 12 \Rightarrow AB = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow MC = 3\sqrt{10}$.

$$|\vec{CA} + \vec{CB}| = |2\vec{CM}| = 2CM = 6\sqrt{10}$$

Câu 55. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$ và $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-2; 8; -3)$

B. $D(-4; 8; -5)$

C. $D(-2; 2; 5)$

D. $D(-4; 8; -3)$

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x_D; y_D; z_D)$ cần tìm

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \\ z_B - z_A = z_C - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 1 = -3 - x_D \\ -1 - 2 = 5 - y_D \\ 3 - (-1) = 1 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = 8 \\ z_D = -3 \end{cases}$$

Suy ra: $D(-4; 8; -3)$.

Câu 56. (KTNL Gia Bình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; -3)$, $B(2; 5; 7)$, $C(-3; 1; 4)$. Điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $D(6; 6; 0)$ B. $D\left(0; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ C. $D(0; 8; 8)$ D. $D(-4; -2; -6)$

Lời giải

Chọn D

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -3 - x_D \\ 3 = 1 - y_D \\ 10 = 4 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -4 \\ y_D = -2 \\ z_D = -6 \end{cases}$$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

Vậy $D(-4; -2; -6)$.

Câu 57. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho tam giác ABC có $A(1; -2; 0)$, $B(2; 1; -2)$, $C(0; 3; 4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(1; 0; -6)$ B. $(1; 6; 2)$ C. $(-1; 0; 6)$ D. $(1; 6; -2)$

Lời giải

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_D = x_A + x_C - x_B \\ y_D = y_A + y_C - y_B \\ z_D = z_A + z_C - z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 + 0 - 2 \\ y_D = -2 + 3 - 1 \\ z_D = 0 + 4 + 2 \end{cases} \Rightarrow D(-1; 0; 6)$$

Câu 58. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -2)$ và $B(3; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

- A. $M(9; -5; 7)$ B. $M(9; 5; 7)$
C. $M(-9; 5; -7)$ D. $M(9; -5; -5)$

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{AM} = (x; y - 1; z + 2)$; $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 3)$

$$\vec{AM} = 3\vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y - 1 = -6 \\ z + 2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -5 \\ z = 7 \end{cases} \text{ . Vậy } M(9; -5; 7) \text{ .}$$

Câu 59. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $\vec{AB} = (1; 3; 1)$ thì tọa độ của điểm B là:

- A. $B(2; 5; 0)$ B. $B(0; -1; -2)$ C. $B(0; 1; 2)$ D. $B(-2; -5; 0)$

Lời giải

Gọi $B(x; y; z)$

$$\text{Có } A(1; 2; -1) \vec{AB} = (1; 3; 1) = (x - 1; y - 2; z + 1) \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5; 0)$$

Câu 60. (Đề Thi Công Bằng Khtn 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A = (1; 0; 1)$, $B = (2; 1; 2)$ và $D = (1; -1; 1)$. Tọa độ điểm C là

- A. $(2; 0; 2)$ B. $(2; 2; 2)$ C. $(2; -2; 2)$ D. $(0; -2; 0)$

Lời giải

Gọi tọa độ điểm C là $(x; y; z)$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\vec{DC} = \vec{AB}$

Ta có $\vec{DC} = (x - 1; y + 1; z - 1)$ và $\vec{AB} = (1; 1; 1)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x - 1 = 1 \\ y + 1 = 1 \\ z - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm C là $(2; 0; 2)$.

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng

AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- A. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{AM}{BM} = 2$ C. $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{AM}{BM} = 3$

Lời giải

Chọn A

$$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z); \vec{AB} = (7; 3; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{59}; \vec{AM} = (x + 2; -3; z - 1) \text{ và}$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} \quad (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=7k \\ -3=3k \\ z-1=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-9 \\ -1=k \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0).$$

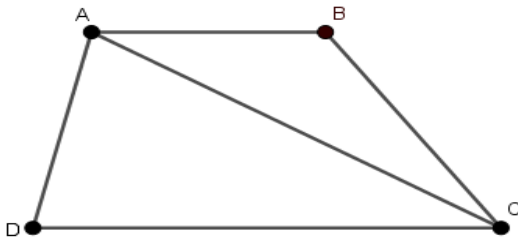
$$\overrightarrow{BM} = (-14; -6; -2); \overrightarrow{AM} = (-7; -3; -1) \Rightarrow \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{AM}.$$

Câu 62. (Bình Giang-Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 3 lần diện tích tam giác ABC .

