# **CHƯƠNG IX. ĐẠO HÀM**

# **BÀI 31. ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM**

**A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**THUẬT NGỮ**

* Đạo hàm tại một điểm
* Đạo hàm trên một khoảng
* Hệ số góc của tiếp tuyến
* Vận tốc tức thời
* Tốc độ biến đổi tức thời

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

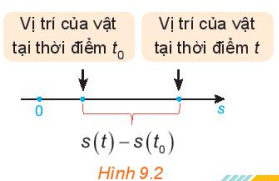
* Nhận biết một số bài toán dẫn đến khái niệm đạo hàm.
* Nhận biết định nghĩa đạo hàm. Tính đạo hàm cùa một số hàm đơn giản bằng định nghĩa.
* Nhận biết ý nghĩa hình học của đạo hàm. Thiết lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị.
* Vận dụng định nghĩa đạo hàm vào giải quyết một số bài toán thực tiễn.

Nếu một quả bóng được thả rơi tự do từ đài quan sát trên sân thượng của toà nhà Landmark 81 (Thành phố Hồ Chí Minh) cao 461,3 m xuống mặt đất. Có tính được vận tốc của quả bóng khi nó chạm đất hay không? (Bỏ qua sức cản không khí).

1. MỘT SỐ BÀI TOÁN DẪN ĐẾN KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM

**a) Vận tốc tức thời của một vật chuyển động thẳng**

**HĐ1.** Một vật di chuyển trên một đường thẳng (H.9.2). Quãng đường s của chuyển động là một hàm số cùa thời gian t, s = s(t) (được gọi là phương trình của chuyển động).



a) Tính vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ t0 đến t.

b) Giới hạn  cho ta biết điều gì?

**b) Cường độ tức thời**

**HĐ2.** Điện lượng  truyền trong dây dẫn là một hàm số của thời gian , có dạng .

a) Tính cường độ trung bình của dòng điện trong khoảng thời gian từ  đến .

b) Giới hạn  cho ta biết điều gì?

**2. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ TẠI MỘT ĐIỂM**

Cho hàm số  xác định trên khoảng  và điểm .

Nếu tồn tại giới hạn hữu hạn thì giới hạn đó được gọi là đạo hàm của hàm số  tại điểm , kí hiệu bởi  (hoặc , tức là

**Chú ý.** Để tính đạo hàm của hàm số  tại điểm , ta thực hiện theo các bước sau:

1. Tính .

2. Lập và rút gọn tỉ số  với .

3. Tìm giới hạn .

**Ví dụ 1.** Tính đạo hàm của hàm số  tại điểm .

**Luyện tập 1.** Tính đạo hàm của hàm số  tại điểm .

**3. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT KHOẢNG**

**HĐ3.** Tính đạo hàm  tại điểm  bất kì trong các trường hợp sau:

a)  (c là hằng số); b) .

**Ví dụ 2.** Tìm đạo hàm của hàm số , với  là hằng số.

**Ví dụ 3.** Giải bài toán trong tình huống mở đầu (bỏ qua sức cản của không khí và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

**Luyện tập 2.** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) ; b)  (với ,  là hằng số).

**IV. Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐẠO HÀM**

**a)** **Tiếp tuyến của đồ thị hàm số**

**HĐ4. Nhận biết tiếp tuyến của đồ thị**

Cho hàm số  có đồ thị  và điểm .

Xét điểm  thay đổi trên  với .

a) Đường thẳng đi qua hai điểm ,  được gọi là một cát tuyến của đồ thị  (H9.3). Tìm hệ số góc  của cát tuyến .

b) Khi  thì vị trí của điểm  trên đồ thị  thay đổi như thế nào?

c) Nếu điểm  di chuyển trên  tới điểm  mà  có giới hạn hữu hạn  thì có nhận xét gì về vị trí giới hạn của cát tuyến 

|  |  |
| --- | --- |
| Hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm  và , với , là | Chart, line chart  Description automatically generated |

**Ví dụ 4.** Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của parabol  tại điểm có hoành độ .

**Luyện tập 3.** Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của parabol  tại điểm có hoành độ .

**b)** **Phương trình tiếp tuyến**

**HĐ5.** Cho hàm số  có đồ thị parabol .

a)Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của  tại điểm có hoành độ .

b) Viết phương trình tiếp tuyến đó.

