|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HUYỆN GIA VIỄN** | **ĐỀ THI KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  **Năm học. 2023 - 2024**  **MÔN: TOÁN**  **Thời gian làm bài: 150 phút**  *( Đề thi gồm 05 câu, 01 trang)* |

**Câu 1: *(4,0 điểm).***

1. Cho biểu thức  và .

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

2.Tính: 

**Câu 2: *(4,0 điểm).***

1. Cho ba số dương a,b,c thỏa mãn:

Chứng minh rằng:

2. Cho d: . Tìm m sao cho d cắt Ox tại A cắt Oy tại B mà

a) đạt giá trị lớn nhất

b) Khoảng cách từ O đến d đạt giá trị lớn nhất

**Câu 3: *(4,0 điểm).***

1.Giải phương trình 

2. Giải phương trình nghiệm nguyên: .

**Câu 4: *(6 điểm).*** Cho (O;R) và đường thẳng a không có điểm chung với đường tròn. Điểm M bất kì thuộc đường thẳng a. Qua M kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là 2 tiếp điểm). Kẻ OH vuông góc với đường thẳng a tại H. kẻ AB cắt OH tại K, cắt OM tại I.

1. Chứng minh rằng: 

2. Chứng minh: khi M chuyển động trên đường thẳng a thì AB luôn đi qua 1 điểm cố định.

3. Tìm vị trí của M để đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 5:** ***(2,0 điểm).***

1. Cho các số thực dương  sao cho . Chứng minh rằng: .

2. Số nguyên a được gọi là “đẹp” nếu với mọi cách sắp xếp theo thứ tự tùy ý của 100 số 1, 2, ..., 100 luôn tồn tồn tại 10 số hạng liên tiếp có tổng lớn hơn hoặc bằng a. Tìm số “đẹp” lớn nhất.

