

CHỦ ĐỀ 6

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

Bài toán 1. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm $M(x; y; z)$ thuộc đường thẳng Δ sao cho $T = \left| \overrightarrow{\alpha_1 MA_1} + \overrightarrow{\alpha_2 MA_2} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n MA_n} \right|$ nhỏ nhất (với $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ là các số thực cho trước thỏa mãn $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n \neq 0$).

Phương pháp giải

Cách 1: Phương pháp hình học (Chọn điểm phụ)

Bước 1: Tìm tọa độ điểm phụ I

Gọi I là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{\alpha_1 IA_1} + \overrightarrow{\alpha_2 IA_2} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n IA_n} = \vec{0}$

Dựa vào đẳng thức $\overrightarrow{\alpha_1 IA_1} + \overrightarrow{\alpha_2 IA_2} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n IA_n} = \vec{0}$ ta tìm được tọa độ điểm I .

Ta có:

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{\alpha_1 (MI + IA_1)} + \overrightarrow{\alpha_2 (MI + IA_2)} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n (MI + IA_n)} \\ &= (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{\alpha_1 IA_1} + \overrightarrow{\alpha_2 IA_2} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n IA_n} \\ &= (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) \overrightarrow{MI} \quad (\text{do } \overrightarrow{\alpha_1 IA_1} + \overrightarrow{\alpha_2 IA_2} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n IA_n} = \vec{0}) \\ \Rightarrow T &= \left| \overrightarrow{\alpha_1 MA_1} + \overrightarrow{\alpha_2 MA_2} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n MA_n} \right| = \left| \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n \right| \left| \overrightarrow{MI} \right| \end{aligned}$$

Vì $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$ là hằng số khác không nên $T_{\min} \Leftrightarrow \left| \overrightarrow{MI} \right|_{\min}$

Mà $M \in \Delta$ nên MI nhỏ nhất khi điểm M cần tìm là hình chiếu của I trên đường thẳng Δ .

Bước 2: Tìm tọa độ điểm M

+ $M \in \Delta \Rightarrow M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$. Tính $\overrightarrow{IM}$

+ Do $IM \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{IM} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow t \Rightarrow$ độ điểm M cần tìm.

Cách 2: Phương pháp đại số

+ $M \in \Delta \Rightarrow M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$

+ $T = \left| \overrightarrow{\alpha_1 MA_1} + \overrightarrow{\alpha_2 MA_2} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n MA_n} \right| = f(t)$ theo hàm t .

+ Xét $f(t)$ để tìm giá trị nhỏ nhất, suy ra t

$$\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Bài toán 2. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ và đường thẳng Δ . Tìm tọa độ điểm $M(x; y; z)$ thuộc đường thẳng Δ sao cho $T = \alpha_1 MA_1^2 + \alpha_2 MA_2^2 + \dots + \alpha_n MA_n^2$ nhỏ nhất (hoặc lớn nhất) (với $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ là các số thực cho trước thỏa mãn $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n \neq 0$).

Chú ý:

$$T_{\min} \Leftrightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n > 0$$

$$T_{\max} \Leftrightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n < 0$$

Phương pháp giải

Cách 1: Phương pháp hình học (Chọn điểm phụ)

Bước 1: Tìm tọa độ điểm phụ I

+ Gọi I là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{\alpha_1 IA_1} + \overrightarrow{\alpha_2 IA_2} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n IA_n} = \vec{0}$

+ Dựa vào đẳng thức $\overrightarrow{\alpha_1 IA_1} + \overrightarrow{\alpha_2 IA_2} + \dots + \overrightarrow{\alpha_n IA_n} = \vec{0}$ ta tìm được tọa độ điểm I .

+ Ta có:

$$\begin{aligned} T &= \alpha_1 MA_1^2 + \alpha_2 MA_2^2 + \dots + \alpha_n MA_n^2 \\ &= \alpha_1 (\overrightarrow{MA_1})^2 + \alpha_2 (\overrightarrow{MA_2})^2 + \dots + \alpha_n (\overrightarrow{MA_n})^2 \\ &= \alpha_1 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_1})^2 + \alpha_2 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_2})^2 + \dots + \alpha_n (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_n})^2 \\ &= (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) MI^2 + \alpha_1 IA_1^2 + \alpha_2 IA_2^2 + \dots + \alpha_n IA_n^2 + 2MI(\alpha_1 \overrightarrow{IA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{IA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{IA_n}) \\ &= (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) MI^2 + \alpha_1 IA_1^2 + \alpha_2 IA_2^2 + \dots + \alpha_n IA_n^2 \quad (\text{do } \alpha_1 \overrightarrow{IA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{IA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{IA_n} = \vec{0}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) MI^2 + \alpha_1 IA_1^2 + \alpha_2 IA_2^2 + \dots + \alpha_n IA_n^2$$

+ Vì $\alpha_1 IA_1^2 + \alpha_2 IA_2^2 + \dots + \alpha_n IA_n^2$ không đổi nên:

- với $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n > 0$ thì T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất.
- với $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n < 0$ thì T đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất.