**Ví dụ 5.** Viết phương trình tiếp tuyến của parabol  tại điểm có hoành độ .

**Luyện tập 4.** Viết phương trình tiếp tuyến của parabol  tại điểm có hoành độ .

**Vận dụng:** Người ta xây một cây cầu vượt giao thông hình parabol nối hai điểm có khoảng cách là m (H.9.4). Độ dốc của mặt cầu không vượt quá  (độ dốc tại một điểm được xác định bởi góc giữa phương tiếp xúc với mặt cầu và phương ngang như Hình 9.5). Tính chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Hướng dẫn.** Chọn hệ trục tọa độ sao cho đỉnh cầu là gốc tọa độ và mặt cắt cảu cây cầu có hình dạng parabol dạng  (với  là hằng số dương). Hệ số góc xác định độ dốc của mặt cầu là .

Do đó, . Vì độ dốc của mặt cầu không quá  nên ta có: . Từ đó tính được chiều cao giới hạn từ đỉnh cầu đến mặt đường.

**B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP**

## **Dạng 1. Tính đạo hàm bằng định nghĩa**

### **1. Phương pháp**

Để tính đạo hàm của hàm số  tại điểm , ta thực hiện theo các bước sau:

1. Tính .

2. Lập và rút gọn tỉ số  với .

3. Tìm giới hạn .

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Tính đạo hàm (bằng định nghĩa) của hàm số  tại .

**Ví dụ 2:** Tính đạo hàm (bằng định nghĩa) của hàm số  tại 

**Ví dụ 3:** Tính đạo hàm của hàm sốtại .

**Ví dụ 4:** Tìm  để hàm số  có đạo hàm tại .

## Dạng 2. Ý nghĩa vật lý của đạo hàm

### **1. Phương pháp**

❶. *Vận tốc tức thời* tại thời điểm  của chất điểm chuyển động với phương trình  là

.

❷. *Cường độ tức thời* tại thời điểm  của một dòng điện với điện lượng  là

.

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Một chất điểm chuyển động có phương trình chuyển động là:

(t được tính bằng giây, s được tính bằng mét)

**a)** Tính đạo hàm của hàm số  tại điểm .

**b)** Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm .

**Ví dụ 2:** Cho biết điện lượng trong một dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số  (t được tính bằng giây, Q được tính bằng Coulomb). Tính cường độ của dòng điện trong dây dẫn tại thời điểm .

## **Dạng 3. Phương trình tiếp tuyến**

### **1. Phương pháp**

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm  là: 

Nếu tiếp tuyến có hệ số góc k thì ta giải phương trình  tìm hoành độ tiếp điểm.

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:**  Cho hàm số  có  Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị của hàm số tại điểm có hoành độ 

**Ví dụ 2:**  Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ bằng 

**Ví dụ 3:**  Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm mà tiếp điểm có tung độ bằng 

**Ví dụ 5:**  Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc bằng 4.

## **C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA**

**Bài 9.1.** Tính (bằng định nghĩa) đạo hàm các hàm số sau:

a)  tại ; b)  tại .

**Bài 9.2.** Sử dụng định nghĩa, tìm đạo hàm các hàm số sau:

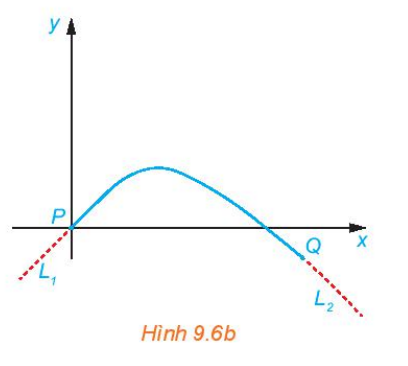
a)  (với  là các hằng số); b) .

**Bài 9.3.** Viết phương trình tiếp tuyến của parabol , biết:

a) Tiếp tuyến có hoành độ ; b) Tiếp điểm có tung độ .