- A. $D(-12; -1; 3)$ B. $\begin{cases} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{cases}$ C. $D(8; 7; -1)$ D. $\begin{cases} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{cases}$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot d(A, BC) \Leftrightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC}$

$$\Leftrightarrow 3S_{\triangle ABC} = \frac{(AD + BC) \cdot S_{\triangle ABC}}{BC} \Leftrightarrow 3BC = AD + BC \Leftrightarrow AD = 2BC.$$

Mà $ABCD$ là hình thang có đáy AD nên $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$ (1)

$$\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1); \overrightarrow{AD} = (x_D + 2; y_D - 3; z_D - 1)$$

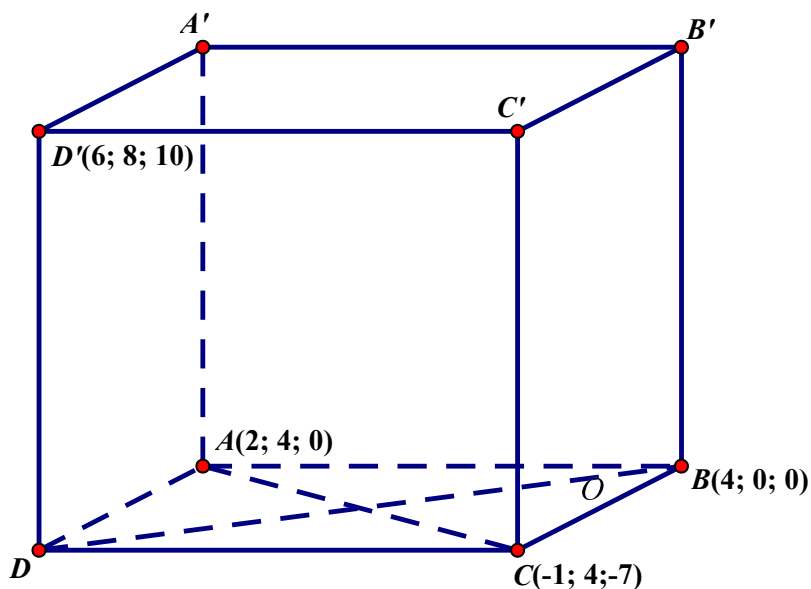
$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = -10 \\ y_D - 3 = -4 \\ z_D - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -12 \\ y_D = -1 \\ z_D = 3 \end{cases}$$

Vậy $D(-12; -1; 3)$.

Câu 63. (Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8; 4; 10)$ B. $B'(6; 12; 0)$ C. $B'(10; 8; 6)$ D. $B'(13; 0; 17)$

Lời giải



Giả sử $D(a; b; c)$, $B'(a'; b'; c')$

$$\text{Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 8 \\ c = -7 \end{cases}$$

Vậy $\overrightarrow{DD'} = (9; 0; 17)$, $\overrightarrow{BB'} = (a' - 4; b'; c')$. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BB'}$
 $\Rightarrow \begin{cases} a' = 13 \\ b' = 0 \\ c' = 17 \end{cases}$. Vậy $B'(13; 0; 17)$.

Câu 64. (SGD Thanh Hóa - 2018) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1; 3; -1)$, $B(3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.

- A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$ B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$ C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$ D. $M(4; -3; 8)$

Lời giải

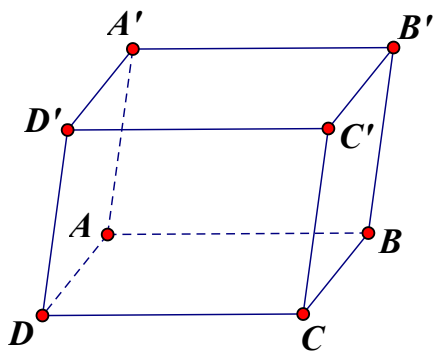
$$\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A - 3x_B}{1-3} = 4 \\ y_M = \frac{y_A - 3y_B}{1-3} = -3 \\ z_M = \frac{z_A - 3z_B}{1-3} = 8 \end{cases} \Rightarrow M(4; -3; 8)$$

Ta có

Câu 65. (SGD - Đà Nẵng - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $D(0; 0; 1)$, $A'(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm C' .