+ Mà $M \in \Delta$ nên MI nhỏ nhất khi điểm M cần tìm là hình chiếu của I trên đường thẳng Δ .

Bước 2: Tìm tọa độ điểm M

+ $M \in \Delta \Rightarrow M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$. Tính $\overrightarrow{IM}$

+ Do $IM \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{IM} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow t \Rightarrow$ độ điểm M cần tìm.

Cách 2: Phương pháp đại số

$$+ M \in \Delta \Rightarrow M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$$

$$+ T = \left| \alpha_1 \overrightarrow{MA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{MA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{MA_n} \right| = f(t) \text{ theo hàm } t.$$

+ Xét $f(t)$ để tìm giá trị nhỏ nhất, suy ra t

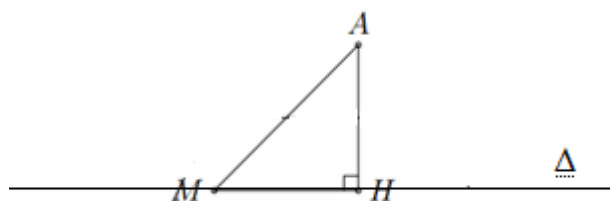
Bài toán 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ cố định và điểm M di động trên đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \text{ . Tìm tọa độ điểm } M \text{ để } AM \text{ có giá trị nhỏ nhất.}$$

Phương pháp giải

Cách 1: Phương pháp hình học

Bước 1:



+ Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng Δ .

+ Khi đó, tam giác AHM vuông tại H do đó $AM \geq AH$.

+ Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv H$.

+ Do đó AM nhỏ nhất khi M là hình chiếu của A trên đường thẳng Δ .

Bước 2: Tìm tọa độ điểm M

$$+ M \in \Delta \Rightarrow M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct) \text{ . Tính } \overrightarrow{AM}$$

$$+ \text{Do } AM \perp \Delta \text{ nên } \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow t \Rightarrow \text{độ điểm } M \text{ cần tìm.}$$

Cách 2: Phương pháp đại số

$$+ M \in \Delta \Rightarrow M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$$

$$+ T = \left| \alpha_1 \overrightarrow{MA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{MA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{MA_n} \right| = f(t) \text{ theo hàm } t.$$

+ Xét $f(t)$ để tìm giá trị nhỏ nhất, suy ra t

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3; -2; 3)$, $B(1; 0; 5)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{2} \text{ . Tìm tọa độ điểm } M \text{ trên đường thẳng } d \text{ để } MA^2 + MB^2 \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

A. $M(1; 2; 3)$

B. $M(2; 0; 5)$

C. $M(3; -2; 7)$

D. $M(3; 0; 4)$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$ và ba điểm $A(6;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho biểu thức $P=MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất, khi đó $a+b+c$ bằng

- A. -3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$, $M(2;1;0)$. Gọi $H(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho MH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T=a^2+b^2+c^2$.

- A. $T=6$. B. $T=12$. C. $T=\sqrt{5}$. D. $T=21$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+2=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d lớn nhất.

- A. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$. B. $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. D. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z+9=0$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (α) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc vuông. Xác định phương trình đường thẳng MB khi MB đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\begin{cases} x=-2-t \\ y=-2+2t \\ z=1+2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-2-t \\ z=1+2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2 \\ z=1+2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2-t \\ z=1 \end{cases}$

Câu 6. Viết phương trình đường thẳng a đi qua $M(4;-2;1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x-4y+z-12=0$ và cách $A(-2;5;0)$ một khoảng lớn nhất.

- A. $\begin{cases} x=4-t \\ y=-2+t \\ z=1+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=4+t \\ y=-2-t \\ z=-1+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=1-2t \\ z=-1+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=4+t \\ y=-2+t \\ z=1+t \end{cases}$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

A. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.

B. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{-11} = \frac{z-1}{2}$.

C. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{2}$.

D. $d: \frac{x+3}{-26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $u = (a; b; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a + 2b$.

A. $a + 2b = -3$.

B. $a + 2b = 0$.

C. $a + 2b = 4$.

D. $a + 2b = 7$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -3)$, $B(-3; 2; 1)$. Gọi (d) là đường thẳng đi qua $M(1; 2; 3)$ sao cho tổng khoảng cách từ A đến (d) và từ B đến (d) là lớn nhất. Khi đó phương trình đường thẳng (d) là

A. $\frac{x-1}{-5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{4}$.

B. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{13} = \frac{z-3}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 6)$ và $D(1; 1; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(5; 7; 3)$.