**-----------------Hết---------------**

|  |
| --- |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HUYỆN GIA VIỄN** | **HƯỚNG DẪN CHẤM HSG LỚP 9**  **Năm học. 2023-2024**  **MÔN: TOÁN**  **Thời gian làm bài: 150 phút** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **Câu 1**  (4 điểm) | **1a. (1,0điểm)** | |
| ĐKXĐ: |  |
| Ta có: | 0.75 |
| Vậy | 0,25 |
| **1b. (1,0điểm)** | |
| Ta có |  |
| Áp dụng bất đẳng thức AM – GM  ta có: | 0,5 |
| Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  (thỏa mãn điều kiện)  Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức đạt tại . | 0,5 |
| **2.(2,0 điểm)** |  |
| Xét số hạng tổng quát dạng: với n là số nguyên dương ta có: | 1,0 |
|  | 1,0 |
| **Câu 2**  (4 điểm) | **1.(2,0 điểm)** |  |
| Ta có :(vì b>0)  Chứng minh tương tự : (vì a>0) | 1,0 |
| Biến đổi vế trái ta có :    Vậy đẳng thức được chứng minh | 1,0 |
| **2.(2điểm)** | 0,25 |
| Cho , d cắt Oy tại  Cho , d cắt Ox tại  Ta có :  và OB = 4 | 0,75 |
| Dấu “=” xảy ra khi m = 0  Vậy max  khi m = 0 | 0,5 |
| 1. Xét vuông tại A, đường cao AH ta có:       Dấu “=” xảy ra khi m = 0  Vậy khoảng cách từ O đến d lớn nhất là  khi m = 0 | 0,5 |
| **Câu 3(4điểm)** | **1. (2,0 điểm)** |  |
| Điều kiện:  (\*).  Ta có: | 0,75 |
| Đặt  phương trình trở thành | 0,5 |
| +Với  ta có phương trình:    + Với  ta có phương trình:    Vậy phương trình có nghiệm | 0,75 |
| **2. (2,0 điểm)** Giải phương trình nghiệm nguyên: . |  |
| Ta có: | 1,0 |
|  | 0,75 |
| Vậy phương trình có 2 nghiệm: | 0,25 |
| **Câu 4**  *(6,0 điểm)* | Vẽ hình đúng theo yêu cầu chung của đề: | 0,5 |
| **1. (2,0 điểm) Chứng minh rằng:** | |
| Ta có MA, MB là hai tiếp tuyến cắt nhau của (O;R)   * MA = MB   Lại có: OA = OB  Do đó OM là đường trung trực của đoạn thẳng AB  tại I | 0,25  0,25  0,25 |
|  | 0,5  0,5 |
|  | 0,25 |
| **2. (2,0 điểm) Chứng minh: khi M chuyển động trên đường thẳng a thì AB luôn đi qua 1 điểm cố định.** | |
| Ta có: | 0,25 |
| Xét vuông tại B, ta có: | 0,5 |
| Do đó: | 0,5 |
| Vì O và H cố định nên OH không đổi   * OK không đổi | 0,5 |
| Mà cố định => K cố định  Vậy AB đi qua K cố định khi M chuyển động trên đường thẳng a | 0,25 |
| **3. (1,5 điểm) Tìm vị trí của M để đạt giá trị lớn nhất.** | |
| Gọi J là trung điểm của OK => J cố định  Kẻ tại E  Ta có :có OK không đổi | 0,5 |
| Ta có: vì OK không đổi nên lớn nhất khi IE lớn nhất  Mà (quan hệ đường vuông góc và đường xiên, trung tuyến thuộc cạnh huyền trong tam giác vuông) | 0,5 |
| Dấu “=” xảy ra vuông cân tại I  vuông cân tại H  Vậy lớn nhất | 0.5 |
| **Câu 5**  *(2,0 điểm)* | **1.(1điểm)** **Cho các số thực dương  sao cho . Chứng minh rằng:** |  |
| Sử dụng bất đẳng thức . Ta có: | 0,25 |
| Tiếp tục sử dụng bất đẳng thức: SVac - Xơ và giả thiết ta có: . Từ đó suy ra . | 0,25 |
| Bây giờ ta sẽ chứng minh:  (với | 0,25 |
| Mặt khác ta có: . Suy ra đpcm. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . | 0,25 |
| **2.** Tổng của cả dãy 100 số là:  Chia 100 số thành 10 bộ 10 số liên tiếp thì trung bình tổng của 10 bộ số này là  . Nên tồn tại ít nhất 1 bộ 10 số liên tiếp có tổng lớn hơn hoặc bằng 505. Ta chứng minh số a lớn nhất có thể bằng 505 bằng cách chọn ra ví dụ mà tổng 10 số liên tiếp bất kỳ nhỏ hơn hoặc bằng 505, khi đó mọi số a lớn hơn 505 đều không thỏa mãn. | 0,5 |
| Thật vậy, xét cách sắp xếp sau: 100, 1, 99, 2, 98, 3, ... , 51, 50 (Chia thành các cặp có tổng bằng 101, viết số lớn đứng trước rồi xếp các cặp cạnh nhau theo thứ tự giảm dần của số lớn hơn). Nếu 10 số liên tiếp gồm 5 cặp số như vậy thì tổng 10 số này là 505. Nếu không, 10 số này sẽ gồm số đầu là số nhỏ hơn trong 1 cặp và kết thúc là số lớn hơn trong 1 cặp khác. Các số này thuộc 6 cặp khác nhau là: x, 101 – x, x – 1, 102 – x, ..., x – 4, 105 – x, x – 5, 106 – x Và 10 số được chọn là các số từ 101 – x đến x – 5 (trong dãy trên), dễ thấy tổng 10 số như vậy là 500. Do đó tổng 10 số liên tiếp bất kỳ đều không quá 505. Vậy a = 505. | 0,5 |
|  |  |  |

***--------Hết--------***