

Ví dụ 2: Tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau rồi suy ra căn bậc hai của chúng.

- a) 1; b) 64; c) - 144; d) $2\sqrt{25}$;
- e) 0,16; f) $\frac{25}{36}$; g) $\frac{256}{225}$; h) $1\frac{15}{49}$.

Dạng 2: Tính giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai

- Sử dụng kiến thức: với $a \geq 0$, ta có $\sqrt{a^2} = a; (\sqrt{a})^2 = a$.

Ví dụ 3: Tính:

- a) $\sqrt{16}$; b) $\sqrt{0,81}$; c) $\sqrt{\frac{324}{289}}$; d) $\sqrt{\frac{-625}{-64}}$.

Ví dụ 4: Tính:

- a) $\sqrt{25}$; b) $\sqrt{0,16}$; c) $\sqrt{\frac{25}{81}}$; d) $\sqrt{\frac{-64}{-49}}$.

Ví dụ 5: Tính:

a) $(\sqrt{75})^2$; b) $(\sqrt{0,4})^2$; c) $\sqrt{\frac{4}{81}}$; d) $\sqrt{\frac{-19}{-16}}$.

Ví dụ 6: Tính:

a) $(\sqrt{19})^2$; b) $(\sqrt{0,16})^2$; c) $\sqrt{\frac{10}{9}}$; d) $\sqrt{\frac{-27}{-4}}$.

Ví dụ 7: Thực hiện phép tính:

a) $3\sqrt{25} + 10\sqrt{9} - 19\sqrt{4}$; ĐS: 7. b) $2\sqrt{2\frac{1}{4}} + 5\sqrt{0,64}$; ĐS: 7.

c) $\frac{2}{3}\sqrt{81} - \frac{3}{2}\sqrt{16} + 13$; ĐS: 13. d) $3\sqrt{\frac{4}{9}} - 50\sqrt{\frac{-1}{-4}} + 1$. ĐS: - 22.

Ví dụ 8: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $0,5\sqrt{64} - 2\sqrt{25}$; ĐS: - 6. b) $10 \times \sqrt{1,69} + 5 \times \sqrt{1\frac{11}{25}}$; ĐS: 19.

c) $\frac{1}{3}\sqrt{9} - \frac{2}{5}\sqrt{25}$; ĐS: - 1. d) $9\sqrt{\frac{121}{9}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{196}{9}} - 27$. ĐS: - 1.

Dạng 3: Tìm giá trị của x thỏa mãn biểu thức cho trước

- $x^2 = a^2 \hat{=} x = a$ hoặc $x = -a$.
- Với $a \geq 0$ thì $x^2 = a \hat{=} x = \sqrt{a}$ hoặc $x = -\sqrt{a}$.

Ví dụ 9: Tìm x , biết:

a) $x^2 = 289$; ĐS: $x = \pm 17$. b) $25x^2 = 16$; ĐS: $x = \pm \frac{4}{5}$.

c) $0,49x^2 = 2,56$; ĐS: $x = \pm \frac{16}{7}$. d) $9x^2 + 10 = 0$. ĐS: Vô nghiệm.

Ví dụ 10: Tìm x , biết:

a) $x^2 = 324$; ĐS: $x = \pm 18$. b) $9x^2 = 16$; ĐS: $x = \pm \frac{4}{3}$.

c) $0,25x^2 = 1,96$; ĐS: $x = \pm \frac{14}{5}$. d) $4x^2 + 19 = 0$. ĐS: Vô nghiệm.

Ví dụ 11: Tìm x , biết:

a) $x^2 = 17$; ĐS: $x = \pm \sqrt{17}$. b) $x^2 - 31 = 0$; ĐS: $x = \pm \sqrt{31}$.

c) $81x^2 = 23$; ĐS: $x = \pm \frac{\sqrt{23}}{9}$. d) $27x^2 - 6 = 0$. ĐS: $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Ví dụ 12: Tìm x , biết:

a) $x^2 = 2$; ĐS: $x = \pm\sqrt{2}$. b) $x^2 - 15 = 0$; ĐS: $x = \pm\sqrt{15}$.

c) $64x^2 = 13$; ĐS: $x = \pm\frac{\sqrt{13}}{8}$. d) $49x^2 - 26 = 0$. ĐS: $x = \pm\frac{\sqrt{26}}{7}$.

Ví dụ 13: Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} = 21$; ĐS: $x = 441$. b) $2\sqrt{x} = -1$; ĐS: Vô nghiệm.

c) $(\sqrt{x} + 1)^2 = 4$; ĐS: $x = 1$. d) $|\sqrt{x} - 1| = 2$. ĐS: $x = 9$.

Ví dụ 14: Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} = 6$; ĐS: $x = 36$. b) $\sqrt{x} + 2 = 1$; ĐS: Vô nghiệm.

c) $(\sqrt{x} - 1)^2 = 4$; ĐS: $x = 9$. d) $|\sqrt{x} + 1| = 4$ ĐS: $x = 9$.

Dạng 4: So sánh các căn bậc hai số học

- Sử dụng định lý: với $a, b \geq 0: a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.

Ví dụ 15: So sánh:

- a) 6 và $\sqrt{37}$; b) 4 và $\sqrt{37} - 2$;
 c) $\sqrt{10} + 3$ và 6; d) 4 và $\sqrt{26} - 1$.

Ví dụ 16: So sánh:

- a) 6 và $\sqrt{41}$; b) $3\sqrt{2}$ và 5; c) $\sqrt{5} + 1$ và 3; d) 4 và $\sqrt{17} - 2$.

Ví dụ 17: Tìm x không âm, biết:

- a) $\sqrt{x} < 5$; ĐS: $0 \leq x < 25$. b) $\sqrt{2x} \in \mathbb{Q}$; ĐS: $0 \leq x \in \mathbb{Q}$.
 c) $\sqrt{x} - 1 > 3$; ĐS: $x > 16$. d) $1 - \sqrt{x} \geq \frac{1}{3}$. ĐS: $0 \leq x \leq \frac{4}{9}$.

Ví dụ 18: Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} < 2$; ĐS: $0 \leq x < 4$. b) $\sqrt{3x} \leq 0,6$; ĐS: $0 \leq x \leq 0,12$.

c) $\sqrt{x} + 1 > 3$; ĐS: $x > 4$. d) $1 - \sqrt{2x} \geq \frac{2}{5}$. ĐS: $0 \leq x \leq \frac{9}{50}$.

Ví dụ 19: Chứng minh rằng với $x \geq 0$ thì

a) $\sqrt{x} - 3 \geq -3$; b) $3 - \sqrt{x} \leq 3$;

c) $\frac{3}{\sqrt{x} + 1} \leq 3$; d) $1 - \frac{5}{\sqrt{x} + 2} \geq -\frac{3}{2}$.

Ví dụ 20: Chứng minh rằng với $x \geq 0$ thì

a) $\sqrt{x} - 2^3 \leq 2$;

b) $2 - \sqrt{x} \in \mathbb{Z}$;

c) $\frac{4}{\sqrt{x} + 2} \in \mathbb{Z}$;

d) $1 - \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \in \mathbb{Z}$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau rồi suy ra căn bậc hai số học của chúng.

a) 0;

b) 64;

c) - 289;

d) 256;

e) 0,36;

f) $\frac{169}{324}$;

g) $\frac{49}{144}$;

h) $2\frac{14}{25}$.

Bài 2: Tính:

a) $\sqrt{361}$;

b) $\sqrt{0,01}$;

c) $\sqrt{\frac{64}{25}}$;

d) $\sqrt{\frac{-25}{-9}}$.

Bài 3: Tính:

a) $(\sqrt{23})^2$;

b) $(\sqrt{12})^2$;

c) $\sqrt{\frac{9}{16}}$;

d) $\sqrt{\frac{-25}{-4}}$.

Bài 4: Thực hiện phép tính:

- a) $3\sqrt{4} + 8\sqrt{9} - 15\sqrt{16}$; ĐS: - 30. b) $5\sqrt{0,16} + 3\sqrt{0,04}$; ĐS: $\frac{13}{5}$.
- c) $\frac{2}{3}\sqrt{9} - \frac{3}{2}\sqrt{36} + 19$; ĐS: 12. d) $11\sqrt{\frac{81}{121}} - 3\sqrt{\frac{-1}{-9}} + 1$. ĐS: 9.
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

Bài 5: Tìm x, biết

- a) $x^2 = 400$; ĐS: ± 20 . b) $75x^2 = 48$; ĐS: $\pm \frac{4}{5}$.
- c) $0,16x^2 = 0,09$; ĐS: $\pm \frac{3}{4}$. d) $27x^2 + 10 = 0$. ĐS: Vô nghiệm.
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

Bài 6: Tìm x, biết:

a) $x^2 = 11$;

ĐS: $\pm\sqrt{11}$.

b) $x^2 - 7 = 0$;

ĐS: $\pm\sqrt{7}$.

c) $9x^2 = 17$;

ĐS: $\pm\frac{\sqrt{17}}{3}$.

d) $12x^2 - 21 = 0$.

ĐS: $\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Bài 7: Tìm x không âm, biết:

a) $\sqrt{x} = 5$;

ĐS: 25.

b) $7\sqrt{x} = 3$;

ĐS: $\frac{9}{49}$.

c) $(1 - \sqrt{x})^2 = 9$;

ĐS: 16.

d) $|1 - \sqrt{x}| = 3$.

ĐS: 16.

Bài 8: So sánh:

- a) 7 và $\sqrt{41}$; b) $2\sqrt{5}$ và 4; c) $\sqrt{15} + 4$ và 8; d) 3 và $\sqrt{17} - 1$.

Bài 9: Tìm x không âm, biết:

- a) $\sqrt{x} < 3$; ĐS: $0 \leq x < 9$. b) $\sqrt{4x} \leq 0,6$; ĐS: $0 \leq x \leq 0,09$.
 c) $\sqrt{3x} - 2 > 5$; ĐS: $x > \frac{49}{3}$. d) $2 - \sqrt{x} \geq \frac{3}{4}$. ĐS: $0 \leq x \leq \frac{25}{16}$.

Bài 10: Chứng minh rằng với $x \geq 0$ thì

a) $\sqrt{x+3} \geq 3$;

b) $2\sqrt{x-1} \geq x-1$;

c) $1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \geq -1$;

d) $0 < \frac{7}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{7}{3}$.

--- HẾT ---

Chương

1

CĂN BẬC HAI – CĂN BẬC BA

Bài 2. CĂN THỨC BẬC HAI. HẰNG ĐẲNG THỨC BẬC HAI

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Với A là biểu thức đại số, ta gọi \sqrt{A} là căn thức bậc hai của A, còn A được gọi là biểu thức lấy căn hoặc biểu thức dưới dấu căn.
-
-

- \sqrt{A} xác định (hay có nghĩa) khi và chỉ khi $A \geq 0$.

$$\sqrt{A^2} = |A| \begin{cases} A & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A & \text{nếu } A < 0. \end{cases}$$

- Hằng đẳng thức

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Tìm giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai

$$\sqrt{A^2} = |A| \begin{cases} A & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A & \text{nếu } A < 0. \end{cases}$$

- Sử dụng hằng đẳng thức

Ví dụ 1: Tính:

a) $\sqrt{25}$; b) $\sqrt{(25)^2}$; c) $\sqrt{\frac{81}{100}}$; d) $\sqrt{\frac{210}{49}}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2: Tính:

a) $\sqrt{13^2}$; b) $\sqrt{(-2)^2}$; c) $\sqrt{\frac{64}{25}}$; d) $\sqrt{\frac{36}{169}}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(3 - \sqrt{2})^2}$; ĐS: $3 - \sqrt{2}$. b) $\sqrt{(\sqrt{11} + 3)^2}$; ĐS: $\sqrt{11} + 3$.

c) $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$; ĐS: $\sqrt{3} - 1$. d) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$. ĐS: $2 + \sqrt{3}$.

.....

Ví dụ 4: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}$; ĐS: $2 + \sqrt{3}$. b) $\sqrt{(\sqrt{7} + 3)^2}$; ĐS: $\sqrt{7} + 3$.
c) $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$; ĐS: $\sqrt{5} - 1$. d) $\sqrt{8 + 2\sqrt{7}}$. ĐS: $1 + \sqrt{7}$.

Ví dụ 5: Thực hiện các phép tính:

a) $\sqrt{196} \times \sqrt{25} - 5\sqrt{81}$; ĐS: 25. b) $(32 : \sqrt{16} + \sqrt{289}) \times \sqrt{49}$; ĐS: 175.

c) $\sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} - \sqrt{10}$; ĐS: - 3. d) $\sqrt{(5 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{(8 - 2\sqrt{7})}$. ĐS: 6.

Ví dụ 6: Thực hiện các phép tính:

a) $\sqrt{64} \times \sqrt{25} + 10\sqrt{36}$; ĐS: 100. b) $(81 : \sqrt{9} + \sqrt{169}) \times \sqrt{225}$; ĐS: 600.

c) $\sqrt{(\sqrt{7} - 1)^2} - \sqrt{7}$; ĐS: - 1. d) $\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$. ĐS: 2.

Ví dụ 12: Với giá trị nào của x thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a) $\sqrt{\frac{1}{x+3}}$; ĐS: $x > -3$. b) $\sqrt{\frac{-22}{5-x}}$; ĐS: $x > 5$.

c) $\sqrt{\frac{22-5x}{x^2+1}}$; ĐS: $x \geq \frac{22}{5}$. d) $\sqrt{\frac{x-2}{x^2+2x+3}}$. ĐS: $x \geq 2$.

Dạng 3: Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai

$$\sqrt{A^2} = |A| \hat{=} \begin{cases} A \text{ nếu } A \geq 0 \\ -A \text{ nếu } A < 0. \end{cases}$$

- Dùng hằng đẳng thức

Ví dụ 13: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $3\sqrt{a^2}$ với $a \geq 0$; ĐS: $3a$. b) $\sqrt{81a^2} + 9a$ với $a \geq 0$; ĐS: 0 .

c) $\sqrt{25a^4} - 3a^2$; ĐS: $2a^2$. d) $\sqrt{9a^6} - 2a^3$ với $a < 0$. ĐS: $-5a^3$.

Ví dụ 14: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $-2\sqrt{a^2}$ với $a \geq 0$; ĐS: $-2a$. b) $\sqrt{16a^2} + 4a$ với $a < 0$; ĐS: 0 .

c) $\sqrt{a^4} - 4a^2$; ĐS: $-3a^2$. d) $\sqrt{a^6} + a^3$ với $a < 0$. ĐS: 0 .

Ví dụ 15: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(a-4)^2}$ với $a \geq 4$; ĐS: $a-4$. b) $\sqrt{(5-a)^2} + 4a$ với $a < 5$; ĐS: $5+3a$.

c) $\sqrt{a^2+6a+9}$ với $a \geq -3$; ĐS: $a+3$. d) $\sqrt{4a^2-4a+1} + 2a$ với $a < \frac{1}{2}$. ĐS: 1 .

Ví dụ 16: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(a-1)^2}$ với $a \geq 1$; ĐS: $a-1$. b) $\sqrt{(2-a)^2} + a$ với $a < 2$; ĐS: 2 .

c) $\sqrt{a^2+2a+1}$ với $a \geq -1$; ĐS: $a+1$. d) $\sqrt{9a^2-6a+1} + 3a$ với $a < \frac{1}{3}$. ĐS: 1 .

Dạng 4: Phân tích đa thức thành nhân tử

- Dùng kết quả $a = \sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$.

Ví dụ 17: Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - 7$; b) $4x^2 - 3$; c) $x^2 + 2\sqrt{7}x + 7$; d) $9x^2 + 6\sqrt{2}x + 2$.

Ví dụ 18: Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - 3$; b) $9x^2 - 5$; c) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$; d) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3$.

Dạng 5: Giải phương trình

- Bước 1: Tìm điều kiện xác định.
- Bước 2: Biến đổi hai vế về các phương trình đã biết cách giải.
- Bước 3: Đối chiếu điều kiện rồi kết luận nghiệm của phương trình.

Các phép biến đổi thường gặp

▪ $A^2 = B \hat{=} \begin{cases} B \geq 0 \\ A = \pm B \end{cases}$

▪ $\sqrt{A^2} = B \hat{=} \begin{cases} B \geq 0 \\ |A| = B \end{cases}$

▪ $\sqrt{A^2} = \sqrt{B^2} \hat{=} |A| = |B| \hat{=} A = \pm B$.

Ví dụ 19: Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 5 = 0$; ĐS: $x = \pm\sqrt{5}$. b) $4x^2 - 2 = 0$; ĐS: $x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$.

c) $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 = 0$; ĐS: $x = -\sqrt{5}$. d) $4x^2 - 4\sqrt{2}x + 2 = 0$. ĐS: $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ví dụ 22: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2} = 3;$	ĐS: $x = \pm 3.$	b) $\sqrt{16x^2} = 1;$	ĐS: $x = \pm \frac{1}{4}.$
c) $\sqrt{25x^2} - 125 = 0;$	ĐS: $x = \pm 25.$	d) $\sqrt{36x^2} = -12 .$	ĐS: $x = \pm 2.$

Ví dụ 23: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{(x-2)^2} = 3;$	ĐS: $S = \{-1; 5\}.$	b) $\sqrt{25 - 10x + x^2} = 1;$	ĐS: $S = \{4; 6\}.$
c) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 1 - x;$	ĐS: $S = \mathbb{R}.$	d) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = -x;$	ĐS: $S = \mathbb{R}.$
e) $x - 2\sqrt{x} + 1 = 0;$	ĐS: $x = 1.$	f) $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0.$	ĐS: $x = 9.$

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Tính

a) $\sqrt{225}$; b) $\sqrt{(3,7)^2}$; c) $\sqrt{\frac{324}{169}}$; d) $\sqrt{\frac{2500}{361}}$.

