|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT HUYỆN NHO QUAN**  **TRƯỜNG THCS** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN**  **LỚP 8**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Thời gian làm bài : 150 phút** |

**Câu 1. (5,0 điểm)**

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :





1. Cho biểu thức 
2. Tìm điêu kiện xác định và rút gọn biểu thức P
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 
4. Chứng minh rằng biểu thức với thỏa mãn điều kiện xác định

**Câu 2. (4,5 điểm)**

1. Giải các phương trình sau
2. 
3. 
4. Cho và Tính giá trị của biểu thức 

**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. Cho đa thức (trong đó là biến số, là các hệ số). Biết đa thức chia hết cho đa thức và khi đa thức chia cho đa thức thì được phần dư là Tính giá trị biểu thức 
2. Cho biểu thức với là các số nguyên dương . Chứng minh rằng chia hết cho 30

**Câu 4. (5,5 điểm)** Cho tam giác vuông tại A. Lấy điểm bất kỳ trên cạnh (D không trùng với và C). Từ C vẽ đường thẳng vuông góc với tia tại E và cắt tia tại M

1. Chứng minh rằng : và 
2. Cho và diện tích tam giác bằng Tính diện tích tam giác 
3. Chứng minh rằng 

**Câu 5. (2,0 điểm)**

1. Cho tam giác vuông tại A có độ dài cạnh huyền là và độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh kẻ xuống cạnh đối diện là h. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 
2. Cho là một số nguyên dương lẻ. Ta viết các số lên bảng. Ta thực hiện việc xóa đi hai số bất kỳ trên bảng, chẳng hạn là và b và thay vào đó số . Việc đó được thực hiện đến khi trên bảng còn lại đúng một số. Hỏi với cách làm như trên thì số có trên bảng hay không ? hãy giải thích

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (5,0 điểm)**

1. **Phân tích các đa thức sau thành nhân tử :**

****

****

1. **Cho biểu thức **
2. **Tìm điêu kiện xác định và rút gọn biểu thức P**

ĐKXĐ: 



Vậy với 

1. **Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Theo câu a, . Ta có



Dấu bằng xảy ra khi 

Vậy 

1. **Chứng minh rằng biểu thức với thỏa mãn điều kiện xác định**

Ta có . Xét 

. Vì . Do đó





Vậy với 

**Câu 2. (4,5 điểm)**

1. **Giải các phương trình sau**
2. ****

****

Vậy tập nghiệm của phương trình là 

1. **Cho và Tính giá trị của biểu thức **

****

Mặt khác :



Vậy 

**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. **Cho đa thức (trong đó là biến số, là các hệ số). Biết đa thức chia hết cho đa thức và khi đa thức chia cho đa thức thì được phần dư là Tính giá trị biểu thức **

Gọi thương của phép chia cho đa thức là 

Vì chia hết cho nên (với mọi x)



Với , ta có 

Gọi thương của phép chia cho đa thức là 

Vì chia cho dư là nên 



Với ta có 

Với (3)

Từ 

Khi đó 

1. **Cho biểu thức với là các số nguyên dương . Chứng minh rằng chia hết cho 30**

với 

. Ta có :



Với , ta có là tích của 5 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2.3.5

Mà 

là tích của ba số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3

. Do đó với mọi x nguyên

Tương tự ta cũng có với mọi 

Do đó 

**Câu 4. (5,5 điểm) Cho tam giác vuông tại A. Lấy điểm bất kỳ trên cạnh (D không trùng với và C). Từ C vẽ đường thẳng vuông góc với tia tại E và cắt tia tại M**

****

1. **Chứng minh rằng : và **

Xét và có : 

Do đó 

Xét và có : chung, 

Do đó (hai góc tương ứng)

1. **Cho và diện tích tam giác bằng Tính diện tích tam giác **

Xét và có (góc chung), 

Do đó 

Vì (vì và ADB là hai góc kề bù)

là nửa tam giác đều . Do đó . Theo câu a

hay



Vậy 

1. **Chứng minh rằng **

Vẽ tại H. Xét và có :

(góc chung), 



Chứng minh tương tự: 



Từ (1) và (2) suy ra :



**Câu 5. (2,0 điểm)**

1. **Cho tam giác vuông tại A có độ dài cạnh huyền là và độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh kẻ xuống cạnh đối diện là h. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

****

Gọi là trung điểm của Ta có 

Có . Khi đó



Dấu bằng xảy ra khi vuông tại A

Vậy vuông tại A

1. **Cho là một số nguyên dương lẻ. Ta viết các số lên bảng. Ta thực hiện việc xóa đi hai số bất kỳ trên bảng, chẳng hạn là và b và thay vào đó số . Việc đó được thực hiện đến khi trên bảng còn lại đúng một số. Hỏi với cách làm như trên thì số có trên bảng hay không ? hãy giải thích**

Ta có 

Như vậy mỗi lần giảm đi một số nhưng tính chẵn lẻ không đổi

Lúc đầu trên bảng có tổng là số lẻ

Khi thực hiện xóa như đề bài thì tổng các số trên bảng cũng là số lẻ. Mà số là số chẵn. Vậy số không có mặt trên bảng,