- A. $C'(10; 4; 4)$ B. $C'(-13; 4; 4)$ C. $C'(13; 4; 4)$ D. $C'(7; 4; 4)$

Lời giải



Gọi $C'(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 2; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (3; 0; 1)$; $\overrightarrow{AA'} = (4; 2; 3)$.

$$\text{Mà } \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \overrightarrow{AC'} = (10; 4; 4) \Rightarrow \begin{cases} x = 10 + 3 \\ y = 4 - 0 \\ z = 4 - 0 \end{cases} \Rightarrow C'(13; 4; 4)$$

- Câu 66.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Gọi } M(x; y; z). \text{ Ta có: } \angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) + y(y-2) + z^2 = 0 \\ x^2 + y(y-2) + z(z-2) = 0 \\ x(x-2) + y^2 + z(z-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x = z \\ y = z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x = 0 \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(0; 0; 0) \\ M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \end{cases}$$

- Câu 67.** (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector u và v tạo với nhau một góc 120° và $|u| = 2$, $|v| = 5$. Tính $|u + v|$
- A. $\sqrt{19}$. B. -5 . C. 7 . D. $\sqrt{39}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (|u + v|)^2 = (u + v)^2 = u^2 + 2uv + v^2 = |u|^2 + 2|u||v|\cos(u; v) + |v|^2$$

$$= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 5^2 = 19$$

Suy ra $|u+v|=\sqrt{19}$.

- Câu 68.** (THPT Trần Nhân Tông - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
- A. $m=-6$. B. $m=0$. C. $m=-4$. D. $m=2$.

Lời giải

Ta có

$$\overrightarrow{NM}=(3;2;-2), \quad \overrightarrow{NP}=(2;m-2;1)$$

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{NP}=0$

$$\Leftrightarrow 3.2+2.(m-2)-2.1=0 \Leftrightarrow m=0.$$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m=0$.

KIẾN THỨC MỞ RỘNG

4. Tích có hướng của hai vector:			
Định nghĩa: Cho $a=(a_1, a_2, a_3)$, $b=(b_1, b_2, b_3)$, tích có hướng của a và b là: $[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$			
Tính chất:	$[a, b] \perp a$	$[a, b] \perp b$	$ [a, b] = a \cdot b \cdot \sin(a, b)$
$\Leftrightarrow$ Điều kiện cùng phương của hai vector a & b là $[a, b] = 0$ với $0=(0;0;0)$.	$\Leftrightarrow$ Điều kiện đồng phẳng của ba vector a, b và c là $[a, b].c = 0$.		
$\Leftrightarrow$ Diện tích hình bình hành ABCD: $S_{\square ABCD} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] $.	$\Leftrightarrow$ Diện tích tam giác ABC: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] $.		
$\Leftrightarrow$ Thể tích khối hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}].\overrightarrow{AA'} $.	$\Leftrightarrow$ Thể tích tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD} $.		

- Câu 69.** (THPT Hoàng Hoa Thám - Hưng Yên - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(0;-2;2-a)$, $B(a+3;-1;1)$, $C(-4;-3;0)$, $D(-1;-2;a-1)$. Tập hợp các giá trị của a để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là tập con của tập nào sau?
- A. $(-7;-2)$. B. $(3;6)$. C. $(5;8)$. D. $(-2;2)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}(a+3;1;a-1)$, $\overrightarrow{AC}(-4;-1;a-2)$, $\overrightarrow{AD}(-1;0;2a-3)$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2a-3; -a^2-5a+10; -a+1)$$

Để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng:

$$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow -2a + 3 + (2a - 3) \cdot (-a + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

- Câu 70. (Việt Đức Hà Nội 2019)** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ biết $A(3; -2; m)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 4; 0)$, $D(0; 0; 3)$. Tìm giá trị dương của tham số m để thể tích tứ diện bằng 8.
- A. $m = 8$. B. $m = 4$. C. $m = 12$. D. $m = 6$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{DA} = (3; -2; m-3)$, $\overrightarrow{DB} = (2; 0; -3)$, $\overrightarrow{DC} = (0; 4; -3)$.