Bài 2: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(3+\sqrt{5})^2}$; ĐS: $3+\sqrt{5}$. b) $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2}$; ĐS: $3-\sqrt{7}$.
c) $\sqrt{14-2\sqrt{13}}$; ĐS: $\sqrt{13}-1$. d) $\sqrt{12+2\sqrt{11}}$; ĐS: $1+\sqrt{11}$.

Bài 3: Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{16} \times \sqrt{625} - 5\sqrt{81}$; ĐS: 55. b) $(-35 : \sqrt{25} + \sqrt{4}) \times \sqrt{100}$; ĐS: - 50.

c) $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} - \sqrt{5}$; ĐS: $3 - 2\sqrt{5}$. d) $\sqrt{(5 + \sqrt{6})^2} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$. ĐS: 6.

Bài 4: Chứng minh

a) $(3 - \sqrt{11})^2 = 20 - 6\sqrt{11}$; b) $\sqrt{7} - \sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = 2$; c) $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = - 2$.

Bài 9: Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $x^2 - 13$; b) $4x^2 - 2$; c) $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5$; d) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2$.

Bài 10: Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 2 = 0$; ĐS: $x = \pm\sqrt{2}$. b) $16x^2 - 7 = 0$; ĐS: $x = \pm\frac{\sqrt{7}}{4}$.

c) $x^2 + 2\sqrt{13}x + 13 = 0$; ĐS: $x = \sqrt{13}$. d) $4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0$. ĐS: $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Bài 11: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2} = 3$; ĐS: $x = \pm 3$. b) $\sqrt{9x^2} = 5$; ĐS: $x = \pm\frac{5}{3}$.

c) $\sqrt{4x^2} - 5 = 0$; ĐS: $x = \pm\frac{5}{2}$. d) $\sqrt{169x^2} = |-4|$; ĐS: $x = \pm\frac{4}{13}$.

--- HẾT ---

Bài 3. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Quy tắc

- Muốn khai phương một tích các số không âm, ta có thể khai phương từng thừa số rồi nhân các kết quả lại với nhau.
- Muốn nhân các căn bậc hai của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi khai phương kết quả đó.

Cụ thể: với $a, b \geq 0$, $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

2. Chú ý

- Với hai biểu thức không âm A và B, ta có $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$.
- Đặc biệt khi $A \geq 0$ thì $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Khai phương một tích

- Dựa vào quy tắc khai phương một tích: với $a, b \geq 0$, $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.
- Nhớ chú ý điều kiện áp dụng.

Ví dụ 1. Tính: a) $\sqrt{12,1 \cdot 160}$; b) $\sqrt{2500 \cdot 4,9 \cdot 0,9}$.

Ví dụ 2. Tính: a) $\sqrt{41^2 - 40^2}$;

b) $\sqrt{81 \times 6,25 - 2,25 \times 81}$.

Ví dụ 3. Đẳng thức $\sqrt{x(1-y)} = \sqrt{x} \times \sqrt{1-y}$ đúng với những giá trị nào của x và y ?

Dạng 2: Nhân các căn bậc hai

- Dựa vào quy tắc nhân các căn bậc hai: với $a, b \geq 0$, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$.

Ví dụ 4. Tính

a) $\sqrt{72} \times \sqrt{50}$;

b) $\sqrt{12,8} \times \sqrt{0,2}$.

Ví dụ 5. Tính

a) $\sqrt{40} \times \sqrt{20} \times \sqrt{4,5}$;

b) $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{12}{25}} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Ví dụ 6. Thực hiện các phép tính:

a) $(\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{5}) \times \sqrt{5}$; b) $(\sqrt{12} + \sqrt{3}) \times (\sqrt{27} - \sqrt{3})$; c) $(\sqrt{5} - \sqrt{3} + 1) \times (\sqrt{5} - 1)$.

Ví dụ 7. Tính

a) $(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2$; b) $(\sqrt{8} - \sqrt{2})^2$; c) $(5\sqrt{3} - 2\sqrt{7}) \times (5\sqrt{3} + 2\sqrt{7})$.

Dạng 3: Rút gọn, tính giá trị của biểu thức

- Trước hết tìm điều kiện của biến để biểu thức có nghĩa (nếu cần).
- Áp dụng quy tắc khai phương một tích, quy tắc nhân các căn bậc hai, các hằng đẳng thức để rút gọn.
- Thay giá trị của biến vào biểu thức đã rút gọn rồi thực hiện các phép tính.

Ví dụ 8. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{\frac{3x}{5}} \times \sqrt{\frac{5x}{27}}$ với $x > 0$; b) $\sqrt{x^6 \times (x - 2)^2}$ với $x > 2$.

Ví dụ 9. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{15x^3 \times \frac{60}{x}}$;

b) $\sqrt{16(x^2 - 6x + 9)}$.

Ví dụ 10. Rút gọn biểu thức $M = \sqrt{25x^2(x - 2\sqrt{x} + 1)}$ với $0 < x < 1$.

Ví dụ 11. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$;

b) $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} + \sqrt{3}$;

c) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$.

Ví dụ 12. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}}$;

b) $\sqrt{x + 2 - 2\sqrt{x + 1}}$.

Dạng 4: Viết biểu thức dưới dạng tích

Vận dụng các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử

- Đặt nhân tử chung.
- Dùng hằng đẳng thức.
- Nhóm hạng tử.
- ...

Ví dụ 13. Phân tích thành nhân tử (với điều kiện các biểu thức dưới dấu căn đều có nghĩa)

a) $3 - \sqrt{3}$;

b) $x + 3\sqrt{xy}$;

c) $x\sqrt{y} - y\sqrt{x}$;

d) $x - \sqrt{x} - \sqrt{xy} + \sqrt{y}$.

Ví dụ 14. Phân tích thành nhân tử (với điều kiện các biểu thức dưới dấu căn đều có nghĩa)

a) $\sqrt{x^3} - 25\sqrt{x}$; b) $9x + 6\sqrt{xy} + y$; c) $\sqrt{x^3} + \sqrt{y^3}$; d) $\sqrt{x^2 - 9} - 2\sqrt{x - 3}$.

Dạng 5: Giải phương trình

- Bước 1: tìm điều kiện để biểu thức có chứa căn thức có nghĩa.
- Bước 2: Áp dụng quy tắc khai phương một tích, hoặc các hằng đẳng thức đưa phương trình đã cho về dạng phương trình đơn giản hơn.

Chú ý: có thể đưa về dạng tích

$$A \cdot B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} A^2 = 0 \Leftrightarrow A = 0; \\ A^3 = 0 \Leftrightarrow A = 0. \end{cases}$$

Ví dụ 15. Giải phương trình $\sqrt{25x(x+5)^2} = 15$.

Ví dụ 16. Giải phương trình $\sqrt{9x^2 - 90x + 225} = 6$.

Ví dụ 17. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 25} = 2\sqrt{x - 5}$.

Ví dụ 18. Giải phương trình $\sqrt{x - 5} + \frac{1}{3}\sqrt{9x - 45} = \frac{1}{5}\sqrt{25x - 125} + 6$.

Ví dụ 19. Giải phương trình $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2$.

Dạng 6: Chứng minh bất đẳng thức

Có thể dùng một trong hai cách

- Cách 1: Biến đổi tương đương.
- Cách 2: với $a, b \geq 0$ thì $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$.

Ví dụ 20. Không dùng máy tính hoặc bảng số, chứng minh rằng: $\sqrt{5} + \sqrt{8} < \sqrt{6} + \sqrt{7}$.

Ví dụ 21. Không dùng máy tính hoặc bảng số, chứng minh rằng $\sqrt{3} + 2 < \sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$.

Ví dụ 22. Cho $a > 0$, chứng minh rằng $\sqrt{a+9} < \sqrt{a} + 3$.

Ví dụ 23. Cho $a, b, c \geq 0$. Chứng minh rằng

a) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$;

b) $a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$.

Ví dụ 24. Cho $a \geq \frac{1}{2}$, chứng minh rằng $\sqrt{2a-1} \leq a$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Áp dụng quy tắc nhân các căn bậc hai, hãy tính

a) $\sqrt{10} \times \sqrt{40}$; b) $\sqrt{5} \times \sqrt{45}$; c) $\sqrt{52} \times \sqrt{13}$; d) $\sqrt{2} \times \sqrt{162}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Áp dụng quy tắc khai phương một tích hãy tính

a) $\sqrt{45 \times 80}$; b) $\sqrt{75 \times 48}$; c) $\sqrt{90 \times 6,4}$; d) $\sqrt{2,5 \times 14,4}$.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. Rút gọn rồi tính

a) $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2}$; b) $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2}$; c) $\sqrt{117,5^2 - 26,5^2 - 1440}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 4. Tính

a) $\sqrt{400 \times 0,81}$; b) $\sqrt{\frac{5}{27} \times \frac{3}{20}}$; c) $\sqrt{(-5)^2 \times 8^2}$; d) $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2 \times (2 + \sqrt{5})^2}$.

.....

Bài 5. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{3} + \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$;

b) $\sqrt{x - 1 - 2\sqrt{x - 2}}$.

Bài 6. Phân tích thành nhân tử

a) $a - 5\sqrt{a}$;

b) $a - 7$ với $a > 0$;

c) $a + 4\sqrt{a} + 4$;

d) $\sqrt{xy} - 4\sqrt{x} + 3\sqrt{y} - 12$.

Bài 7. Giải phương trình

a) $\sqrt{x - 5} = 3$;

b) $\sqrt{x - 10} = -2$;

c) $\sqrt{2x - 1} = \sqrt{5}$;

Bài 9. Tính:

a) $(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2)$;

b) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$;

c) $\sqrt{\frac{25}{3}} - \sqrt{\frac{49}{3}} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$;

d) $(1 + \sqrt{3} - \sqrt{5})(1 + \sqrt{3} + \sqrt{5})$.

Bài 10. Tìm x và y , biết

$$x + y + 13 = 2(2\sqrt{x} + 3\sqrt{y})$$

Bài 11. (*) Rút gọn biểu thức $(\sqrt{14} + \sqrt{6})\sqrt{5 - \sqrt{21}}$.

Bài 12. (*) Chứng minh rằng $\sqrt{7} - \sqrt{3} < \sqrt{6} - \sqrt{2}$.

Bài 13. (*) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}}$.

--- HẾT ---

Bài 4. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Quy tắc

- Muốn khai phương một thương $\frac{a}{b}$ ($a \geq 0, b > 0$), ta có thể lần lượt khai phương số a và b , rồi lấy kết quả thứ nhất chia cho kết quả thứ hai.
- Muốn chia căn bậc hai của số a không âm cho căn bậc hai của số dương b , ta có thể chia số a cho số b rồi khai phương kết quả đó.

Cụ thể: với số a không âm và số dương b , ta có $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

2. Chú ý

- Với các biểu thức A, B ($A \geq 0; B > 0$), ta có $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: khai phương một thương

- Dùng quy tắc khai phương một thương: với số a không âm và số dương b , ta có

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Ví dụ 1. Tính

a) $\sqrt{\frac{4}{25} \cdot \frac{49}{121}}$;

b) $\sqrt{\frac{-36a}{49}}$ với $a < 0$.

Ví dụ 2. Tính

a) $\sqrt{\frac{65^2 - 52^2}{225}}$;

b) $\sqrt{\frac{11}{9} : 1,44 - \frac{7}{9} : 1,44}$.

Ví dụ 3. Đẳng thức $\sqrt{\frac{x-5}{y+2}} = \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{y+2}}$ đúng với những giá trị nào của x và y ?

Dạng 2: Chia các căn bậc hai

- Dựa vào quy tắc chia các căn bậc hai: với số a không âm và số dương b , ta có

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Ví dụ 4. Tính

a) $\sqrt{45} : \sqrt{80}$;

b) $\sqrt{(23)^5} : \sqrt{2^3 \cdot 8^5}$.

Ví dụ 5. Tính

a) $\sqrt{54} : \sqrt{2} : \sqrt{3}$;

b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}} : \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Thực hiện phép tính

a) $(\sqrt{45} - \sqrt{125} + \sqrt{20}) : \sqrt{5}$;

b) $(2\sqrt{18} + 3\sqrt{8} - 6\sqrt{2}) : \sqrt{2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3: Rút gọn, tính giá trị của biểu thức

- Tìm điều kiện của biến để biểu thức chứa căn thức có nghĩa.
- Áp dụng quy tắc khai phương một thương, một tích hay quy tắc nhân, chia các căn bậc hai để rút gọn.
- Thay giá trị của biến vào biểu thức đã rút gọn rồi thực hiện phép tính.

Ví dụ 7. Rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt{3^{16} - 3^{12}}}{\sqrt{3^{12} - 3^8}}$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức sau với $x = 6$

$$A = \frac{\sqrt{(165^2 - 124^2)}}{\sqrt{369}} x.$$

Ví dụ 9. Cho biểu thức $B = \sqrt{\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{y} - 1}} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{y} + 1}{\sqrt{x} - 1}}$. Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức B với $x = 5$, $y = 10$.

Dạng 4: Giải phương trình

- Bước 1: tìm điều kiện để biểu thức chứa căn thức có nghĩa.
- Bước 2: nếu hai vế của phương trình không âm thì có thể bình phương hai vế để khử dấu căn.

Ví dụ 10. Giải phương trình

a) $\sqrt{\frac{3x - 1}{x + 2}} = 2$.

b) $\frac{\sqrt{5x - 7}}{\sqrt{2x - 1}} = 1$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Áp dụng quy tắc khai phương một thương, hãy tính

a) $\sqrt{\frac{9}{169}}$; b) $\sqrt{\frac{25}{144}}$; c) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$; d) $\sqrt{2\frac{7}{81}}$.

Bài 2. Áp dụng quy tắc chia hai căn bậc hai, hãy tính

a) $\frac{\sqrt{2300}}{\sqrt{23}}$; b) $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}}$; c) $\frac{\sqrt{192}}{\sqrt{12}}$; d) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{150}}$.

Bài 3. Tính

a) $\sqrt{72} : \sqrt{8}$; b) $(\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{112}) : \sqrt{7}$;
 c) $\sqrt{\frac{49}{8}} : \sqrt{3\frac{1}{8}}$; d) $\sqrt{54x} : \sqrt{6x} \ (x > 0)$; e) $\sqrt{\frac{1}{125}} \times \sqrt{\frac{32}{35}} : \sqrt{\frac{56}{225}}$.

Bài 6. Tìm x thỏa điều kiện

a) $\sqrt{\frac{2x-3}{x-1}} = 2$;

b) $\frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x-1}} = 2$.

Bài 7. Chứng minh đẳng thức: $\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5+1}} = \frac{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{\sqrt{3-\sqrt{2}}}$.

--- HẾT ---

Bài 6. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

Với hai biểu thức A, B với $B \geq 0$, ta có

$$\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{nếu } A < 0 \end{cases}$$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn

Với hai biểu thức A, B với $B \geq 0$, ta có

$$|A|\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B} & \text{nếu } A < 0 \end{cases}$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

- Biến đổi biểu thức lấy căn thành dạng tích, trong đó có thừa số là bình phương của một số hoặc một biểu thức.
- Khai phương thừa số này và viết kết quả ra ngoài dấu căn theo công thức

$$\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{nếu } A < 0 \end{cases}$$

Ví dụ 1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

- a) $\sqrt{45}$; b) $\sqrt{2400}$; c) $\sqrt{147}$; d) $\sqrt{125}$.

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

- a) $\sqrt{50 \times 6}$; b) $\sqrt{14 \times 21}$; c) $\sqrt{32 \times 45}$; d) $\sqrt{125 \times 27}$.

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

- a) $\sqrt{18x}$; b) $\sqrt{75x^2y}$; c) $\sqrt{605x^3y^2}$.



Ví dụ 4. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a) $\sqrt{128(x-y)^2}$; b) $\sqrt{150(4x^2 - 4x + 1)}$; c) $\sqrt{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}$.

Dạng 2: Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$|A|\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} & \text{nếu } A \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B} & \text{nếu } A < 0 \end{cases}$$

Ví dụ 5. Đưa thừa số vào trong dấu căn

a) $3\sqrt{5}$; b) $5\sqrt{6}$; c) $\frac{2}{7}\sqrt{35}$; d) $-4\sqrt{\frac{1}{8}}$; e) $-0,06\sqrt{250}$.

Ví dụ 6. Đưa thừa số vào trong dấu căn

a) $x\sqrt{x}$; b) $y\sqrt{\frac{x}{y}}$; c) $\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}}$.

Ví dụ 7. Đưa thừa số vào trong dấu căn

a) $-x\sqrt{\frac{3}{x}}$ với $x > 0$;

b) $-x\sqrt{\frac{-1}{x}}$ với $x < 0$.

Ví dụ 8. Chỉ ra chỗ sai trong các biến đổi sau:

a) $x\sqrt{\frac{3}{7}} = \sqrt{\frac{3x^2}{7}}$;

b) $xy\sqrt{\frac{y}{x}} = y\sqrt{x^2 \frac{y}{x}} = y\sqrt{xy}$.

Dạng 3: So sánh hai số

- Bước 1: Đưa thừa số bên ngoài vào trong dấu căn.
- Bước 2: So sánh hai căn bậc hai

$$0 < a < b \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$$

- Bước 3: Kết luận.

Ví dụ 9. Không dùng máy tính hoặc bảng số, hãy so sánh

a) $5\sqrt{6}$ và $7\sqrt{3}$;

b) $3\sqrt{2\frac{2}{3}}$ và $5\sqrt{1\frac{1}{5}}$.