**Bài 9.4.** Một vật được phóng theo phương thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc ban đầu là  thì độ cao  của nó (tính bằng m) sau  giây được cho bởi công thức . Tìm vận tốc của vật khi nó chạm đất.

**Bài 9.5.** Một kĩ sư thiết kế một đường ray tàu lượn, mà mặt cắt của nó gồm một đường cong có dạng parabol (H.9.6a), đoạn dốc lên  và đoạn dốc xuống  là phần đường thẳng có hệ số góc lần lượt là  và . Để tàu lượn chạy êm và không bị đổi hướng đột ngột,  và  phải có những tiếp tuyến của cung parabol tại các điểm chuyển tiếp  và  (H.9.6b). Giả sử gốc tọa độ đặt tại  và phương trình của parabol là , trong đó  tính bằng mét.

a. Tìm 

b. Tính  và tìm b.

c. Giả sử khoảng cách theo phương ngang giữa  và  là . Tìm a.

d. Tìm độ chênh lệch độ cao giữa hai điểm chuyển tiếp  và .

## **D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sau đây là đúng?

**A.** Nếu hàm số  không liên tục tại  thì nó có đạo hàm tại điểm đó

**B.** Nếu hàm số  có đạo hàm tại  thì nó không liên tục tại điểm đó

**C.** Nếu hàm số  có đạo hàm tại  thì nó liên tục tại điểm đó

**D.** Nếu hàm số  liên tục tại  thì nó có đạo hàm tại điểm đó

1. Cho  là hàm số liên tục tại . Đạo hàm của  tại  là:

**A. **

**B. **

**C. ** (nếu tồn tại giới hạn)

**D. ** (nếu tồn tại giới hạn)

1. Cho hàm số  có đạo hàm tại  là . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.  B. **

**C. ** **D. **

1. Cho hàm số  Tính 

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** Không tồn tại.

1. Cho hàm số  Tính 

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** Không tồn tại

1. Cho hàm số  xác định trên  bởi  Tính 

**A. ** **B. ** **C. ** **D.** Không tồn tại.

1. Cho hàm số  Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số không liên tục tại  **B.** Hàm số có đạo hàm tại 

**C.** Hàm số liên tục tại  **D.** Hàm số có đạo hàm tại 

1. Tìm tham số thực  để hàm số  có đạo hàm tại 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hàm số . Tìm tất cả các giá trị của các tham số  sao cho  có đạo hàm tại điểm .

**A.** Không tồn tại  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho hàm số . Tìm tất cả các giá trị của các tham số  sao cho  có đạo hàm tại điểm .

**A. ** **B.  C. ** **D. **

1. Một chất điểm chuyển động theo phương trình , trong đó   tính bằng giây và  tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm  giây.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Một viên đạn được bắn lên cao theo phương trình  trong đó   tính bằng giây kể từ thời điểm viên đạn được bắn lên cao và  là khoảng cách của viên đạn so với mặt đất được tính bằng mét. Tại thời điểm vận tốc của viên đạn bằng  thì viên đạn cách mặt đất bao nhiêu mét?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Một chất điểm chuyển động có phương trình , trong đó   tính bằng giây và  tính bằng mét. Hỏi tại thời điểm nào thì bận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Vận tốc của một chất điểm chuyển động được biểu thị bởi công thức , trong đó   tính bằng giây và  tính bằng mét/giây. Tìm gia tốc của chất điểm tại thời điểm mà vận tốc chuyển động là 11

**A.  B.  C.  D. **

1. Một vật rơi tự do theo phương trình , trong đó  là gia tốc trọng trường. Tìm vận tốc trung bình của chuyển động trong khoảng thời gian từ  đến  với 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Tìm hệ số góc  của tiếp tuyến của parabol  tại điểm có hoành độ 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong  tại điểm 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong  tại điểm có hoành độ bằng .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong  tại điểm có tung độ bằng 8.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho hàm số  Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với trục tung.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho hàm số  Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với đường thẳng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho hàm số  Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho hàm số  Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong  biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng 

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** .

1. Cho hàm số  Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết cosin góc tạo bởi tiếp tuyến và đường thẳng  bằng 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com