Thể tích tứ diện:
$$V = \frac{1}{6} \left| \left[\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC} \right] \cdot \overrightarrow{DA} \right| \Leftrightarrow 8 = \frac{1}{6} |24 + 8(m-3)| \Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = 6 \end{cases}$$

Vì m dương nên $m = 6$. Do đó chọn **D**.

- Câu 71. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 0)$, $B(1; 0; -1)$, $C(0; -1; 2)$, $D(-2; m; n)$. Trong các hệ thức liên hệ giữa m và n dưới đây, hệ thức nào để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng?
- A. $2m + n = 13$. B. $2m - n = 13$. C. $m + 2n = 13$. D. $2m - 3n = 10$.

Lời giải

Ta tính

$$\overrightarrow{AB} = (0; 2; -1); \overrightarrow{AC} = (-1; 1; 2); \overrightarrow{AD} = (-3; m+2; n); \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} = (5; 1; 2)$$

Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow m + 2n = 13$

- Câu 72.** Để theo dõi hành trình của một chiếc máy bay, ta có thể lập hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Sau khi cất cánh và đạt độ cao nhất định, chiếc máy bay duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ không đổi là 890 km/h trong nửa giờ. Xác định tọa độ của vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong nửa giờ đó đối với hệ tọa độ đã chọn, biết rằng đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ được lấy theo kilômét.



- A. $(0; 435; 0)$. B. $(445; 0; 0)$. C. $(0; 445; 0)$. D. $(435; 0; 0)$.

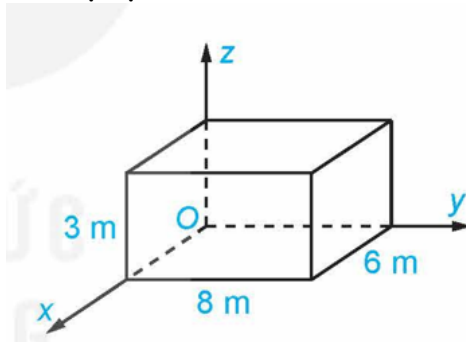
Lời giải

Quãng đường máy bay bay được với vận tốc 890 km/h trong nửa giờ là:

$$890 \cdot \frac{1}{2} = 445 (\text{km})$$

Vì máy bay duy trì hướng bay về phía nam nên tọa độ của vector biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong nửa giờ đó với hệ tọa độ đã chọn là $(0; 445; 0)$.

Câu 73. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 8 m , chiều rộng là 6 m và chiều cao là 3 m . Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Hãy tìm tọa độ của điểm treo đèn.



A. $(4; 4; 4)$

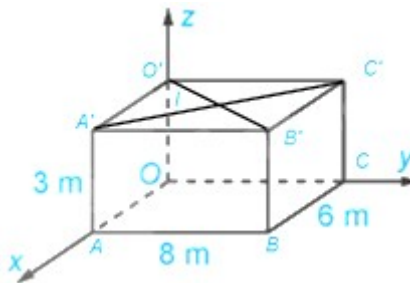
B. $(4; 3; 4)$

C. $(4; 3; 3)$

D. $(4; 5; 4)$

Lời giải

Đặt tên các điểm như hình vẽ.



Khi đó, $O'(0; 0; 3), B'(8; 6; 3)$.

Vì phòng học thiết kế dạng hình hộp chữ nhật nên hình $O'C'B'A'$ là hình chữ nhật. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo $O'B'$ và $A'C'$ nên I là trung điểm của $O'B'$.

Vì đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học nên đèn trùng với I .

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_{O'} + x_{B'}}{2} = 4 \\ y_I = \frac{y_{O'} + y_{B'}}{2} = 3 \\ z_I = \frac{z_{O'} + z_{B'}}{2} = 3 \end{cases}$$

Do đó:

Vậy điểm treo đèn là $(4; 3; 3)$