Ví dụ 10. Không dùng máy tính hoặc bảng số, hãy so sánh

a) $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ và $\frac{2}{3}\sqrt{7}$;

b) $-3\sqrt{11}$ và $-2\sqrt{23}$.

Ví dụ 11. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần

a) $6\sqrt{3}, 7\sqrt{2}, 15\sqrt{\frac{2}{5}}, 9\sqrt{1\frac{2}{9}};$

b) $-\sqrt{71}, \frac{2}{3}\sqrt{12}, \frac{1}{2}\sqrt{21}, -5\sqrt{3}.$

Dạng 4: Rút gọn biểu thức

Sử dụng phép biến đổi đưa thừa số ra ngoài (vào trong) để rút gọn biểu thức.

Ví dụ 12. Rút gọn các biểu thức

a) $2\sqrt{125} - 5\sqrt{45} + 6\sqrt{20};$

b) $2\sqrt{75} - 4\sqrt{27} + \sqrt{12}.$

c) $\sqrt{16b} + 2\sqrt{40b} - \sqrt{90b}$ với $b \geq 0.$

Dạng 5: Tìm x

- Bước 1: đặt điều kiện để biểu thức có chứa căn bậc hai có nghĩa (nếu có).
- Bước 2: vận dụng phép biến đổi đưa thừa số ra ngoài (vào trong) dấu căn để tìm x.

$$\sqrt{a} = b \hat{=} \begin{cases} b \dots 0 \\ a = b^2 \end{cases};$$

$$\sqrt{a} < \sqrt{b} \hat{=} 0 < a < b.$$

Ví dụ 13. Tìm x , biết

a) $\sqrt{25x} = 35;$

b) $\sqrt{4x} \notin 6.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

a) $\sqrt{7x^2}$ với $x > 0;$

b) $\sqrt{8y^2}$ với $y < 0;$

c) $\sqrt{25x^3}$ với $x > 0;$

d) $\sqrt{48y^4}$ với $y < 0;$

e) $\sqrt{75a^3}$ với $a > 0;$

f) $\sqrt{98a^5(b^2 - 6 + 9)}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Đưa thừa số vào trong dấu căn

a) $x\sqrt{5}$ với $x \geq 0;$

b) $x\sqrt{13}$ với $x < 0;$

c) $x\sqrt{\frac{11}{x}}$ với $x > 0;$

d) $x\sqrt{\frac{-29}{x}}$ với $x < 0.$

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 3. So sánh các số sau

a) $3\sqrt{7}$ và $2\sqrt{15}$;

b) $-4\sqrt{5}$ và $-5\sqrt{3}$.

Bài 4. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300}$;

b) $\sqrt{98} - \sqrt{72} + 0,5\sqrt{8}$;

c) $\sqrt{9a} - \sqrt{16a} + \sqrt{49a}$ với $a \geq 0$.

Bài 5. Chứng minh đẳng thức:

$$\frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} = x - y \quad \text{với } x, y > 0.$$

Bài 6. Tìm x , biết

a) $\sqrt{25x} = 35$;

b) $3\sqrt{x} = \sqrt{12}$;

c) $\sqrt{4x} \in 162$;

d) $2\sqrt{x}^3 = \sqrt{10}$.

--- HẾT ---

Bài 7. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN BẬC HAI
(tiếp theo)

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn

Với A, B là các biểu thức thì
$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|} \quad (A \geq 0, B > 0)$$

2. Trục căn thức ở mẫu

Với A, B, C là các biểu thức, ta có

$$(1) \quad \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0) ;$$

$$(2) \frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B^2} (A \dots 0; A^1 B^2)$$

$$(3) \frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} (A \dots 0; B \dots 0; A^1 B)$$

Chú ý: hai biểu thức $\sqrt{A} + \sqrt{B}$ và $\sqrt{A} - \sqrt{B}$ được gọi là hai biểu thức liên hợp của nhau.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Khử mẫu của biểu thức lấy căn

$$\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|} (A \dots 0; B > 0)$$

Vận dụng công thức để khử mẫu.

Chú ý điều kiện để áp dụng được công thức.

Ví dụ 1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn $\sqrt{\frac{5}{72}}$.

Ví dụ 2. Khử mẫu của biểu thức lấy căn

a) $\sqrt{\frac{11}{27x}}$; b) $\sqrt{\frac{3x}{5y^3}}$; c) $\sqrt{\frac{1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}}$; d) $\sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}}$.

Dạng 2: Trục căn thức ở mẫu

Có thể sử dụng một trong hai cách sau

- **Cách 1:** Phân tích tử thức thành nhân tử có thừa số là căn thức ở dưới mẫu.
Chia cả tử và mẫu cho thừa số chung.
- **Cách 2:** Nhân cả tử và mẫu của biểu thức với biểu thức liên hợp của mẫu thức để làm mất dấu căn ở mẫu thức.

Ví dụ 3. Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{3+\sqrt{3}}{5\sqrt{3}}$; b) $\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$; c) $\frac{3}{\sqrt{7}}$; d) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$; e) $\frac{3}{\sqrt{15}+4}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Trục căn thức ở mẫu

a) $\frac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}$ với $a^3 > 0$; $a^1 > 1$; b) $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}$; với $a > 0$; $b > 0$; $ab = \frac{1}{4}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3: Rút gọn biểu thức

- Thực hiện phép biến đổi đơn giản biểu thức chưa căn bậc hai rồi thu gọn các căn thức

đồng dạng hoặc rút gọn các thừa số chung ở tử và mẫu.

Ví dụ 6. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{200} - \sqrt{50} + 4\sqrt{\frac{1}{8}}$;

b) $\sqrt{3}(\sqrt{72} + \sqrt{45} - \sqrt{125})$.

Ví dụ 7. Rút gọn các biểu thức sau

a) $12\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{3}{2}}$;

b) $4\sqrt{\frac{2}{9}} + \frac{1}{2}\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{18}}$.

Ví dụ 8. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{9ab} + 7\sqrt{\frac{a}{b}} - 5\sqrt{\frac{b}{a}} - 3ab\sqrt{\frac{1}{ab}}$ với $a, b > 0$.

Dạng 4: Chứng minh đẳng thức

- Thực hiện một trong các cách sau để chứng minh đẳng thức $A = B$.
- *Cách 1:* biến đổi vế trái (A) về vế phải (B).
- *Cách 2:* biến đổi vế phải (B) về vế trái (A).
- *Cách 3:* $A = B \hat{=} A - B = 0$.

Ví dụ 9. Chứng minh đẳng thức: $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = 2\sqrt{6}$.

Ví dụ 10. Cho $a > b > 0$, chứng minh rằng $\frac{a^2b}{a-b} \sqrt{\frac{8(a^2-2ab+b^2)}{75a^4b}} = \frac{2}{15} \sqrt{6b}$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn

- a) $\sqrt{\frac{3}{80}}$; b) $\sqrt{\frac{2}{3}}$; c) $\sqrt{\frac{x^2}{5}}$; d) $\sqrt{\frac{3}{x}}$ với $x > 0$; e) $\sqrt{\frac{2}{75}}$.

a) $(2\sqrt{3} + \sqrt{5}) \times \sqrt{3} - \sqrt{60}$;

b) $(5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}) \times \sqrt{5} - \sqrt{250}$;

c) $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$;

d) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ với $x, y \neq 0$ và $x \neq y$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Chứng minh đẳng thức:
$$\frac{(x\sqrt{y} + y\sqrt{x})(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} = x - y$$
 với $x, y > 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Tính a) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}-\sqrt{100}}$;

b) $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$.

.....

.....

Bài 7. Cho $x = \frac{\sqrt{75} + \sqrt{12}}{\sqrt{147} - \sqrt{48}}$. Chứng minh rằng $3x$ là một số nguyên.

Bài 8. Biến đổi $\frac{26}{10 + 4\sqrt{3}}$ về dạng $a + b\sqrt{3}$. Tính tích $a \cdot b$.

Bài 8. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Để rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai, ta có thể thực hiện theo các bước như sau

- *Bước 1:* Đặt điều kiện thích hợp cho ẩn để biểu thức có nghĩa (thường thì đề bài cho sẵn hoặc có thể tìm sau khi tìm được mẫu thức chung).
- *Bước 2:* Phân tích các mẫu thức thành nhân tử để tìm mẫu thức chung.
- *Bước 3:* Quy đồng mẫu thức rồi thực hiện phép tính tương tự như đối với phân thức đại số.
- *Bước 4:* Rút gọn tử thức và phân tích tử thức thành nhân tử (nếu có).
- *Bước 5:* Chia tử và mẫu cho nhân tử chung (nếu có) để rút gọn.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Rút gọn biểu thức chỉ chứa cộng, trừ căn thức

- Đưa thừa số ra ngoài hoặc vào trong dấu căn hoặc khử mẫu của biểu thức lấy căn rồi rút gọn các hạng tử đồng dạng.

Ví dụ 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{20} - \sqrt{80} + \sqrt{45};$

b) $\sqrt{18} - \sqrt{50} + \sqrt{98}.$

.....

.....

Ví dụ 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{4,5} - \frac{1}{2}\sqrt{72} + 5\sqrt{\frac{1}{2}};$

b) $40\sqrt{\frac{25}{6}} - 10\sqrt{\frac{3}{2}} - 12\sqrt{\frac{98}{3}}.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Rút gọn biểu thức $M = 2x\sqrt{16xy^3} + 7\sqrt{25x^3y^3} - 3y\sqrt{36x^3y}$ với $x \geq 0, y \geq 0$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Rút gọn biểu thức

$$N = \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

Ví dụ 5. Biến đổi biểu thức

$5\sqrt{\frac{b}{a}} - 4\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{1}{ab}}$ về dạng $\frac{x}{\sqrt{a}} + \frac{y}{b} + \frac{z}{ab}\sqrt{ab}$, trong đó $a, b > 0$; $x, y, z \in \mathbb{Q}$. Tính tổng $x + y + z$.

Dạng 2: Rút gọn biểu thức có chứa các phép toán cộng, trừ, nhân, chia căn thức dưới dạng phân thức đại số

- Xem phần kiến thức trọng tâm.

Ví dụ 6. Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{xy} - x} - \frac{\sqrt{x}}{y - \sqrt{xy}}$$

Ví dụ 7. Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} - \frac{3}{x + 3\sqrt{xy}}$$

Ví dụ 8. Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \sqrt{xy}(x - y)$$

Ví dụ 9. Rút gọn biểu thức

$$P = 1 + \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} - 1}$$

Ví dụ 10. Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{3\sqrt{x}-1}{1-x} - \frac{2}{x\sqrt{x}}$$

Dạng 3: Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức hoặc rút gọn rồi tìm giá trị của biến để biểu thức thỏa điều kiện nào đó.

- *Bước 1:* Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa rồi rút gọn.
- *Bước 2:* Thay giá trị của biến (thỏa điều kiện) vào biểu thức đã được rút gọn rồi thực hiện phép tính.

Ví dụ 11. Cho biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{2-5\sqrt{x}}{4-x}$$

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P với $x = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$.

Ví dụ 12. Cho biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{x}+2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}+1} - \frac{4x}{(x-1)^2}$$

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P , biết $|x - 5| = 4$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$P = \frac{2\sqrt{xy}}{x - y} - \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2\sqrt{x} - 2\sqrt{y}} \cdot \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

Ví dụ 13. Cho biểu thức

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P , biết $\frac{x}{y} = \frac{4}{9}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$P = \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2}{x + 4\sqrt{x} + 4} - \frac{2}{x - 4} - \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$$

Ví dụ 14. Cho biểu thức

a) Rút gọn P .

b) Tìm x để $P = -\frac{1}{2}$.

.....

.....

.....

- *Bước 1:* Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa (nếu có).
- *Bước 2:* Rút gọn biểu thức.
- *Bước 3:* Dựa vào yêu cầu bài toán để biến đổi biểu thức đã rút gọn và đi đến điều phải chứng minh hoặc điều phải tìm.

Lưu ý

- Phân số hay phân thức $\frac{A}{B}$ là số nguyên khi và chỉ khi B là ước của A.
- Nếu $A \leq M$ thì biểu thức A có giá trị lớn nhất là M.
- Nếu $B \geq m$ thì biểu thức B có giá trị nhỏ nhất là m.
- Biểu thức C không âm với mọi giá trị của biến khi và chỉ khi $C \geq 0$ với mọi giá trị của biến. Trường hợp biểu thức dương hoặc âm hoặc không dương thì làm tương tự

Ví dụ 16. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau là hằng số với mọi giá trị của X và Y :

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} - y} + \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{xy} - x} \cdot \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$B = \frac{x+2}{x\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

Ví dụ 17. Cho biểu thức

- a) Rút gọn B .
- b) Chứng minh rằng B luôn luôn có giá trị không âm với mọi giá trị thích hợp của X .

.....

.....

.....

.....

$$C = \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$$

Ví dụ 18. Cho biểu thức

a) Rút gọn C .

b) Chứng minh rằng C luôn luôn có giá trị âm với mọi giá trị thích hợp của x .

$$D = \frac{\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$$

Ví dụ 19. Cho biểu thức

a) Rút gọn D .

b) Chứng minh rằng $D < \frac{3}{2}$.

$$P = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{x-1} - \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-1}}$$

Ví dụ 20. Cho biểu thức

a) Rút gọn P .

b) Tìm giá trị lớn nhất của P .

$$Q = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}} - \frac{14\sqrt{x-3}}{9-x} - \frac{\sqrt{x-3}}{2}$$

Ví dụ 21. Cho biểu thức

a) Rút gọn Q .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của Q .

Dạng 5: Chứng minh đẳng thức

- Biến đổi vế này thành vế kia hoặc biến đổi cả hai vế cùng bằng một biểu thức thứ ba.

Ví dụ 22. Chứng minh đẳng thức sau với $x > 0, y > 0$ và $x \neq y$.

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{4\sqrt{xy}}{x - y} \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$$

Ví dụ 23. Chứng minh đẳng thức sau với $x > 0, y > 0$ và $x \neq y$.

$$\frac{x\sqrt{x+y} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x+y}} - \sqrt{xy} \frac{0}{0} (x-y) = 1 - \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x+y}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{6} + 3\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} + 12\sqrt{\frac{1}{6}}$;

b) $6\sqrt{a} + 3\sqrt{25a^3} - 2\sqrt{36ab^2} - 2\sqrt{9a}$ với $a, b > 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Biến đổi biểu thức $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ về dạng $\frac{m}{x^2-1}\sqrt{x^2-1}$, trong đó $x > 1$. Tính giá trị của m .

Bài 3. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức P với $x = 0,36$.

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{3}{3 - \sqrt{x}} - \frac{6\sqrt{x}}{x - 9}$$

Bài 4. Chứng minh đẳng thức sau với $x > 0, y > 0, y \neq 1, x \neq y$:

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{4\sqrt{xy}}{x - y}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 36} - \frac{\sqrt{x} - 6}{x + 6\sqrt{x}} \cdot \frac{x\sqrt{x} - 36\sqrt{x}}{2(\sqrt{x} - 3)(x - 2\sqrt{x} + 3)}$$

Bài 6. Cho biểu thức

a) Rút gọn P .

b) Với giá trị nào của x thì P có giá trị lớn nhất? Giá trị lớn nhất đó là bao nhiêu?

$$P = \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3}$$

Bài 7. Cho biểu thức

a) Rút gọn P .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Khái niệm

- Căn bậc ba của số a là số x sao cho $x^3 = a$. Ta viết

$$\sqrt[3]{a} = x \hat{=} x^3 = a.$$

- Như vậy $(\sqrt[3]{a})^3 = \sqrt[3]{a^3} = a$.

Nhận xét: Mọi số thực đều có đúng 1 căn bậc ba.

- Căn bậc ba của số dương là số dương.
- Căn bậc ba của số âm là số âm.
- Căn bậc ba của số 0 là số 0.

2. Tính chất

- Tương tự tính chất của căn bậc hai, nhưng căn bậc ba của một số luôn luôn xác định.

$$(1) a < b \hat{=} \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}; \quad (2) \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \sqrt[3]{b}; \quad (3) \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \quad (b \neq 0)$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Tìm căn bậc ba của một số

Ví dụ 1. Hãy tìm

a) $\sqrt[3]{216}$;

b) $\sqrt[3]{729}$;

c) $\sqrt[3]{1331}$.

Ví dụ 2. Hãy tìm

a) $\sqrt[3]{-343}$.

b) $\sqrt[3]{-1000}$.

c) $\sqrt[3]{-1728}$.

Ví dụ 3. Hãy tìm

a) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$;

b) $\sqrt[3]{\frac{125}{512}}$;

c) $\sqrt[3]{0,064}$.

Dạng 2: So sánh

- Bước 1: Đưa thừa số vào trong dấu căn: $a\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3b}$.
- Bước 2: So sánh hai số trong dấu căn: $a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$.

Ví dụ 4. So sánh

a) 7 và $\sqrt[3]{345}$;

b) $2\sqrt[3]{6}$ và $3\sqrt[3]{2}$.

Ví dụ 5. So sánh

a) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{18}$ và $\frac{3}{4}\sqrt[3]{12}$;

b) $\sqrt[3]{130} + 1$ và $3\sqrt[3]{12} - 1$.

Ví dụ 6. Cho $a < 0$, hỏi số nào lớn hơn trong hai số $\sqrt[3]{2a}$ và $\sqrt[3]{3a}$?

Dạng 3: Thực hiện các phép tính

- Vận dụng định nghĩa căn bậc ba của một số, các tính chất nhân các căn bậc ba, chia các căn bậc ba để thực hiện.