B. $M(-1; -2; 1)$.

C. $M(3; 4; 3)$.

D. $M(7; 13; 5)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $D: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $D': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Xét điểm M thay đổi. Gọi a, b lần lượt là khoảng cách từ M đến D và D' . Biểu thức $a^2 + 2b^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \in M_0(x_0, y_0, z_0)$. Khi đó giá trị $x_0 + y_0$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. 0 .

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): (m-1)x + y + mz - 1 = 0$, với m là tham số. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

A. $2 < m < 6$.

B. $m > 6$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $-6 < m < 2$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(0;8;-5)$ B. $N(0;2;-5)$ C. $P(0;-2;-5)$ D. $Q(-2;0;-3)$

Câu 14. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-3=0$ và tạo với

đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=4+3t \\ z=-3-2t \end{cases}$ một góc nhỏ nhất thì phương trình của Δ là

- A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-t' \\ z=2t' \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=8+5t' \\ y=-3-4t' \\ z=2+t' \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+2t' \\ y=1-t' \\ z=3-2t' \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+5t' \\ y=1-4t' \\ z=3+2t' \end{cases}$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;-2)$, mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-7=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và Δ nằm trong mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm B, C sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất, với I là tâm của mặt cầu (S) . Phương trình của đường thẳng Δ là

- A. $\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=-2-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-2+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=-2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-2 \end{cases}$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

- A. $\begin{cases} x=2+9t \\ y=1+9t \\ z=3+8t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2-5t \\ y=1+3t \\ z=3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1+3t \\ z=3-3t \end{cases}$

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z+15=0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=100$. Đường thẳng Δ qua M , nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B sao cho độ dài AB lớn nhất. Viết phương trình đường thẳng Δ .

- A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}$ B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$ C. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$ D. $\frac{x+3}{5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{8}$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

- A. $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$. Điểm M thay đổi trên (S) , điểm N thay đổi trên (P) . Độ dài nhỏ nhất của MN bằng

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(3;2;0)$, $C(-1;2;4)$. Gọi M là điểm thay đổi sao cho đường thẳng MA , MB , MC hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau; N là điểm thay đổi nằm trên mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{1}{2}$. Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MN .

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{5}$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $u = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại điểm B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A. $J(-3; 2; 7)$ B. $K(3; 0; 15)$ C. $H(-2; -1; 3)$ D. $I(-1; -2; 3)$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và có bán kính $r = 2$.

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -mt \\ z = (m - 1)t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Xét đường thẳng d , m là tham số thực. Giả sử $(P), (Q)$ là mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với (S) lần lượt tại M, N . Khi đó đoạn MN ngắn nhất hãy tính khoảng cách từ điểm $B(1; 0; 4)$ đến đường thẳng d .

A. $\sqrt{5}$. B. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{237}}{21}$. D. $\frac{4\sqrt{273}}{21}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$ và điểm $A(1; 2; -3)$. Đường thẳng d đi qua A và có véc tơ chỉ phương $u = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trên (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc 90° . Độ dài đoạn MB lớn nhất bằng

A. $\frac{36}{\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{41}$. C. 6 . D. $\sqrt{5}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{5}{6}$, mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Điểm M thay đổi trên đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Giá trị lớn nhất của $d(M; \Delta)$ là

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(x_0; 0; 0)$, $B(-x_0; 0; 0)$, $C(0; 1; 0)$ và $B'(-x_0; 0; y_0)$ trong đó x_0, y_0 là các số thực dương và thỏa mãn $x_0 + y_0 = 4$. Khi khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ lớn nhất thì bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu?

A. $R = \frac{\sqrt{29}}{2}$. B. $R = \frac{29}{4}$. C. $R = \frac{\sqrt{41}}{4}$. D. $R = \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -2)$, $B(5; 1; 1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 12z + 9 = 0$. Xét đường thẳng d đi qua A và tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất. Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - 4t \\ z = -2 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = -2 - t \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và hai điểm $A(2; 0; 3)$, $B(2; -2; -3)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc d thỏa mãn $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất. Tìm x_0 .

Trả lời:

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , song song với (P) và cách điểm $B(-1;0;2)$ một khoảng ngắn nhất. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ ?

Trả lời:

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

Trả lời:

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, hãy viết phương trình chính tắc của đường thẳng d .

Trả lời:

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng

$(\alpha): x + y - z - 3 = 0$ và tạo với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ một góc nhỏ nhất. Viết phương trình của đường thẳng Δ .

Trả lời:

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ và hai điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên (d) sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất.

Tính $P = a + b + c$.

Trả lời:

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(-1;1;6)$, $B(-3;-2;-4)$, $C(1;2;-1)$, $D(2;-2;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng CD sao cho tam giác ABM có chu vi nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

Trả lời: