**TOÁN 9**

**CHUYÊN ĐỀ : BIẾN ĐỔI & RÚT GỌN CĂN THỨC BẬC HAI**

**A – LÝ THUYẾT**

**I . *Biến đổi đơn giản biểu thức chứa căn thức bậc hai*:**

|  |  |
| --- | --- |
| * Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: | (B ≥ 0) |
| * Đưa thừa số vào trong dấu căn: | (với A ≥ 0 và B ≥ 0) |
|  | (với A < 0 và B ≥ 0) |
| * Khử mẫu của biểu thức lấy căn: | (với AB ≥ 0, B ≠ 0) |
| * Trục căn thức ở mẫu: | (A > 0) |
|  | (A ≥ 0, B ≥ 0, A ≠ B) |

**II . *Rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai*:**

* *Bước 1*: Dùng các phép biến đổi đơn giản để đưa các căn thức bậc hai phức tạp thành căn thức bậc hai đơn giản.
* *Bước 2*: Thực hiện phép tính theo thứ tự đã biết.

**B – BÀI TẬP**

**DẠNG 1: Tính giá trị của biểu thức.**

**Bài tập 1:** Tính:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. ; | 1. ; |
| 1. ; | 1. . |

**Bài tập 2:** Tính:

1. A = ;
2. B = ;
3. C = .

**Bài tập 3:** Thực hiện phép tính: B = .

**Bài tập 4:** Thực hiện phép tính: A = .

**Bài tập 5:** Tính giá trị của biểu thức: M =  với .

**Bài tập 6:** Cho , . Tính .

**Bài tập 7:** Cho biết: .

Tính: .

**Bài tập 8:** Cho biểu thức .

Tính giá trị của biểu thức: M = .

**DẠNG 2: Rút gọn biểu thức.**

**Bài tập 9:** Trục căn thức ở mẫu: 

**Bài tập 10:** Rút gọn biểu thức: A = .

**Bài tập 11:** Rút gọn các biểu thức:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. ; | 1. ; |
| 1. ; | 1. . |

**Bài tập 12:** Rút gọn các biểu thức:

1. ;
2.  với a ≥ 0;
3.  với b ≥ 0.

**Bài tập 13:** Trục căn thức ở mẫu và rút gọn (nếu có thể):

|  |  |
| --- | --- |
| 1. ; | 1. ; |
| 1. ; | 1. . |

**Bài tập 14:** Rút gọn biểu thức: A = .

**Bài tập 15:** Rút gọn các biểu thức:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. ; | 1. ; |
| 1. ; | 1. . |

**Bài tập 16:** Rút gọn các biểu thức:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. A = ; | c) C = . |
| 1. B = ; |

**Bài tập 17:** Rút gọn các biểu thức:

1. A = ;
2. B = ;
3. C = 

với  và .

**Bài tập 18:** Rút gọn biểu thức: P = .

**Bài tập 19:** Rút gọn biểu thức: Q =  với x > y > 0.

**Bài tập 20:** Rút gọn biểu thức:

A =  với  và b > a > 0.

**Bài tập 21:** Rút gọn biểu thức: B =  với  và 0 < a < 1.

**Bài tập 22:** Rút gọn biểu thức: M = 

với a, b, c > 0 và ab + bc + ca = 1.

**Bài tập 23:** Rút gọn biểu thức: A = .

**Bài tập 24:** Rút gọn biểu thức: A = .

**Bài tập 25:** Rút gọn biểu thức: A = .

**Bài tập 26:** Rút gọn biểu thức: B = .

**Bài tập 27:** Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức tại x = 3.

M = .

**Bài tập 28:** Rút gọn các biểu thức:

1. A = ;
2. B = .

**Bài tập 29:** Trục căn thức ở mẫu của các biểu thức sau:

1. A =  trong đó a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện c là trung bình nhân của hai số a và b.
2. B =  trong đó a, b, c, d là các số dương thỏa mãn điều kiện ab = cd và a + b ≠ c + d.

**DẠNG 3: Giải phương trình, bất phương trình.**

**Bài tập 30:** Giải phương trình:

|  |  |
| --- | --- |
| 1. ; | 1. ; |
| 1. ; | 1. . |

**Bài tập 31:** Giải phương trình:

1. ;
2. ;
3. ;
4. .