Ví dụ 7. Rút gọn các biểu thức

a) $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt[3]{-64}$;

b) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{-16} + \sqrt[3]{128}$.

Ví dụ 8. Tính

a) $\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{13,5} - \sqrt[3]{120} : \sqrt[3]{15}$;

b) $(\sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1)$.

Ví dụ 9. Tính

a) $(\sqrt[3]{5} + 1)^3 - 3\sqrt[3]{5}(\sqrt[3]{5} + 1)$;

b) $(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2})^3 + 6\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{2} - 1)$.

Ví dụ 10. Tính $A = \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$.

Ví dụ 11. Rút gọn biểu thức

a) $\sqrt[3]{x^3 + 1 + 3x(x + 1)}$;

b) $\frac{x + 1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Tính

a) $\sqrt[3]{162} \times \sqrt[3]{-2} \times \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$;

b) $\sqrt[3]{2} : \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{22\frac{1}{2}} : \sqrt[3]{53\frac{1}{3}}$.

Bài 2. Tính

a) $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})^3$;

b) $(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{9})$.

Bài 3. Rút gọn biểu thức

a) $\sqrt[3]{3} \times 5\sqrt[3]{18} - 3\sqrt[3]{144} + \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{50}$;

b) $(12\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{2}) \sqrt[3]{5\sqrt[3]{4}} - 3\sqrt[3]{\frac{10}{2}}$.

Bài 4. Tìm x biết

a) $2\sqrt[3]{27x} + \frac{1}{7}\sqrt[3]{-343x} + \sqrt[3]{-729x} = 2$;

b) $\sqrt[3]{x^3 - 9x^2} = x - 3$.

- Với $a, b > 0$ thì $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$.
- \sqrt{A} có nghĩa khi và chỉ khi $A \geq 0$.
- Với mọi số thực a, b thì $a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$.
- Các công thức biến đổi căn thức

$$(1) \sqrt{A^2} = |A|;$$

$$(2) \sqrt{AB} = \sqrt{A} \times \sqrt{B} \quad (\text{với } A \geq 0; B \geq 0);$$

$$(3) \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (\text{với } A \geq 0; B > 0);$$

$$(4) \sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} \quad (\text{với } B \geq 0);$$

$$(5) A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B} \quad (\text{với } A \geq 0; B \geq 0);$$

$$(6) \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|} \quad (\text{với } AB \geq 0 \text{ và } B \neq 0);$$

$$(7) \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (\text{với } B > 0);$$

$$(8) \frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2} \quad (\text{với } A \geq 0 \text{ và } A \neq B^2);$$

$$(9) \frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} \quad (\text{với } A \geq 0; B \geq 0; A \neq B).$$

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Tìm điều kiện để căn thức xác định (hay có nghĩa)

Với A, B là các biểu thức, ta có

- \sqrt{A} có nghĩa khi và chỉ khi $A \geq 0$.
- $\frac{A}{B}$ có nghĩa khi và chỉ khi $B \neq 0$.
- $\frac{A}{\sqrt{B}}$ có nghĩa khi và chỉ khi $B > 0$.

Ví dụ 1. Tìm điều kiện của x để các căn thức sau xác định

a) $\sqrt{3x + 5};$

b) $\sqrt{1 - 2x};$

c) $\sqrt{\frac{5}{x + 2}}.$

Ví dụ 2. Tìm điều kiện của x để các biểu thức sau xác định

a) $\sqrt{2x - 4} + \frac{1}{\sqrt{x + 1}};$

b) $\sqrt{\frac{x - 3}{2x + 1}}.$

Dạng 2: Rút gọn biểu thức. Tính giá trị của biểu thức

- Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa (nếu cần).
- Áp dụng các công thức biến đổi căn thức, quy tắc thực hiện các phép tính về phân thức đại số để rút gọn biểu thức.
- Thay giá trị của biến vào biểu thức đã rút gọn rồi thực hiện phép tính.

Ví dụ 3. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{25}{36}} - \sqrt{\frac{49}{8}} : \sqrt{3\frac{1}{8}};$

b) $\sqrt{45,8^2 - 44,2^2} - \sqrt{6\frac{1}{8}(\sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} - 1)^2}$

Ví dụ 4. Rút gọn các biểu thức sau

a) $\frac{1}{34} \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} + 4 \sqrt{\frac{32}{176^2 - 112^2}};$

b) $\frac{5(\sqrt{6} - 1)}{\sqrt{6} + 1} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}.$

Ví dụ 5. Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$$

Ví dụ 6. Cho biểu thức

$$P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{3 - 11\sqrt{x}}{9 - x}$$

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P với $x = \frac{7 + 4\sqrt{3}}{4}$.

Ví dụ 7. Cho biểu thức

$$P = \frac{1}{\sqrt{x} + 3} + \frac{5}{\sqrt{x} - 3} - \frac{6}{9 - x} - \frac{6}{\sqrt{x} + 2}$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + 1}$$

Ví dụ 9. Cho biểu thức

a) Rút gọn P .

b) Chứng minh rằng biểu thức P luôn luôn không âm với mọi giá trị của x làm P xác định.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$P = \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$$

Ví dụ 10. Cho biểu thức

a) Rút gọn P .

b) Tìm giá trị lớn nhất của P .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4: Giải phương trình

- Tìm điều kiện để hai vế của phương trình có nghĩa (nếu cần).
- Áp dụng công thức biến đổi căn thức để đưa phương trình về dạng đơn giản hơn.
- Nếu hai vế đều không âm thì ta có thể bình phương hai vế để khử dấu căn.

Ví dụ 11. Giải phương trình



a) $\sqrt{25(3x - 1)^2} = 10;$

b) $\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 3} = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 2}.$

Ví dụ 12. Giải phương trình

a) $5x - \sqrt{(2x - 1)^2} = 2;$

b) $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} = x.$

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x - 15}$ là

- A. $x \neq -15.$ B. $x^3 \geq 15.$ C. $x^3 - 15.$ D. $x \geq 15.$

Câu 2. Tìm x để biểu thức $\frac{1}{\sqrt{(x - 2)^2}}$ có nghĩa.

- A. $x^3 \geq 2.$ B. $x > 2.$ C. $x^1 - 2.$ D. $x^1 \geq 2.$

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{\frac{x - 1}{x + 2}} = \frac{1}{2}.$

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 6$. D. $x = 1$.

Câu 4. Cho $a > 0$, rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}}$ ta được kết quả

- A. a^2 . B. a . C. $\pm a$. D. $-a$.

Câu 5. Cho $\sqrt{13 - 4\sqrt{3}} = a\sqrt{3} + b$ với a, b là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a^3 + b^3$.

- A. $T = 9$. B. $T = 7$. C. $T = -9$. D. $T = -7$.

Câu 6. Kết quả của phép tính $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{5}$ là

- A. $2\sqrt{5} - 2$. B. -2 . C. 2 . D. $2 - 2\sqrt{5}$.

Câu 7. Điều kiện để biểu thức $\sqrt{4 - 2x}$ xác định là

- A. $x \notin 2$. B. $x > 2$. C. $x^1 \geq 2$. D. $x^3 \geq 2$.

Câu 8. Cho biểu thức $P = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $P = 2$. B. $P = 2 + 2\sqrt{3}$. C. $P = 2 - \sqrt{3}$. D. $P = 2\sqrt{3}$.

Câu 9. Tìm điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{-x^2 + 5x - 6}$ có nghĩa.

- A. $x \notin 2$. B. $x \notin 2$ hoặc $x^3 \geq 3$.
C. $2 \notin x \notin 3$. D. $x^3 \geq 3$.

Câu 10. Tìm điều kiện của x để đẳng thức $\sqrt{\frac{x+2}{x-3}} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-3}}$ đúng.

- A. $x > 2$. B. $x^3 - 2$. C. $x^3 - 3$. D. $x > 3$.

Câu 11. Giá trị của x thỏa mãn $\sqrt{8 - 4x} = 2$ là

- A. $x = -\frac{3}{2}$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 12. Cho $K = a + \sqrt{a^2 - 4a + 4}$ với $a \notin 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $K = -2$. B. $K = 2$. C. $K = 2a - 2$. D. $K = 2a + 2$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $\sqrt{(2x - 1)^2} = 9$.

- A. $x = -5, x = 4$. B. $x = 5, x = 4$.
 C. $x = -5, x = -4$. D. $x = 5, x = -4$.

Câu 14. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. $(4\sqrt{3} - 7)^{2019} (4\sqrt{3} + 7)^{2018} = -4\sqrt{3} - 7$.

B. $(4\sqrt{3} - 7)^{2019} (4\sqrt{3} + 7)^{2018} = -4\sqrt{3} + 7$.

C. $(4\sqrt{3} - 7)^{2018} (4\sqrt{3} + 7)^{2019} = 7 - 4\sqrt{3}$.

D. $(4\sqrt{3} - 7)^{2018} (4\sqrt{3} + 7)^{2019} = 4\sqrt{3} + 7$.

Câu 15. Kết quả rút gọn biểu thức $\frac{1}{\sqrt{13} + \sqrt{15}} + \frac{1}{\sqrt{15} + \sqrt{17}}$ là

- A. $\frac{\sqrt{13} - \sqrt{17}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{17} + \sqrt{13}}{2}$. C. $\sqrt{17} - \sqrt{13}$. D. $\frac{\sqrt{17} - \sqrt{13}}{2}$.

Câu 16. Cho $A = 3\sqrt{9a^6} - 6a^3$, với $a \neq 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $A = -3a^3$. B. $A = 0$. C. $A = 3a^3$. D. $A = -15a^3$.

Câu 17. Tìm các giá trị của a sao cho $\frac{a-1}{\sqrt{a}} < 0$.

- A. $a^3 > 0$. B. $0 \neq a < 1$. C. $a < 1$. D. $0 < a < 1$.

Câu 18. Cho $Q = 4a - \sqrt{a^2 - 4a + 4}$, với $a \geq 2$. Khẳng định nào sau đây?

- A. $Q = 5a + 2$. B. $Q = 3a - 2$. C. $Q = 3a + 2$. D. $Q = 5a - 2$.

Câu 19. Kết quả rút gọn biểu thức $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x^3 \neq 0, x^1 \neq 4$ có dạng $\frac{\sqrt{x}-m}{\sqrt{x}+n}$. Tính giá trị của $m-n$.

- A. $m-n = -2$. B. $m-n = -4$. C. $m-n = 4$. D. $m-n = 2$.

Câu 20. Rút gọn biểu thức $Q = \sqrt{4(1+6x+9x^2)}$ với $x \neq -\frac{1}{3}$.

- A. $Q = -2(1-3x)$. B. $Q = -2(1+3x)$. C. $Q = 2(1-3x)$. D. $Q = 2(1+3x)$.

Câu 21. Kết quả rút gọn của biểu thức $K = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1}$ (với $a > 0, a \neq 1$) có dạng $\frac{ma+n}{\sqrt{a}}$. Tính giá trị m^2+n^2 .

- A. $m^2+n^2 = 10$. B. $m^2+n^2 = 2$. C. $m^2+n^2 = 1$. D. $m^2+n^2 = 5$.

Câu 22. Giá trị của biểu thức $\sqrt{49} - \sqrt{\frac{225}{16}}$ bằng

- A. $-\frac{13}{4}$. B. $\frac{13}{4}$. C. $-\frac{43}{4}$. D. $\frac{43}{4}$.

Câu 23. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $x^2 - 7 = (x-7)(x+7)$. B. $x^2 - 7 = (\sqrt{7}-x)(\sqrt{7}+x)$.
 C. $x^2 - 7 = (7-x)(7+x)$. D. $x^2 - 7 = (x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})$.

Câu 24. Tính $M = \sqrt{4} + \sqrt{16}$.

- A. $M = 6$. B. $M = 2\sqrt{5}$. C. $M = 5\sqrt{2}$. D. $M = 20$.

Câu 25. Điều kiện của x để $\sqrt{4-x}$ có nghĩa là

- A. $x^3 \neq 4$. B. $x^3 \geq \frac{1}{4}$. C. $x \neq \frac{1}{4}$. D. $x \neq 4$.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{x-2}$ có nghĩa.

Bài 2. Tính

a) $(\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{5})(\sqrt{50} - \sqrt{5})$;

b) $\frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{3}+2}{3} - \frac{2\sqrt{3}-1}{4}$.

Bài 3. Giải phương trình $\frac{4\sqrt{x}+2}{7\sqrt{x}-2} = \frac{2}{3}$.

Bài 4. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

- a) Rút gọn P . b) Tính giá trị của P khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$. c) Tìm x để $P = 1$.

Bài 5. Cho biểu thức

$$P = \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{x}{x - \sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}.$$

- Rút gọn P .
- Tìm các giá trị của x để $P^3 = 10$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

Bài 6. [TS10 Hà Tĩnh, 2018-2019] Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{75} - \sqrt{3}$.

Bài 7. [TS10 Nghệ An, 2018-2019]

a) So sánh $2\sqrt{3} + \sqrt{27}$ và $\sqrt{74}$.

b) Chứng minh đẳng thức $\frac{1}{\sqrt{x-2}} - \frac{1}{\sqrt{x+2}} = \frac{x-4}{4}$, với $x^3 > 0$ và $x \neq 4$.

Bài 8. [TS10 Bắc Giang, 2018-2019] Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{5}(\sqrt{20} - \sqrt{5}) + 1$.

Bài 9. [TS10 Trà Vinh, 2018-2019] Rút gọn biểu thức $2\sqrt{75} + 3\sqrt{48} - 4\sqrt{27}$.

Bài 10. [TS10 Phú Yên, 2018-2019] So sánh 5 và $2\sqrt{6}$.

Bài 14. [TS10 Hà Nội, 2018-2019]

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2}{\sqrt{x} + 3}$ với $x \neq 0, x \neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$. b) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$.

c) Tìm tất cả giá trị của x để $\frac{A}{B} \dots \frac{x}{4} + 5$.

Bài 15. [TS10 Bình Thuận, 2018-2019] Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times \sqrt{2} + \sqrt{16} - \sqrt{12}$.

.....

.....

.....

.....

Bài 16. [TS10 Thái Nguyên, 2018-2019] Không dùng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - 2} - \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$$

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 17. [TS10 Thanh Hóa, 2018-2019] Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 4\sqrt{x} + 4} : \frac{x}{x + 2\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt{x} + 2}$, với $x > 0$.

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $A^3 = \frac{1}{3\sqrt{x}}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 18. [TS10 Bắc Kạn, 2018-2019] Rút gọn biểu thức sau

$$B = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x-1}} + \frac{x-1}{2\sqrt{x-1}}$$

với $x^3 > 0, x \neq 1, x \neq \frac{1}{4}$.

[TS10 Đà Nẵng, 2018-2019] Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $A = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$.

Bài 19

Bài 20. [TS10 Tiền Giang, 2018-2019] Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\sqrt{12}$.

[TS10 Đà Nẵng, 2018-2019] Cho $a \geq 0, a \neq 4$. Chứng minh $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4} = 1$.

Bài 21

Bài 22. [TS10 Lai Châu, 2018-2019]

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ (với $x \geq 0$ và $x \neq 9$).

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A .

Bài 23. [TS10 Lạng Sơn, 2018-2019] Cho biểu thức $Q = \frac{1}{\sqrt{x}-4} + \frac{x-16}{3\sqrt{x}-11}$.

- a) Tính Q khi $x = 25$.
- b) Rút gọn biểu thức Q đã cho ở trên.

Bài 24. [TS10 Sóc Trăng, 2018-2019] Các đẳng thức sau đúng hay sai, giải thích?

a) $\sqrt{(-3)^2} = -3$.

b) $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{x}-\sqrt{y}$ với $x > 0, y > 0$.

Bài 25. [TS10 Đồng Tháp, 2018-2019] Tính $H = \sqrt{81} - \sqrt{16}$.

Bài 26. [TS10 Đồng Tháp, 2018-2019] Tìm điều kiện của x để $\sqrt{x+2}$ có nghĩa.

Bài 27. [TS10 Bắc Kạn, 2018-2019] Rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - 4\sqrt{80}$.

Bài 28. [TS10 Hòa Bình, 2018-2019] Rút gọn: $A = \sqrt{12} + \sqrt{3}$.

Bài 29. [TS10 Lạng Sơn, 2018-2019] Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $A = \sqrt{36} - 5$; b) $B = \sqrt{(11 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{5}$; c) $C = (3 - \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 30. [TS10 Cần Thơ, 2018-2019] Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$.

.....

.....

.....

.....

Bài 31. [TS10 Ninh Bình, 2018-2019] Rút gọn biểu thức: $P = 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$.

.....

.....

Bài 32. [TS10 Bình Phước, 2018-2019] Tính giá trị của các biểu thức

a) $M = \sqrt{36} + \sqrt{25}$. b) $N = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} - \sqrt{5}$.

.....

.....

.....

.....

Bài 33. [TS10 Vĩnh Long, 2018-2019]

a) Tính giá trị biểu thức $A = 3\sqrt{27} - 2\sqrt{12} + 4\sqrt{48}$.

$$B = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$$

b) Rút gọn biểu thức

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$A = 2\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{8} + \sqrt{6} \times \sqrt{3}$$

Bài 34. [TS10 Hà Nam, 2018-2019] Rút gọn các biểu thức

.....

.....

.....

.....

.....

$$P = \sqrt{3}(\sqrt{12} - 3) + \sqrt{27}$$

Bài 35. [TS10 Hưng Yên, 2018-2019] Rút gọn biểu thức

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 36. [TS10 Lào Cai, 2018-2019] Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{16 + 9} - 2$

b) $B = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + 1$

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 37. [TS10 Bạc Liêu, 2018-2019] Rút gọn biểu thức

a) $A = \sqrt{45} + \sqrt{20} - 2\sqrt{5}$.

b) $B = \frac{a + 2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2} - \frac{a - 4}{\sqrt{a} - 2}$, (với $a \geq 0, a \neq 4$).

. [TS10 Vũng Tàu, 2018-2019] Rút gọn biểu thức

$$P = \sqrt{16} - \sqrt[3]{8} + \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$$

Bài 38

Bài 39. [TS10 Bình Định, 2018-2019] Cho biểu thức
với $x > 0$.

$$A = \frac{1}{x + \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x} + 1}$$

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tìm các giá trị của x để $A > \frac{1}{2}$.

Bài 40. [TS10 Nam Định, 2018-2019]

Cho biểu thức
$$M = \frac{4x}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x-2} \sqrt{x-1}}{x - 3\sqrt{x} + 2},$$
 với $x > 0, x \neq 1, x \neq 4$.

a) Rút gọn M .

b) Tìm x để $M < 4$.

Bài 43. [TS10 Lào Cai, 2018-2019]

Cho biểu thức
$$P = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} : \frac{2\sqrt{x}-6}{x+1}$$
 với $x > 0, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm x để $P = 1$.

Bài 44. [TS10 Đắk Lắk, 2018-2019] Tìm x biết $2\sqrt{x} = 3$.

Bài 45. [TS10 Long An, 2018-2019]

a) Rút gọn biểu thức $T = \sqrt{3} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3}$.

Bài 1-2. NHẮC LẠI VÀ BỔ SUNG CÁC KHÁI NIỆM HÀM SỐ HÀM SỐ BẬC NHẤT

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Khái niệm hàm số

- Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x , x được gọi là biến số.
- Hàm số có thể được cho bằng bảng hoặc bằng công thức.
- Khi y là hàm số của x , ta có thể viết $y = f(x), y = g(x), \dots$ Chẳng hạn: cho hàm số $y = f(x) = x + 1$ hay $y = x + 1$.
- Khi hàm số được cho bằng công thức $y = f(x)$, ta có thể hiểu rằng biến số x chỉ lấy những giá trị mà tại đó $f(x)$ xác định. Tập hợp các giá trị đó gọi là tập xác định của hàm số. Kí hiệu D .
- Giá trị của hàm $f(x)$ tại x_0 kí hiệu là $f(x_0)$.
- Khi x thay đổi mà y luôn nhận một giá trị không đổi thì hàm y được gọi là hàm hằng.

2. Đồ thị của hàm số

- Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ gọi là đồ thị hàm số $y = f(x)$.

3. Hàm số đồng biến, nghịch biến

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

- Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .
- Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

4. Hàm số bậc nhất

Hàm số bậc nhất là hàm số có dạng $y = ax + b$; trong đó a, b là các cho trước và $a \neq 0$.

- Khi $b = 0$, hàm số có $y = ax (a \neq 0)$ (đã học ở lớp 7).
- Hàm số bậc nhất $y = ax + b (a \neq 0)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- ✓ Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} khi $a > 0$.
- ✓ Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} khi $a < 0$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Tìm giá trị của biến số để hàm số được xác định

- Hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ xác định khi và chỉ khi $f(x) \geq 0$.
- Hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ xác định khi và chỉ khi $g(x) \neq 0$.
- Hàm số $y = \sqrt{g(x)}$ xác định khi và chỉ khi $g(x) > 0$.

Ví dụ 1. Với những giá trị nào của x thì hàm số sau đây xác định?

a) $y = \sqrt{2x - 1}$; b) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$; c) $y = \sqrt{x - 3} + \sqrt{5 - x}$.

Dạng 2: Tính giá trị của hàm số khi biết giá trị của biến số và ngược lại

- Bước 1: Tìm điều kiện của biến số để điều kiện của hàm số được xác định.
- Bước 2: Thế giá trị của biến vào biểu thức rồi thực hiện phép tính để tính giá trị của hàm số (đôi khi cần rút gọn biểu thức hoặc biến đổi giá trị của biến rồi mới thay giá trị của biến vào để tính toán).
- Thế giá trị của hàm số rồi giải phương trình để tìm giá trị của biến số.

Ví dụ 2. Tính giá của hàm số $y = f(x) = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{4}$ tại $x = 1$; $x = -1$.

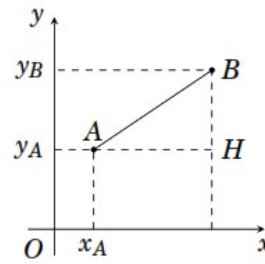
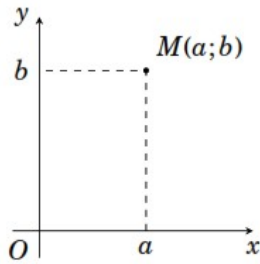
Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$. Khi đó $f(-3)$ bằng bao nhiêu?

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x) = mx + m - 1$, biết $f(2) = 8$. Tính $f(3)$.

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$. Tìm x , biết $f(x) = 1$.

Dạng 3: Biểu diễn điểm trên mặt phẳng tọa độ. Xác định khoảng cách giữa hai điểm trên mặt phẳng tọa độ

- Cách biểu diễn điểm $M(a;b)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy
- ✓ Kẻ đường thẳng vuông góc với trục Ox tại điểm a .
- ✓ Kẻ đường thẳng song song với trục Oy tại điểm b .
- ✓ Giao điểm của hai đường thẳng trên chính là điểm M .



- Để xác định khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$, ta làm như sau

Ta có $AH = |x_A - x_B|$; $BH = |y_A - y_B|$. Khi đó

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} \Rightarrow AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Ví dụ 6. Biểu diễn hai điểm $A(2;1)$ và $B(4;5)$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Tính khoảng cách giữa hai điểm đó.

Ví dụ 7. Cho tam giác ABC có $A(1;1)$, $B(3;3)$ và $C(5;1)$.

a) Tính chu vi tam giác ABC ;

b) Chứng minh rằng tam giác ABC vuông cân.

Dạng 4: Điểm thuộc hoặc không thuộc đồ thị hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đồ thị G . Khi đó

- $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị G khi và chỉ khi $\begin{cases} x_0 \in \mathbb{R} \\ y_0 = f(x_0) \end{cases}$.
- $M(x_0; y_0)$ không thuộc đồ thị G khi và chỉ khi $y_0 \neq f(x_0)$ hoặc $x_0 \notin \mathbb{R}$.

Ví dụ 10. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x}$. Trong các điểm $A(9; 3)$, $B(4; -2)$, $M(-1; 1)$ và $N(4 + 2\sqrt{3}; \sqrt{3} - 1)$ điểm nào thuộc đồ thị (G) của hàm số cho?

Ví dụ 15. Cho 3 hàm số $f(x) = x^2 + 3$; $g(x) = x^2 - x + 1$ và $h(x) = 2x^2 + 3x - 1$.

Xét các khẳng định

- (1): $f(x) - g(x)$ là hàm số bậc nhất;
 (2): $h(x) - g(x)$ là hàm số bậc nhất;
 (3): $f(x) + g(x) - h(x)$ là hàm số bậc nhất.

Trong các khẳng định trên, khẳng định đúng là

- A. Chỉ (1). B. Chỉ (2). C. Chỉ (1) và (2). **D.** Chỉ (1) và (3).

Ví dụ 16. Cho hàm số $y = f(x) = (1 - 2m)x + m^2 + 2$. Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

Ví dụ 17. Cho hàm số $y = f(x) = (m^2 - m)x^2 + mx + 2$. Tìm m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

Dạng 6: Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

- Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .
- Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Ví dụ 18. Chứng minh hàm số $y = f(x) = \sqrt{x+3}$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Ví dụ 19. Cho hàm số $y = f(x) = m - 2x$ (m là hằng số). Xét sự đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$ trên \mathbb{R} .

Ví dụ 20. Tìm m để hàm số $y = (m - 2)x + 1$ (m là tham số) đồng biến trên \mathbb{R} .

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định các hệ số a , b và xét xem hàm số nào đồng biến? Hàm số nào nghịch biến?

a) $y = 3 - 0,5x$;

b) $y = -1,5x$;

c) $y = 5 - 2x^2$;

d) $y = (\sqrt{2} - 1)x + 1$;

e) $y = \sqrt{3}(x - \sqrt{2})$;

f) $y + \sqrt{2} = x - \sqrt{3}$.

Bài 2. Cho hàm số bậc nhất $y = (m + 1)x + 5$.

a) Tìm giá trị của m để hàm số y là hàm số đồng biến;

b) Tìm giá trị của m để hàm số y là hàm số nghịch biến.

Bài 3. Cho hàm số $y = (3 - \sqrt{2})x + 1$.

a) Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?

b) Tính giá trị của y khi x nhận các giá trị tương ứng bằng cách điền vào bảng sau?

x	0	1	$\sqrt{2}$	$3 + \sqrt{2}$	$3 - \sqrt{2}$
$y = (3 - \sqrt{2})x + 1$					

c) Tính giá trị của x khi y nhận các giá trị tương ứng bằng cách điền vào bảng sau?

x					
$y = (3 - \sqrt{2})x + 1$	0	1	8	$2 + \sqrt{2}$	$2 - \sqrt{2}$

Bài 4. Với giá trị nào của m thì hàm số sau đây là hàm số bậc nhất?

a) $y = \sqrt{m-3}x + \frac{2}{3}$;

b) $S = \frac{1}{m+2}t - \frac{3}{4}$ (t là biến số).

Bài 5. Cho hai hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{3}$ và $y = g(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$.

a) Tìm giá trị của x để hàm số đã cho xác định.

b) Tính $f(2), f\left(\frac{1}{2}\right), g(0), g(1), g\left(\frac{1}{2}\right)$.

Bài 6. Cho các điểm $A(2;3)$, $B(-2;0)$ và $C(4;3)$.

- Biểu diễn các điểm A, B, C trên mặt phẳng tọa độ.
- Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .
- Tìm điểm M trên trục hoành sao cho tam giác ABM cân tại A .
- Tìm điểm N trên trục tung sao cho tam giác ABN cân tại B .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7. Cho hàm số $y = f(x) = -mx + m - 3$. Biết $f(-2) = 6$, tính $f(-3)$.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Cho hàm số $y = f(x) = (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{2} + \sqrt{3}$. Tìm x sao cho $f(x) = \sqrt{3}$.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 9. Cho hàm số $y = f(x) = -mx + 4$.

- Tìm m để đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $A(-1; -1)$.
- Chứng minh rằng đồ thị của hàm số đã cho luôn đi qua một điểm cố định với mọi m .

.....

--- HẾT ---

Bài 3. ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax + b (a \neq 0)$

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Đồ thị hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$

Đồ thị hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$ là một đường thẳng

- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b .
- Song song với đường thẳng $y = ax$ nếu $b \neq 0$; trùng với đường thẳng $y = ax$ nếu $b = 0$.

2. Cách vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$

- *Bước 1:* lấy giao điểm với hai trục tọa độ
-
-

Giao điểm với trục tung: cho $x = 0$ thì $y = b$, ta được điểm $A(0; b)$ thuộc trục tung.

Giao điểm với trục hoành: cho $y = 0$ thì $x = -\frac{b}{a}$, ta được điểm $B(-\frac{b}{a}; 0)$ thuộc trục hoành.

- Bước 2: Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A và B, ta được đồ thị hàm số $y = ax + b$.

3. Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$

- Nếu $a > 0$ thì hàm số đồng biến trên \mathbb{R} và có đồ thị là một đường thẳng đi từ dưới lên trên từ trái sang phải.
- Nếu $a < 0$ thì hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} và có đồ thị là một đường thẳng đi từ trên xuống dưới từ trái sang phải.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$

- Nếu $b = 0$ ta có đường thẳng $d: y = ax$ đi qua hai điểm $O(0; 0); A(1; a)$.
- Nếu $b \neq 0$ đường thẳng đi qua hai điểm $O(0; b); B(-\frac{b}{a}; 0)$.

Ví dụ 1. Vẽ đồ thị của các hàm số sau trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy :

a) $y = 2x$;

b) $y = 2x + 1$;

c) $y = -x - 2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Vẽ đồ thị các hàm số sau trong cùng một hệ trục tọa độ: $y = 2x - 4$; $y = 3x + 3$; $y = -x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = (m - 2)x + m - 1$

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2; **ĐS:** $m = \frac{5}{3}$.
- b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. **ĐS:** $m = 3$.

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(0;3)$, $B(-2;0)$ và $C(2;0)$.

- a) Hãy viết phương trình đường thẳng AB , BC , CA ;
- b) Tính chu vi và diện tích tam giác ABC nếu coi độ dài mỗi đơn vị trên các trục Ox , Oy là 1 cm.
- ĐS:** 11,21 cm; 6 cm².

Dạng 3: Xác định giao điểm của hai đường thẳng

- Giao điểm của hai đường thẳng $d: y = ax + b (a \neq 0)$ và $d': y = a'x + b' (a' \neq 0)$, ta làm như sau
- Bước 1: Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và d' : $ax + b = a'x + b'$ rồi tìm nghiệm x_0 .
- Bước 2: Tính $y_0 = ax_0 + b$, từ đó suy ra tọa độ giao điểm.

Ví dụ 8. Cho hai đường thẳng $d_1: y = x - 3$ và $d_2: y = 3 - x$.

a) Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 trong cùng một hệ trục tọa độ;

b) Dựa vào đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

ĐS: (3;0).

Ví dụ 9. Cho các đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$; $d_2: y = 3x - 4$; $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3$; $d_4: y = -x$. Tìm giao điểm của các đường thẳng:

a) d_1 và d_2 ;

ĐS: (5;11).

b) d_3 và d_4 .

ĐS: (6;-6).

Dạng 4: Xét tính đồng quy của ba đường thẳng

- Ba đường thẳng đồng quy là ba đường thẳng cùng đi qua một điểm.
- Để xét tính đồng quy của ba đường thẳng (phân biệt) cho trước, ta làm như sau
- ✓ Bước 1: Tìm tọa độ giao điểm của hai trong ba đường thẳng đã cho.
- ✓ Bước 2: Kiểm tra tọa độ giao điểm vừa tìm được thuộc đường thẳng thứ ba thì ba đường thẳng đó đồng quy và ngược lại.

Ví dụ 10. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2x - 3$ và $d_3: y = -x$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;

ĐS: $(1; -1)$.

b) Chứng minh rằng ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3 đồng quy.

Ví dụ 11. Cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$, $d_2: y = 1 - x$ và $d_3: y = 4x + 1$. Chứng minh rằng d_1 , d_2 và d_3 đồng quy.

Ví dụ 12. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x + 2$, $d_2: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ và $d_3: y = (2 - m)x + 1$.

a) Tìm giao điểm A của hai đường thẳng d_1 và d_2 ; **ĐS:** $A(-1; 1)$.

b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng d_3 đi qua điểm A ; **ĐS:** $m = 2$.

c) Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho đồng quy. **ĐS:** $m = 2$.

Ví dụ 13. Cho ba đường thẳng $d_1: y = -x + 1$, $d_2: y = x - 1$ và $d_3: y = -4ax + 2a - 1$. Tìm giá trị

của a để hai đường thẳng d_1 cắt d_2 tại một điểm thuộc đường thẳng d_3 . **ĐS:** $a = \frac{-1}{2}$.

Dạng 5: Tính khoảng cách từ góc tọa độ đến một đường thẳng cho trước không đi qua O

- Bước 1: Tìm tọa độ giao điểm A, B của đường thẳng d với các trục tọa độ Ox, Oy .

- Bước 2: Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng d . Áp dụng hệ thức liên hệ đến đường cao $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ để tìm OH chính là khoảng cách từ O đến đường thẳng d .

Ví dụ 14. Cho đường thẳng $d: y = x + 1$. Tính khoảng cách:

- a) Từ gốc tọa độ O tới đường thẳng d ; ĐS: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- b) Từ điểm $M(-1; 1)$ tới đường thẳng d . ĐS: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Đồ thị của hàm số $y = \sqrt{2}x + 1 - \sqrt{2}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(-1; 1)$. B. $N(1; 1)$. C. $P(1; -1)$. D. $Q(\sqrt{2}; 1)$.

Câu 2. Điểm $E(-2; 0)$ thuộc đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây?

$(d_1): y = x + 2$; $(d_2): y = -2x - 4$; $(d_3): y = 3x + 6$; $(d_4): y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$.

- A. Chỉ thuộc (d_1) . B. Chỉ thuộc (d_2) và (d_4) .
- C. Chỉ thuộc (d_2) và (d_3) . D. Thuộc cả bốn đường thẳng trên.

Câu 3. Cho hai đường thẳng $(d_1): y = 2x + 2012$ và $d_2: y = -\frac{1}{2}x + 2012$. Đường thẳng nào dưới đây không đi qua giao điểm của (d_1) và (d_2) ?

- A. $y = 2012x$. B. $y = x + 2012$.

Bài 6. Cho hai đường thẳng $d_1: y = 2x - 3$ và $d_2: y = -3 - x$.

a) Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 trong cùng một hệ trục tọa độ;

b) Dựa vào đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

ĐS: $(0; -3)$.

Bài 7. Cho các đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$; $d_2: y = 3x + 4$; $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3$; $d_4: y = -x + 2$. Tìm giao điểm của các đường thẳng:

a) d_1 và d_2 ;

ĐS: $(-3; -5)$.

b) d_3 và d_4 .

ĐS: $(\frac{10}{3}; \frac{4}{3})$.

Bài 8. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2x + 3$ và $d_3: y = 3x + 8$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;

ĐS: $(-5; -7)$.

b) Chứng minh rằng ba đường thẳng d_1 , d_2 , d_3 đồng quy.

Bài 9. Cho ba đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$, $d_2: y = -2x + 3$ và $d_3: y = x + 1$. Chứng minh rằng d_1 , d_2 và d_3 đồng quy.

Bài 10. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x + 2$, $d_2: y = 3x + 2$ và $d_3: y = (4 - m)x + 1 + m$.

a) Tìm giao điểm A của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;

ĐS: $A(0; 2)$.

b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng d_3 đi qua điểm A ;

ĐS: $m = 1$.

c) Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

Bài 11. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 1$, $d_2: y = -x + 1$ và $d_3: y = -3ax + 2a - 1$. Tìm giá trị của a để hai đường thẳng d_1 cắt d_2 tại một điểm thuộc đường thẳng d_3 . **ĐS:** $a = -1$.

Bài 12. Cho đường thẳng $d: y = x - 1$. Tính khoảng cách:

- a) Từ gốc tọa độ O tới đường thẳng d ; **ĐS:** $\sqrt{\frac{1}{2}}$.
- b) Từ điểm $M(2;2)$ tới đường thẳng d . **ĐS:** $\sqrt{\frac{1}{2}}$.
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 13. Cho hàm số $y = (m+1)x - 1$.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(1;3)$; **ĐS:** $m = 3$.
-
-

Bài 16. Cho hai đường thẳng $d_1: y = x - 2$ và $d_2: y = 2 - x$.

a) Vẽ các đường thẳng d_1, d_2 trong cùng một hệ trục tọa độ;

b) Dựa vào đồ thị, hãy tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 .

ĐS: (2;0).

Bài 17. Cho các đường thẳng $d_1: y = x + 1$; $d_2: y = 2x - 3$; $d_3: y = \frac{1}{2}x$; $d_4: y = -x + 1$. Tìm giao điểm của các đường thẳng:

a) d_1 và d_2 ;

ĐS: (4;5).

b) d_3 và d_4 .

ĐS: (2; -2).

Bài 18. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2 - x$ và $d_3: y = 2x - 4$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 ;

ĐS: (2;0).

b) Chứng minh rằng ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy.

Bài 19. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x + 1$, $d_2: y = 1 - 3x$ và $d_3: y = \frac{1}{3}x + 1$. Chứng minh rằng d_1 , d_2 và d_3 đồng quy.

Bài 20. Cho ba đường thẳng $d_1: y = x - 2$, $d_2: y = 2 - x$ và $d_3: y = (2 - m)x + 1$.

a) Tìm giao điểm A của hai đường thẳng d_1 và d_2 ; **ĐS:** $A(2; 0)$.

b) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng d_3 đi qua điểm A ; **ĐS:** 2.

c) Tìm giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho đồng quy. **ĐS:** 2.

Bài 21. Cho ba đường thẳng $d_1: y = -x + 1$, $d_2: y = x$ và $d_3: y = -ax + 2a + 1$. Tìm giá trị của a để hai đường thẳng d_1 cắt d_2 tại một điểm thuộc đường thẳng d_3 . **ĐS:** $a = \frac{-1}{3}$.

Bài 22. Cho đường thẳng $d: y = x - 1$. Tính khoảng cách:

a) Từ gốc tọa độ O tới đường thẳng d ;

ĐS: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Từ điểm $M(1;1)$ tới đường thẳng d . **ĐS:** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

E. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Cho đường thẳng $(d): y = -3x + 1$. Trong các điểm $M(-1;2)$, $N(0;1)$, $P(1;3)$, $Q(0;0)$, hãy xác định các điểm thuộc và không thuộc đường thẳng (d) .

Câu 2. Điểm $M(\sqrt{2};1)$ thuộc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. $y = x + 1 - \sqrt{2}$.

B. $x + y - \sqrt{2} + 1$.

C. $y = \sqrt{2}x + 1 - \sqrt{2}$.

D. $x + y - \sqrt{2} = 0$.

Câu 3. Cho đường thẳng $(d): y = -2x + 3$. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-m; -3)$.

.....

.....

Câu 4. Cho đường thẳng $(d): y = (m+2)x + 3m - 1$. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2; 3)$.

.....

.....

Câu 5. Chứng minh rằng đường thẳng $(m+2)x + y + 4m - 3 = 0$ luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Cho hàm số bậc nhất $y = -2x + b$. Xác định b nếu

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1; 2)$.

.....

.....

.....

Câu 7. Xác định đường thẳng (d) , biết (d) có dạng $y = ax - 4$ và đi qua điểm $A(-3; 2)$.

.....

.....

.....

Câu 8. Xác định đường thẳng (d) , biết (d) có dạng $y = ax - 4$ và đi qua điểm $A(-3; 2)$.

.....

.....

Câu 9. Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 2$. Xác định m , biết

- a) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $- 2$.
 - b) Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.
-
-
-
-

Câu 10. Xác định đường thẳng đi qua hai điểm $A(- 3; 0)$ và $B(0; 2)$.

Câu 11. Cho đường thẳng $(d_1): y = 2012x + 2$. Xác định đường thẳng (d_2) sao cho (d_1) và (d_2) cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

Cho các hàm số sau $y = - x + 2$ (1); $y = 2x - 1$ (2).

Câu 12.

- a) Vẽ đồ thị các hàm số (1), (2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
 - b) Xác định tọa độ giao điểm I của (1) và (2).
-
-
-
-

$$(d_1): y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}; \quad (d_2): y = \frac{3}{5}x - \frac{5}{2}; \quad (d_3): y = kx + 3,5.$$

Hãy tìm các giá trị của k sao cho ba đường thẳng đồng quy tại một điểm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Vẽ đồ thị của các hàm số sau trên cùng một hệ trục tọa độ:

$$y = \frac{1}{2}x + 2; \quad y = -2x + 2; \quad y = -2x + 4$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Xác định đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; 0)$ và $B(0; 3)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Cho $(d_1): y = x$, $(d_2): y = 0,5x$; đường thẳng (d) song song với trục Ox và cắt trục tung Oy tại điểm C có tung độ bằng 2. Đường thẳng (d) lần lượt cắt (d_1) , (d_2) tại D và E . Khi đó, tính diện tích tam giác ODE .

Câu 19. Với giá trị nào của m thì đồ thị của các hàm số $y = 2x + 4 - m$ và $y = 3x + m - 2$ cắt nhau lại một điểm nằm trên trục tung.

Câu 20. Cho hai đường thẳng $(d_1): (m - 2)x + 4my + 1 = 0$ và $(d_2): (m - 2)x + 2012y + 5 - m = 0$ (m là tham số).

a) Chứng minh rằng (d_1) luôn đi qua một điểm cố định khi m thay đổi.

b) Tìm m để hai đường thẳng (d_1) , (d_2) cắt nhau tại một điểm thuộc trục hoành.

--- HẾT ---

Bài 4. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Cho hai đường thẳng $d: y = ax + b (a \neq 0)$ và $d': y = a'x + b' (a' \neq 0)$. Khi đó

Song song: $d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$;

Trùng nhau: $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$;

Cắt nhau: $d \cap d' \Leftrightarrow a \neq a'$.

Vuông góc: $d \perp d' \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

- Xem phần kiến thức trọng tâm.

Ví dụ 1. Hãy nhận xét về vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d' trong các trường hợp sau:

a) $d: y = 3x + 5$ và $d': y = 3x - 2$;

ĐS: song song.

b) $d: y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{2}$ và $d': y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$;

ĐS: cắt nhau.

c) $d: y = 2x + 1$ và $d': y = -\frac{1}{2}x + 1$;

ĐS: vuông góc.

d) $d: 2y = 2x + 1$ và $d': y = x + \frac{1}{2}$.

ĐS: trùng nhau.

Ví dụ 2. Cho các đường thẳng: $d_1: y = 4x + 1$; $d_2: y = x$; $d_3: x + y - 2 = 0$; $d_4: y = x + \frac{3}{5}$;
 $d_5: y = 4x - 7$ và $d_6: y = \frac{1}{4}x + 1$. Trong các đường thẳng trên, hãy chỉ ra các cặp đường thẳng:

a) Song song; **ĐS:** d_1 và d_5 ; d_2 và d_4 .

b) Vuông góc. **ĐS:** d_2 và d_3 , d_4 và d_3 .

Ví dụ 3. Cho đường thẳng $D: y = (m + 1)x - 5$ với m là tham số. Tìm m để:

a) D song song với đường thẳng $d_1: y = 4x + 3$; **ĐS:** $m = 3$.

b) D cắt đường thẳng $d_2: y = x + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1; **ĐS:** $m = 7$.

c) D vuông góc với đường thẳng $d_3: y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}$. **ĐS:** $m = \frac{-8}{3}$.

Ví dụ 4. Cho các đường thẳng:

$$d: y = (m - 2)x + m + 7;$$

$$d_1: y = -mx - 3 + 2m;$$

$$d_2: y = -m^2x - 2m + 1;$$

$$d_3: y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3};$$

$$d_4: y = -\frac{1}{6}(m + 3)x + 4.$$

Tìm m để:

a) $d \perp d_1;$

ĐS: $m = 1.$

b) $d \parallel d_2;$

ĐS: $m = -2.$

c) d cắt d_3 tại điểm có tung độ $y = \frac{1}{3};$

ĐS: $m = -\frac{8}{9}.$

d) $d \perp d_4.$

ĐS: $m = 3; m = -4.$

Dạng 2: Xác định phương trình đường thẳng thỏa mãn điều kiện

- Bước 1: Gọi $d: y = ax + b (a \neq 0)$ là phương trình đường thẳng cần tìm.
- Bước 2: Từ giả thiết của bài toán, tìm được a, b rồi viết phương trình đường thẳng.

Lưu ý:

- Hai đường thẳng song song thì có cùng hệ số góc.
- Đường thẳng đi qua một điểm thì tọa độ của điểm đó thỏa mãn phương trình đường thẳng.
- Hai đường thẳng vuông góc khi $a \cdot a' = -1$.

Ví dụ 5. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) d đi qua hai điểm A, B với $A(1; 3)$ và $B(2; 4)$;

ĐS: $y = x + 2$.

b) d đi qua hai điểm C, D với $C(-3; 2)$ và $D(2; 3)$.

ĐS: $y = \frac{1}{5}x + \frac{13}{5}$.

Ví dụ 6. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) d đi qua $M(2; -3)$ và song song với $d_1: y = -2x + 5$;

ĐS: $d: y = -2x + 1$.

b) d đi qua $N(-1; -2)$ và vuông góc với $d_2: y = -x - 8$;

ĐS: $d: y = -x - 3$.

c) d song song với $d_3: y = 3x - 4$ và đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_4: y = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}$ và $d_5: 2x - 3$.

$d_4: y = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}$;

ĐS: $d: y = 3x - 3$.

- A. 1. B. - 1. C. 0. D. $-\frac{1}{2011}$.

Câu 2. Cho bốn đường thẳng $(d_1): y = \frac{1}{3}x - 2$; $(d_2): y = -3x$; $(d_3): y = -3x + 4$ và $(d_4): y = \frac{1}{3}x + 2$ cắt nhau tại bốn điểm phân biệt M, N, P, Q .

Khi đó bốn điểm M, N, P, Q là bốn đỉnh của:

- A. Một hình thang. B. Một hình bình hành.
 C. Một hình chữ nhật. D. Một tứ giác không có gì đặc biệt.

II. TỰ LUẬN

Bài 1. Hãy nhận xét về vị trí tương đối hai đường thẳng d và d' trong các trường hợp sau:

- a) $d: y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + 1$ và $d': x - \sqrt{2}y + 2 = 0$;
 b) $d: y = -\sqrt{3}x + 3$ và $d': y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x - \frac{2\sqrt{2}}{7}$;
 c) $d: y = -\sqrt{5}x + 7$ và $d': x - \sqrt{5}y - 2 = 0$;
 d) $d: 2y = \sqrt{2}x + 6$ và $d': y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + 3$.

.....

Bài 2. Cho các đường thẳng: $d_1: 2x + y - 3 = 0$; $d_2: 2y = x + 4$; $d_3: y = 5 - 2x$; $d_4: x + y - 1 = 0$.

Trong các đường thẳng trên, hãy chỉ ra các cặp đường thẳng:

- a) Trong các đường thẳng trên, hãy chỉ ra các cặp đường thẳng song song và các cặp đường thẳng vuông góc với nhau. **ĐS:** d_1 và d_5 ; d_2 và d_4 .
 b) Hỏi có bao nhiêu cặp đường thẳng cắt nhau? **ĐS:** d_2 và d_3 , d_4 và d_3 .

.....

Bài 3. Cho các đường thẳng $d_1: y = (2m - 1)x - (2m - 5)$ và $d_2: y = (m + 1)x + m - 1$. Tìm m để:

a) d_1 cắt d_2 ; **ĐS:** $m \neq 2$.

b) d_1 song song d_2 ; **ĐS:** $m \in \mathbb{R}$.

c) d_1 trùng d_2 ; **ĐS:** $m = 2$.

d) d_1 vuông góc d_2 ; **ĐS:** $m = 0$; $m = -\frac{1}{2}$.

Bài 4. Cho đường thẳng $D: y = (m^2 - m)x - 2m + 1$ với m là tham số. Tìm m để:

a) D song song với đường thẳng $d_1: y = (m + 3)x - 7$; **ĐS:** $m \neq 4$.

b) D trùng với đường thẳng $d_2: y = 2x + m + 4$; **ĐS:** $m = -1$.

c) D vuông góc với đường thẳng $d_3: y = -\frac{1}{6}x - 2$; **ĐS:** $m = 3$ hoặc $m = -2$.

d) D đi qua giao điểm của các đường thẳng $d_4: y = 2x - 5$ và $d_5: y = -x + 1$. **ĐS:** $m = 1$.

Bài 5. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) d đi qua $M(1;5)$ và song song với $d_1: 2x - y = 5$; **ĐS:** $d: y = -2x + 1$.

b) d cắt đường thẳng $d_2: x - y + 1 = 0$ tại điểm có tung độ bằng 3 và vuông góc với $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3$; **ĐS:** $d: y = -2x + 11$.

c) d đi qua gốc tọa độ và đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_4: y = 2x + 4$ và $d_5: y = -x - 5$; **ĐS:** $d: y = \frac{2}{3}x$.

d) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1 và đi qua điểm $N(-2;3)$. **ĐS:** $d: y = -3x - 3$.

Bài 6. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ với a, b là hằng số. Tìm a và b biết:

a) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1 và đi qua giao điểm của đường thẳng $d': y = 2x + 3$ với trục tung. **ĐS:** $a = 3, b = 3$.

b) d vuông góc với đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{3}$ và đi qua $A(3; -1)$. **ĐS:** $a = -3, b = 8$.

Bài 7. Cho các đường thẳng:

$$d_1: y = mx + m - 2 \text{ và } d_2: y = (1 - 2n)x - n.$$

a) Tìm điểm cố định mà d_1 luôn đi qua với mọi m ;

b) Gọi I là điểm cố định mà d_1 luôn đi qua. Tìm n để d_2 đi qua I ;

c) Tìm m để d_2 đi qua điểm cố định của d_1 ;

d) Tìm m và n để d_1 và d_2 trùng nhau.

D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 8. Hãy nhận xét về vị trí tương đối của hai đường thẳng d và d' trong các trường hợp sau:

a) $d: y = -2x + 1$ và $d': y = -2x - 6$; **ĐS:** song song.

b) $d: y = -\frac{3}{7}x + 3$ và $d': y = -\frac{7}{3}x - \frac{2}{11}$; **ĐS:** cắt nhau.

c) $d: y = -3x + 1$ và $d': y = \frac{1}{3}x - 1$; **ĐS:** vuông góc.

d) $d: 4y = -3x - 4$ và $d': y = -\frac{3}{4}x - 1$. **ĐS:** trùng nhau.

Bài 9. Cho các đường thẳng: $d_1: y = 2x - 3$; $d_2: y = -x$; $d_3: x - y + 1 = 0$; $d_4: y = \frac{2}{5}x$; $d_5: y = 2x + 7$ và $d_6: y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$. Trong các đường thẳng trên, hãy chỉ ra các cặp đường thẳng:

- a) Song song; **ĐS:** d_1 và d_5 ; d_2 và d_4 .
 b) Vuông góc. **ĐS:** d_2 và d_3 , d_4 và d_3 ; d_1 và d_6 ; d_5 và d_6 .

Bài 10. Cho đường thẳng $D: y = (m^2 - 3)x - m + 1$ với m là tham số. Tìm m để:

- a) D song song với đường thẳng $d_1: y = x - 3$; **ĐS:** $m = 2$ hoặc $m = -2$.
 b) D trùng với đường thẳng $d_2: y = -2x + 2$; **ĐS:** $m = -1$.
 c) D cắt đường thẳng $d_3: y = -2x$ tại điểm có hoành độ bằng 2; **ĐS:** $m = -\frac{1}{2}$.
 d) D vuông góc với đường thẳng $d_4: y = \frac{4}{11}x + \frac{1}{2}$. **ĐS:** $m = \frac{1}{2}$ hoặc $m = -\frac{1}{2}$.

Bài 11. Cho các đường thẳng:

$$d: y = (3 - m)x - m + 1,$$

$$d_1: y = 2mx - 2 + 3m,$$

$$d_2: y = 2m^2x - 3m - 2,$$

$$d_3: y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3},$$

$$d_4: y = -\frac{1}{4}(m + 2)x + 6.$$

Tìm m để:

a) $d \perp d_1$;

ĐS: $m = 1.$

b) $d \parallel d_2$;

ĐS: $m = -\frac{3}{2}.$

c) d cắt d_3 tại điểm có hoành độ $x = -\frac{2}{3}$;

ĐS: $m = -6.$

d) $d \perp d_4$.

ĐS: $m = -1; m = 2.$

Bài 12. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) d đi qua hai điểm A, B với $A(-1; -3)$ và $B(-4; -2)$;

ĐS: $y = -\frac{1}{3}x - \frac{10}{3}$.

b) d đi qua hai điểm C, D với $C(1; -2)$ và $D(-1; 6)$.

ĐS: $y = -4x + 2$.

Bài 13. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$ với a, b là hằng số. Tìm a và b biết:

a) d đi qua điểm A nằm trên Ox có hoành độ bằng -3 và song song với đường thẳng $d_1: y = -5x + 4$;

ĐS: $d: y = -5x - 15$.

b) d vuông góc với đường thẳng $d_2: y = -\frac{1}{2}x + 2018$ và đi qua giao điểm của $y = -x + 3$ với trục tung.

ĐS: $d: y = 2x + 3$.

Bài 14. Tìm a và b để đường thẳng $d: y = ax + b$

a) Cắt $d_1: y = x + 4$ tại một điểm nằm trên trục Ox và cắt $d_2: y = 5x - 3$ tại một điểm nằm trên trục Oy .
ĐS: $d: y = -\frac{3}{4}x - 3$.

b) Đi qua điểm $M(1; 2)$ và chắn trên hai trục tọa độ những đoạn bằng nhau.
ĐS: $d: y = x + 1$, $d: y = -x + 3$.

c) Song song với $d_3: y = x + 6$ và khoảng cách từ O đến d bằng $2\sqrt{2}$.
ĐS: $d: y = x + 4$, $d: y = x - 4$.

E. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng song song với nhau trong các đường thẳng sau:

- a) $(d_1): y = 2x + 1;$ b) $(d_2): y = \frac{x+3}{2};$ c) $(d_3): y = -\frac{1}{2}x + 2;$
 d) $(d_4): y = 0,5x - 1;$ e) $(d_5): y = 4 + 2x;$ f) $(d_6): y = 1 - 2x.$

Câu 2. Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng vuông góc với nhau trong các đường thẳng sau:

- a) $(d_1): y = 2x + 1;$ b) $(d_2): y = \frac{x+3}{2};$ c) $(d_3): y = -\frac{1}{2}x + 2;$
 d) $(d_4): y = 0,5x - 1;$ e) $(d_5): y = 4 + 2x;$ f) $(d_6): y = 1 - 2x.$

Câu 3. Chứng tỏ rằng hai đường thẳng sau luôn cắt nhau với mọi giá trị của m :

- a) $(d_1): y = (m^2 - m + 1)x + 1$ và $(d_2): y = \frac{-x+m}{2}.$
 b) $(d_3): y = (m^2 + 1)x + 2012$ và $(d_4): y = -mx + 2012.$

Câu 4. Tìm m để đường thẳng $(d_1): y = (2 - m^2)x - m - 5$ song song với đường thẳng $(d_2): y = -2x + 2m + 1.$

Câu 5. Cho đường thẳng $(d): 2x + y - 3 = 0$ và điểm $M(-1; 1)$. Viết phương trình đường thẳng (d') đi qua điểm M và song song với (d) .

Câu 6. Cho $M(0; 2), N(1; 0), P(-1; -1)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA và AB của tam giác ABC . Viết phương trình đường thẳng AB .

Câu 7. Tìm m để đường thẳng $(d): y = m^2x + 1 - m$ vuông góc với đường thẳng $(d'): y = -\frac{1}{4}x + 2012$.

Câu 8. Tìm a và b , biết đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ vuông góc với đường thẳng $(d_2): y = -\frac{1}{3}x$ và (d_1) đi qua điểm $P(1; -1)$.

Câu 9. Cho ba điểm $A(1; 2), B(3; 0), C(0; 1)$.

a) Chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) Viết phương trình đường thẳng chứa đường cao AH của $VABC$.

Câu 10. Cho $M(0; 2), N(1; 0), P(-1; -1)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Viết phương trình đường trung trực của đoạn thẳng AB .

Câu 11. Đường thẳng $y = kx + \frac{1}{2}$ song song với đường thẳng $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{7}$ khi k có giá trị là

Câu 12. Đường thẳng $y = \frac{2m+3}{5}x + \frac{4}{7}$ song song với đường thẳng $y = \frac{5m+2}{3}x - \frac{1}{2}$ khi m có giá trị là

Câu 13. Hai đường thẳng $y = (2m+1)x - \frac{2}{3}$ và $y = (5m-3)x + \frac{3}{5}$ cắt nhau khi m có giá trị là

Câu 14. Cho đường thẳng $(d): y = ax + b$. Tìm giá trị của a và b trong mỗi trường hợp sau:

a) $(d) \parallel (d_1): y = 2x + 3$;

b) (d) trùng $(d_2): y = -x + 1$;

c) (d) cắt $(d_3): y = \frac{1}{2}x$;

d) $(d) \perp (d_4): y = -\frac{1}{2}x$.

Câu 15. Viết phương trình đường thẳng (d') song song với đường thẳng $(d): y = -4x + 5$ và đi qua điểm $M(1; -1)$.

Câu 16. Xác định a và b để đường thẳng $(d_1): y = ax + b$ vuông góc với đường thẳng $(d_2): y = -\frac{1}{2}x$ và đi qua điểm $P(-1; 2)$.

Câu 17. Cho tam giác ABC có $A(1; 5), B(-3; 1), C(5; 3)$.

a) Viết phương trình đường trung trực của cạnh BC .

b) Viết phương trình đường trung bình MN của tam giác ABC ($MN \parallel BC$).

Câu 18. Cho $M(0; 4), N(2; 0), P(-1; -2)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Viết phương trình đường thẳng AB .

Câu 19. Cho hai đường thẳng $(d_1): y = mx + m$ và $(d_2): y = \sqrt{3}x + m^2 + \sqrt{3}$.

Chứng minh rằng (d_1) và (d_2) không trùng nhau với mọi giá trị của m .

Câu 20. Cho ba điểm không thẳng hàng $A(-3; 0), B(0; 2), C(1; 0)$. Xác định điểm D trên mặt phẳng tọa độ sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

--- HẾT ---

Bài 5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b (a \neq 0)$

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b (a \neq 0)$ và trục Ox : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , khi nói góc α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox (hoặc nói rằng đường thẳng $y = ax + b$ tạo với trục Ox một góc α), ta cần hiểu rằng đó là góc tạo bởi tia Ax và tia AT , trong đó A là giao điểm của hai đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox , T là điểm thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương.
- Cho đường thẳng $y = ax + b (a \neq 0)$. Khi đó, hệ số góc của đường thẳng đã cho là $k = a$.
- Cho đường thẳng $y = ax + b (a \neq 0)$; với α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox . Khi đó
 - Nếu $\alpha > 0$ thì α là góc nhọn. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 90° .
 - Nếu $\alpha < 0$ thì α là góc tù. Hệ số a càng lớn thì góc càng lớn nhưng vẫn nhỏ hơn 180° .

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Tìm hệ số góc của đường thẳng

- Sử dụng kiến thức liên quan để vị trí tương đối của hai đường thẳng và hệ số góc của hai đường thẳng.

Ví dụ 1. Xác định hệ số góc của các đường thẳng sau:

a) $d_1: y = 2x + 1;$

b) $d_2: y = -3x - 4;$

c) $d_3: y = \frac{1}{2}x - 3;$

d) $d_4: 3y = -x + 2.$

Ví dụ 2. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$. Xác định hệ số góc của d biết:

a) d song song với đường thẳng $d_1: 3x - y = 2;$

ĐS: $k = 3.$

b) d tạo với tia Ox một góc $\alpha = 60^\circ.$

ĐS: $k = \sqrt{3}.$

Ví dụ 3. Cho đường thẳng $d: y = (2m - 5)x - 3m + 2$ với m là tham số. Tìm hệ số góc của d biết

a) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2; **ĐS:** $k = 11$.

b) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5; **ĐS:** $k = -7$.

c) d đi qua điểm $A(-2; -2)$. **ĐS:** $k = -1$.

Ví dụ 4. Cho đường thẳng $d: y = (m^2 - 2m - 2)x + 5m + 7$ với m là tham số. Tìm m để d có hệ số góc nhỏ nhất. **ĐS:** $m = 1$.

Dạng 2: Xác định góc tạo bởi đường thẳng và trục Ox

- Cách 1: Gọi α là góc tạo bởi trục Ox và đường thẳng d . Ta có
- ✓ Nếu $\alpha < 90^\circ$ thì $\alpha > 0$ và $\alpha = \tan \alpha$.

- Bước 1: Gọi $d: y = ax + b$ là phương trình đường thẳng cần tìm (a, b là các hằng số).
- Bước 2: Dựa vào kiến thức đã học về góc và hệ số góc để tìm a, b .

Ví dụ 7. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) d đi qua $M(-3; 1)$ và có hệ số góc bằng $\frac{2}{5}$;

ĐS: $(d): y = \frac{2}{5}x + \frac{11}{5}$.

b) d đi qua $N(1; 2)$ và tạo với tia Ox một góc 60° ;

ĐS: $(d): y = \sqrt{3}x + 2 - \sqrt{3}$.

c) d đi qua điểm $P(0; -2)$ và tạo với tia Ox một góc 135° .

ĐS: $(d): y = -x - 2$.

Ví dụ 8. Xác định đường thẳng d biết d đi qua điểm $A(1; -1)$ sao cho d tạo với tia Ox một góc

a có $\tan a = \frac{1}{3}$.

ĐS: $(d): y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Đường thẳng (d) đi qua giao điểm của hai đường thẳng $y = x + 1, y = 2x$ và song song với đường thẳng $y = \sqrt{2}x + 2 + \sqrt{2}$ là

A. $y = \sqrt{4}x + 2 - \sqrt{2}$.

B. $y = (2 + \sqrt{2})x + 1$.

C. $y = \sqrt{2}x + 2 - \sqrt{2}$.

D. $y = x + \sqrt{2}$.

Câu 2. Đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

A. $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$.

B. $y = 2x - \frac{3}{2}$.

C. $y = -2x + \frac{3}{2}$.

D. $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$.

Câu 3. Đường thẳng $y = (m+1)x - 2$ vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 2011$ thì m bằng

A. - 2.

B. - 3.

C. - 1.

D. 1.

II. TỰ LUẬN

Bài 1. Xác định hệ số góc của đường thẳng sau:

a) $d_1: y = 3x - 1$;

b) $d_2: y = -3x + 7$;

c) $d_3: y = \frac{1}{5}x - 3$;

d) $d_4: 3y = -2x + 2$.

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho đường thẳng $d: y = ax + 5$. Xác định hệ số góc của d biết:

a) d song song với đường thẳng $d_1: 2x - y = 2$;

ĐS: $k = 2$.

b) d tạo với Ox một góc $a = 60^\circ$.

ĐS: $k = \sqrt{3}$.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5. Tìm góc tạo bởi tia Ox và các đường thẳng sau (làm tròn đến độ) biết:

a) $d_1: y = -2x + 1$;

ĐS: 117° .

b) $d_2: y = -\frac{1}{3}x - 4$;

ĐS: 162° .

c) $d_3: \frac{\sqrt{3}}{2}x - y + \frac{1}{2} = 0$;

ĐS: 41° .

d) $d_4: x - 4y = 0$.

ĐS: 14° .

Bài 6. Tìm góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d biết:

a) d có phương trình là $y = 3x - 1$;

ĐS: 72° .

b) d cắt tia Oy tại điểm có tung độ bằng 4 và cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng -3.

ĐS: 53° .

Bài 8. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) d đi qua $M(4; 3)$ và có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$;

ĐS: $(d): y = \frac{1}{4}x + 2$.

b) d đi qua $N(-\sqrt{3}; 4)$ và tạo với tia Ox một góc 30° ;

ĐS: $(d): y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 5$.

c) d đi qua $P(0; 4)$ và tạo với tia Ox một góc 45° .

ĐS: $(d): y = x + 4$.

Bài 9. Xác định đường thẳng d , biết d đi qua điểm $A(7; -3)$ sao cho d tạo với tia Ox một góc a có $\tan a = \frac{5}{7}$.

ĐS: $(d): y = \frac{5}{7}x - 8$.

D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 10. Xác định hệ số góc của các đường thẳng sau:

- a) $d_1: y = -5x - 4$;
- b) $d_2: y = x + 1$;
- c) $d_3: y = \frac{\sqrt{3}}{5}x + 2$;
- d) $d_4: 2y = x$.

Bài 11. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$. Xác định hệ số góc của d biết:

- a) d vuông góc với đường thẳng $d_1: 4x - y - 3 = 0$;
ĐS: $k = -\frac{1}{4}$.
- b) d tạo với tia Ox một góc $a = 150^\circ$.
ĐS: $k = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Bài 12. Cho đường thẳng $d: y = (2m^2 - 5m)x + m + 4$ với m là tham số. Tìm hệ số góc của d biết rằng

- a) d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3;
 b) d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng - 2;
 c) d đi qua điểm $A(2;2)$.

ĐS: $k = -2, k = -\frac{13}{9}$.
ĐS: $k = 102$.
ĐS: $k = -2, k = -\frac{9}{8}$.

Bài 13. Tìm m để đường thẳng $d: y = (-m^2 - 4m - 2)x - 2m + 1$ với m là tham số có hệ số góc lớn nhất. **ĐS:** $m = -2$.

Bài 14. Tìm góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d (làm tròn đến độ) biết:

- a) $d_1: y = -3x + 1$; **ĐS:** 108° .
 b) $d_2: y = x - \frac{1}{2}$; **ĐS:** 45° .
 c) $d_3: \sqrt{3}y = x - 2$; **ĐS:** 30° .

d) $d_4 : x + y = 0$.

ĐS: 135° .

Bài 15. Tìm góc tạo bởi tia Ox và đường thẳng d biết:

a) d có phương trình là $y = 2x + 5$;

ĐS: 63° .

b) d đi qua hai điểm $A(-1; 0)$ và $B(0; \sqrt{3})$.

ĐS: 60° .

Bài 16. Cho các đường thẳng $d_1 : y = 2x + 4$ và $d_2 : y = -\frac{1}{9}x - \frac{2}{9}$.

a) Vẽ các đường thẳng d_1 và d_2 trên cùng một mặt phẳng tọa độ và chứng minh chúng cắt nhau tại điểm A nằm trên trục hoành;

b) Gọi giao điểm của d_1 và d_2 với trục hoành lần lượt là B và C . Tính các góc của tam giác ABC ;

c) Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

Bài 17. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) d đi qua điểm $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ và có hệ số góc bằng -3 ;

ĐS: $(d): y = -3x + \frac{1}{2}$.

b) d đi qua điểm $B(0;1)$ và tạo với tia Ox một góc 150° ;

ĐS: $(d): y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$.

c) d đi qua điểm $C(-1;0)$ và tạo với tia Ox một góc 30° .

ĐS: $(d): y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$.

--- HẾT ---

Bài. ÔN TẬP CHƯƠNG II

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Xem lại kiến thức trọng tâm từ bài 1 đến bài 5.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Tìm điều kiện của biến x để hàm số được xác định

Ví dụ 1. Tìm tất cả các giá trị của x để hàm số sau được xác định

a) $y = x + 1$; b) $y = \frac{x+1}{x-4}$; c) $y = \sqrt{2x+1} - 1$; d) $y = \frac{5}{x+3} + \sqrt{x-2}$.

Dạng 2: Tìm giá trị của tham số để hàm số là hàm số bậc nhất

Ví dụ 2. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau đây là hàm số bậc nhất

a) $y = (m-3)x - 2$; ĐS: $m \neq 3$.

b) $y = (m^2 + 1)x - 1$; ĐS: với mọi m .

c) $y = \frac{x}{m-3}$; ĐS: $m \neq 3$.

d) $y = (4m^2 - 1)x^2 + (1+m)x$. ĐS: $m = -\frac{1}{2}$ hoặc $m = \frac{1}{2}$.

Dạng 3: Xét sự đồng biến nghịch biến rồi tính giá trị của hàm số

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x) = (k^2 - 2k + 2)x + 3k - 1$ với k là tham số.

a) Chứng minh $y = f(x)$ luôn là hàm số bậc nhất và đồng biến với mọi k ;

b) Không cần tính, hãy so sánh $f(-2)$ và $f(3)$.

ĐS: $f(-2) < f(3)$.

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x) = (-k^2 - 4k - 5)x - 2k + 1$ với k là tham số

a) Chứng minh $y = f(x)$ luôn là hàm số bậc nhất và nghịch biến với mọi k ;

b) Không cần tính, hãy so sánh $f(-2)$ và $f(5)$.

ĐS: $f(-2) > f(5)$.

Ví dụ 7. Cho đường thẳng $d: y = (4m + 5)x - 2m + 7$ với m là tham số.

a) Tìm các giá trị của m để d cùng với hai đường thẳng $d_1: y = 3x - 1$ và $d_2: y = 2x + 1$ đồng quy; ĐS: $m = -2$.

b) Tìm m để d song song với đường thẳng $d_3: y = -3x + 2$. ĐS: $m = -2$.