**Bài tập 32:** Cho A =  trong đó x ∈ .

Xác định x để giá trị của A là một số tự nhiên.

**Bài tập 33:** Tìm các số tự nhiên x, y sao cho x > y > 0 thỏa mãn điều kiện:



**Bài tập 34:** Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất sao cho .

**DẠNG 4: Tìm GTLN, GTNN của biểu thức.**

**Bài tập 35:** Tính giá trị lớn nhất của biểu thức: S = , biết x + y = 8.

**DẠNG 5: Chứng minh biểu thức.**

**Bài tập 36:** Không dùng máy tính hoặc bảng số, so sánh các số sau:

1.  và ;
2.  và ;
3.  và .

**Bài tập 37:** Không dùng máy tính hoặc bảng số, chứng minh rằng: .

**Bài tập 38:** Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng:

1.  với a > c, b > c.
2. Nếu  thì b + c ≥ 2a.

**Bài tập 39:**

Cho biểu thức: P = . Chứng minh rằng: P = 

**Bài tập 40:** Chứng minh rằng: 

**Bài tập 41:** Chứng minh rằng:

1. ;
2. .

**Bài tập 42:** Chứng minh rằng A < B với:

A =  và B = .

**Bài tập 43:** Chứng minh các hằng đẳng thức:

1. ;
2. .

**Bài tập 44:** Cho A = .

Hãy biểu diễn A dưới dạng tổng của ba căn thức.

**Bài tập 45:** Chứng minh hằng đẳng thức sau với x ≥ 2:



**Bài tập 46:** Chứng minh rằng .

Áp dụng tính .

**Bài tập 47:** Chứng minh rằng  với n ∈ .

Áp dụng tính tổng: .

**Bài tập 48:** Tính giá trị của biểu thức:

.

**Bài tập 49:** Cho a = .

1. Viết a2, a3 dưới dạng  trong đó m là số tự nhiên.

b\*) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, số an viết được dưới dạng trên.

**Bài tập 50:** Chứng minh rằng với mọi x > 0, y > 0 và x ≠ y, giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của các biến x, y.

A = .

**Bài tập 51:** Cho x, y, z > 0 và khác nhau đôi một. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức P không phụ thuộc vào giá trị của các biến.

P = .

**Bài tập 52:** Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

1. Q =  với x > 1.
2. R =  với x ≥ 0.

**DẠNG 6: Các bài toán tổng hợp.**

**Bài tập 53:** Cho: M = .

1. Tìm các số nguyên a để m là số nguyên;
2. Chứng minh rằng với a =  thì M là số nguyên;
3. Tìm các số hữu tỉ a để M là số nguyên.

**Bài tập 54:** Cho biểu thức: M = .

1. Tìm các số nguyên a để m là số nguyên.
2. Tìm các số hữu tỉ a để M là số nguyên.

**Bài tập 55:** Cho biểu thức: C = .

1. Tìm điều kiện của x để C có nghĩa;
2. Rút gọn biểu thức C;
3. Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của C là một số nguyên.

**Bài tập 56:** Cho biểu thức: A = .

1. Phân tích A thành nhân tử;
2. Tính giá trị của A khi , .

**Bài tập 57:** Cho biểu thức:

P =  với x ≥ 0 và x ≠ 9.

1. Rút gọn P;
2. Tìm các giá trị của x để P < .
3. Tìm các giá trị của x để P có giá trị nhỏ nhất.

**Bài tập 58:** Cho biểu thức: Q = .

1. Tìm các giá trị của x để Q có nghĩa;
2. Rút gọn Q;
3. Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của Q là một số nguyên.

**Bài tập 59:** Cho biểu thức P = .

1. Rút gọn P;
2. Tìm giá trị lớn nhất của P.

**Bài tập 60:** Cho biểu thức P = .

1. Rút gọn P;
2. Tính giá trị của P với x = ;
3. Tìm giá trị lớn nhất của P.

**Bài tập 61:** Cho P = .

Biết xyz = 4, tính .