Dạng 6: Xác định góc tạo bởi đường thẳng và trục Ox

Ví dụ 8. Cho đường thẳng $(d): y = \frac{3}{4}x + 3$.

a) Vẽ đường thẳng (d) .

b) Tính góc tạo bởi đường thẳng (d) và trục Ox .

c) Tính diện tích tam giác do đường thẳng (d) tạo với hai trục tọa độ.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Đường thẳng $y = x + m - 2$ đi qua điểm $E(1; 0)$ khi
A. $m = - 1.$ **B.** $m = 3.$ **C.** $m = 0.$ **D.** $m = 1.$

Câu 2: Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất?
A. $y = 2x^2.$ **B.** $y = - \frac{1}{x}.$ **C.** $y = - x + 2.$ **D.** $y = - 3x^2.$

Câu 3: Một hàm số bậc nhất được cho bằng bảng bên dưới. Hàm số đó là hàm số nào sau đây?

x	- 2	- 1	0	1	2
y	5	3	1	- 1	- 3

A. $y = 3x + 1.$ **B.** $y = - 2x + 1.$ **C.** $y = - 3x + 1.$ **D.** $y = 2x + 1.$

Câu 4: Tìm m để hàm số $y = \frac{3}{m+2}x + 1$ đồng biến trên tập số thực \mathbb{R} .
A. $m > - 2.$ **B.** $m < - 2.$ **C.** $m > 2.$ **D.** $m \in - 2.$

Câu 5: Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $x - 3y = - 1$?
A. $(2; 0).$ **B.** $(2; 1).$ **C.** $(1; 2).$ **D.** $(2; - 1).$

Câu 6: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất?

- A. $y = ax + b$ B. $y = 1 - 2x$ C. $y = x^2 + 1$ D. $y = \frac{1}{x}$.

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến với mọi x ?

- A. $y = -2x + 4$ B. $y = \sqrt{3}x - 2$ C. $y = -\frac{7}{2} - 2x$ D. $y = \frac{1-x}{3}$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , tập nghiệm của phương trình $4x + y = 1$ được biểu diễn bởi đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = 4x + 1$ B. $y = -4x - 1$ C. $y = -4x + 1$ D. $y = 4x - 1$.

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị hàm số $y = -2x + 4$ cắt trục hoành tại điểm

- A. $M(0; 2)$ B. $N(2; 0)$ C. $P(4; 0)$ D. $Q(0; 4)$.

Câu 10: Tìm m biết điểm $A(1; -2)$ thuộc đường thẳng có phương trình $y = (2m - 1)x + 3 + m$.

- A. $m = -\frac{5}{3}$ B. $m = \frac{5}{3}$ C. $m = \frac{4}{3}$ D. $m = -\frac{4}{3}$.

Câu 11: Xác định giá trị của m để các đường thẳng $y = 2x + 4$, $y = 3x + 5$, $y = -mx$ cùng đi qua một điểm.

- A. $m = \frac{1}{2}$ B. $m = -\frac{1}{2}$ C. $m = 2$ D. $m = -2$.

Câu 12: Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = 2x - 3$ và $y = -x + 1,5$.

- A. $(2; 0)$ B. $(3; \frac{3}{2})$ C. $(0; \frac{3}{2})$ D. $(2; 3)$.

Câu 13: Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = (2m - 1)x + m + 2$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $-\frac{2}{3}$.

- A. $m = \frac{-1}{2}$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = -8$ D. $m = 8$.

Câu 14: Tìm các giá trị của m để hàm số $y = (2m - 3)x + 2$ có đồ thị là một đường thẳng song song với trục hoành

- A. $m = \frac{3}{2}$ B. $m = \frac{3}{2}$ C. $m = \frac{3}{2}$ D. $m = -\frac{3}{2}$.

Câu 15: Tính góc nhọn a tạo bởi đường thẳng $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ và trục Ox .

- A. $a = 45^\circ$ B. $a = 75^\circ$ C. $a = 30^\circ$ D. $a = 60^\circ$.

Câu 16: Trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba đường thẳng $y = x + 2$, $y = 2x + 1$ và $y = (m^2 - 1)x - 2m + 1$. Tìm giá trị của m để ba đường thẳng cùng đi qua một điểm.
A. $m = -3$. **B.** $m \in \{-1; 1\}$. **C.** $m \in \{-1; 3\}$. **D.** $m = 1$.

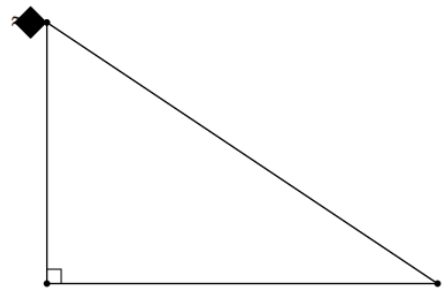
Câu 17: Cho hai đường thẳng $d_1: y = -2x + 3$ và $d_2: y = -\frac{1}{2}x + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. d_1 và d_2 trùng nhau.
B. d_1 và d_2 cắt nhau tại một điểm trên trục tung.
C. d_1 và d_2 song song với nhau.
D. d_1 và d_2 cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

Câu 18: Tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $y = 2x + m + 2$ và $y = (m^2 + 1)x + 1$ song song với nhau là
A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \pm 1$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

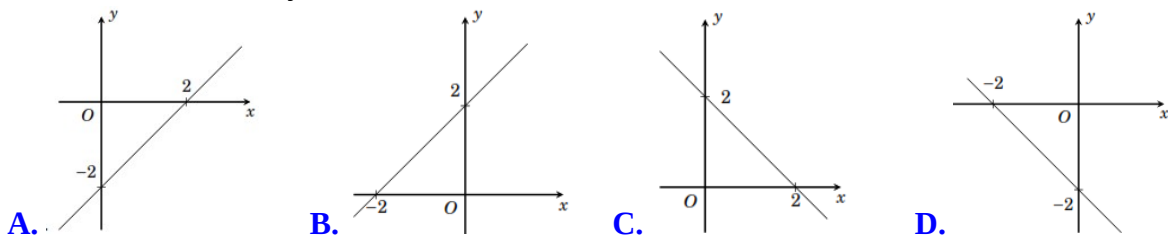
Câu 19: Hệ số góc của đường thẳng $y = -5x + 7$ là
A. $-5x$. **B.** 5 . **C.** -5 . **D.** 7 .

Câu 20: Xác định hệ số góc a của đường thẳng $y = 2x - 3$.
A. $a = -\frac{1}{3}$. **B.** $a = -3$. **C.** $a = 2$. **D.** $a = \frac{1}{2}$.

Câu 21: Bạn An chơi thả diều. Tại thời điểm dây diều dài 80 m và tạo với phương thẳng đứng một góc 50° . Tính khoảng cách d từ diều đến mặt đất tại thời điểm đó (giả sử dây diều căng và không giãn; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
A. $d \approx 51,42$ m. **B.** $d \approx 57,14$ m.
C. $d \approx 54,36$ m. **D.** $d \approx 61,28$ m.



Câu 22: Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = x - 2$



Câu 23: Tìm điều kiện của m để hàm số $y = (2m - 1)x + 2$ luôn đồng biến.
A. $m > \frac{1}{2}$. **B.** $m < \frac{1}{2}$. **C.** $m > \frac{1}{2}$. **D.** $m \in \frac{1}{2}$.

Câu 24: Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất?

- A. $y = \sqrt{x+2}$. B. $y = \frac{2}{x} + 1$. C. $y = -2x + 1$. D. $y = x^2$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (2m - 1)x + 2 + m$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- A. $m > 0$. B. $m < 0$. C. $m < \frac{1}{2}$. D. $m > \frac{1}{2}$.

Câu 26: Hàm số $y = (m - 4)x + 7$ đồng biến trên \mathbb{R} , với

- A. $m \notin \mathbb{R}$. B. $m > 4$. C. $m < 4$. D. $m^1 < 4$.

Câu 27: Cho hàm số $y = ax + 2$. Xác định a để khi $x = 2$ thì $y = -4$.

- A. $a = -3$. B. $a = 3$. C. $a = 2$. D. $a = -2$.

Câu 28: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất

- A. $y = \frac{1}{x+2}$. B. $y = \sqrt{x} + 1$. C. $y = -2x + x^4$. D. $y = 3 + 5x$.

Câu 29: Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ không xác định với

- A. $x^1 < 2$. B. $x > 2$. C. $x < 2$. D. mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 30: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = (m^2 - 2)x + 1$ là hàm số bậc nhất đồng biến?

- A. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. B. $m > \sqrt{2}$ hoặc $m < -\sqrt{2}$.
 C. $m^1 \neq 2$. D. Với mọi giá trị của m thuộc \mathbb{R} .

II. TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm điều kiện của x để hàm số sau được xác định

- a) $y = 3x + 8$; ĐS: Luôn xác định.
 b) $y = \frac{x}{x-2}$; ĐS: $x^1 \neq 2$.
 c) $y = x - \sqrt{3x}$; ĐS: $x^3 \geq 0$.
 d) $y = \frac{3}{x-1} + \sqrt{x-4}$. ĐS: $x^3 \geq 4$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau đây là hàm số bậc nhất

a) $y = (m - 2)x - 3$;

ĐS: $m \neq 2$.

b) $y = \frac{m - 1}{m^2 + 1}x + 1$;

ĐS: $m \neq 1$.

c) $y = 12 - \frac{\sqrt{m + 3}}{2m - 7}x$;

ĐS: $m \neq -3$ và $m \neq \frac{7}{2}$.

d) $y = (m^2 - 1)x^2 + (1 + m)x$.

ĐS: $m \in \mathbb{R}$.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = (m^2 + m + 1)x + 3$ với m là tham số

a) Chứng minh $y = f(x)$ luôn là hàm số bậc nhất và đồng biến với mọi m ;

ĐS: mọi m .

b) Không cần tính, hãy so sánh $f(4)$ và $f(9)$.

ĐS: $f(4) < f(9)$.

Bài 4. Cho hai hàm số $y = 4x + 2$ và $y = -2x + 1$ có đồ thị lần lượt là hai đường thẳng d_1 và d_2 .

a) Vẽ d_1 và d_2 trên cùng một hệ trục tọa độ;

a) $y = x - 1$; b) $y = \frac{x - 1}{x - 3}$; c) $y = \sqrt{3x - 2} + 1$; d) $y = \frac{3\sqrt{x - 1}}{2} + \frac{1}{x - 3}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau đây là hàm số bậc nhất

a) $y = (m + 5)x + m$; ĐS: $m^1 - 5$.

b) $y = (4m^2 - 3)x + \frac{3}{7}$; ĐS: $m^1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) $y = \frac{2}{m - 2}x$; ĐS: $m^1 - 2$.

d) $y = (m^2 - 16)x^2 + (m + 4)x$. ĐS: $m \in \mathbb{R}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 9. Cho hai đường thẳng $d_1: y = 2x - 3$ và $d_2: y = 3 - x$.

a) Vẽ d_1 và d_2 trên cùng một hệ trục tọa độ;

b) Tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 . ĐS: $(2; 1)$.

Bài 10. Cho đường thẳng $d: y = (m+2)x + m - 1$ với m là tham số.

a) Tìm các giá trị của m để d cùng với hai đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$ và $d_2: y = -x + 4$ đồng quy;
ĐS: $m = 1$.

b) Tìm m để d vuông góc với đường thẳng $d_3: y = -\frac{2}{5}x - \frac{1}{2}$.
ĐS: $m = \frac{1}{2}$.

E. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Cho các hàm số $(d): y = x - 1$ và $(d'): y = -x + 3$. Vẽ đồ thị (d) và (d') trên cùng một hệ trục tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (d') .

Câu 2: Tìm m và n để đường thẳng $(d): y = (m - 1)x + 2 - n$ đi qua hai điểm $A(2; -1)$ và $B(-3; -6)$.

- Câu 3:** Viết phương trình đường thẳng (d) cắt $(d\phi : y = x - 3$ tại điểm có tung độ bằng $- 1$ và biết (d) có hệ số góc bằng 2 .
- Câu 4:** Cho đường thẳng $(d) : y = 3x - 2$ và điểm $M(- 1; 1)$. Viết phương trình đường thẳng $(d\phi)$ đi qua điểm M và song song với (d) .
- Câu 5:** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho $M(2; 4), N(0; 2)$. Tìm các điểm A trên mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho $AM = AN$.
- Câu 6:** a) Với giá trị nào của m thì hàm số $y = (m + 6)x - 7$ đồng biến?
b) Với giá trị nào của k thì hàm số $y = (- k + 9)x + 100$ nghịch biến?
- Câu 7:** Với giá trị nào của m thì đồ thị của các hàm số $y = 12x + (5 - m)$ và $y = 3x + (3 + m)$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung?
- Câu 8:** Tìm giá trị của a để hai đường thẳng $y = (a - 1)x + 2$ và $y = (3 - a)x + 1$ song song với nhau.
- Câu 9:** Với giá trị nào của k và m thì hai đường thẳng $y = kx + (m - 2)$ và $y = (5 - k)x + (4 - m)$ trùng nhau?
- Câu 10:** Cho đường thẳng $(d) : y = (1 - 4m)x + m - 2$.
a) Với giá trị nào của m thì đường thẳng d đi qua gốc tọa độ?
b) Với giá trị nào của m thì đường thẳng d tạo với trục Ox một góc nhọn? Góc tù?
c) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{3}{2}$?
d) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục hoành tại một điểm có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$?
- Câu 11:** Vẽ đồ thị của các hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ
a) $(d_1) : y = 3x + 6$; b) $(d_2) : y = 2x + 4$; c) $(d_3) : y = x + 2$; d) $(d_4) : y = \frac{1}{2}x + 1$;.
- Câu 12:** Cho đường thẳng $(d) : y = (m - 2)x + n (m \neq 2)$. Tìm giá trị của m và n trong các trường hợp sau?
a) Đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(- 1; 2)$, $B(3; - 4)$;
b) Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $1 - \sqrt{2}$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $2 + \sqrt{2}$;
c) Đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$;

d) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$;

e) Đường thẳng (d) trùng với đường thẳng $y = 2x - 3$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = ax^5 + bx^3 + 2007x + 1$ với $a, b \in \mathbb{R}$, biết $f(\sqrt{2}) = 2$. Tính $f(-\sqrt{2})$.

Câu 14: Cho hàm số $y = (m-3)x^2 + m(x-1) + 2$.

a) Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất?

b) Với giá trị vừa tìm được của m ở câu a, thì hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến?

Câu 15: Xác định hàm số $y = ax + b$, biết rằng đồ thị của nó song song với đồ thị của hàm số $y = -2x$ và đi qua điểm $A(1; -3)$.

Câu 16: Cho các đường thẳng $(d_1) : y = -2x + 3$; $(d_2) : y = \frac{1}{2}x + 1$; $(d_3) : y = -2x - 1$. Không vẽ đồ thị của các hàm số đó, hãy cho biết vị trí tương đối giữa các đường thẳng đó đối với nhau như thế nào?.

Câu 17: Cho các đường thẳng $(d_1) : y = (2m-1)x + m^2 - 1$; $(d_2) : y = (m+3)x - 3$.

a) Tìm các giá trị của m để $(d_1) \perp (d_2)$.

b) Tìm các giá trị của m để (d_1) đi qua gốc tọa độ.

Câu 18: Tìm điểm M trên đường thẳng $(d) : y = -2x + 25$ sao cho khoảng cách OM nhỏ nhất, với O là gốc tọa độ.

--- HẾT ---

ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II – ĐỀ SỐ 1

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số bậc nhất là

- A. $y = \frac{2}{x} + 5$. B. $y = \frac{2}{3} - 2x^2$. C. $x + 3y = 2$. D. $y = -3\sqrt{x} + 1$.

Câu 2. Hàm số $y = (4 - m^2)x^2 + (2 - m)x + 3$ là hàm số bậc nhất khi và chỉ khi

- A. $m = 3$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 3. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = 2x - 3$ là

- A. $(0; 3)$. B. $(3; 0)$. C. $(0; -3)$. D. $(-3; 0)$.

Câu 4. Cho đường thẳng $d: y = 3x - 4$. Đường thẳng d' nào sau đây song song với đường thẳng d ?

- A. $d': y = 2x - 4$. B. $d': y = -4x + 3$. C. $d': y = 3x - 2$. D. $d': y = -3x + 1$.

Câu 5. Đường thẳng nào sau đây có hệ số góc là $\frac{1}{2}$?

- A. $y = 2x + 3$. B. $y = \frac{x+3}{2}$. C. $x + 2y = 0$. D. $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

Câu 6. Góc tạo bởi đường thẳng $y = \sqrt{3}x - 2$ và tia Ox là

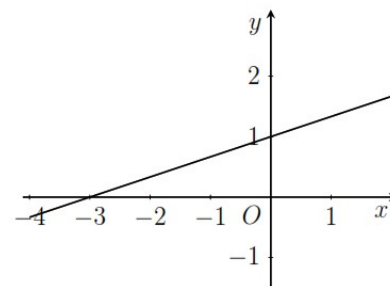
- A. 60° . B. 30° . C. 120° . D. 150° .

Câu 7. Đường thẳng $y = (m - 1)x - 3$ đi qua $A(2; 3)$ thì giá trị của m là

- A. $m = 2$. B. $m = 4$. C. $m = 6$. D. $m = 0$.

Câu 8. Đồ thị trong hình vẽ sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -4x + 1$.
 C. $y = \frac{1}{3}x + 1$. D. $3y = -x + 1$.



II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 9. Gọi d_1, d_2 lần lượt là đồ thị của các hàm số $y = 4x + 3$ và $y = -x - 2$.

a) Vẽ d_1 và d_2 trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm M của d_1 và d_2 .

c) Tính góc tạo bởi d_2 và tia Ox .

Câu 10. Viết phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$ biết

a) d có hệ số góc là -3 và đi qua điểm $A(-1; 4)$.

b) d song song với đường thẳng $y = x - 3$ và đi qua một điểm trên trục hoành có hoành độ bằng 5.

Câu 11. Tìm m để đường thẳng $d: y = (2m^2 + 1)x + 2$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{2}{19}$.

.....

.....

.....

.....

A series of horizontal dotted lines for writing, spanning the width of the page.