

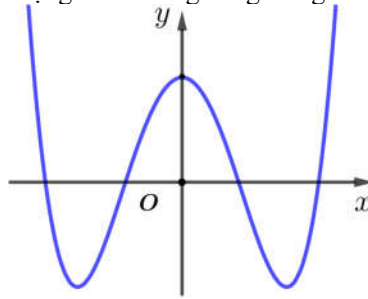


ĐỀ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2020-2021
MÔN TOÁN
MÃ ĐỀ 116
THỜI GIAN: 90 PHÚT

TỔ 16

- Câu 1.** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?
- A. $S = \pi R^2$. B. $S = 4\pi R^2$. C. $S = 16\pi R^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

- Câu 2.** Đồ thị nào của hàm số dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$.
 C. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.
- Câu 3.** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng
- A. -3 . B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 3 .
- Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = 7^x$
- A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. \mathbb{R} .
- Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = e^x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f(x) dx = e^{x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + C$.
 C. $\int f(x) dx = e^x + x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x - x + C$.
- Câu 6.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $\frac{3}{2}a^3$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $\frac{1}{3}a^3$.
- Câu 7.** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. 48π . B. 12π . C. 36π . D. 16π .
- Câu 8.** Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng
- A. $6 - 2i$. B. $-4 - 6i$. C. $4 + 6i$. D. $6 + 2i$.
- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n}_3 = (2; -5; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 5; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 5; 1)$.





Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là

- A. $x = 25$. B. $x = 32$. C. $x = \frac{32}{3}$. D. $x = \frac{25}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = 2x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = x^2 + 3x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 + 3x + C$.

Câu 12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -1. C. -5. D. 1.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 15. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 6$ và $\int_1^4 g(x) dx = -5$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 1. B. 11. C. 3. D. -11.

Câu 16. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$. B. $A_n^5 = \frac{5!}{(n-5)!}$. C. $A_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. D. $A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính bằng 2.

Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$. B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.
C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$. D. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 18. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 18. B. 3. C. 6. D. 2.





Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (5;2;-3)$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = 3 - 2i$. B. $z_4 = 3 + 2i$. C. $z_2 = -3 + 2i$. D. $z_1 = -3 - 2i$.

Câu 21. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{4}}$ là:

A. $y' = \frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. B. $y' = \frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$. C. $y' = \frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. D. $y' = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ của vector \overline{OA} là

A. $(-4;1;-3)$. B. $A(4;1;3)$. C. $A(-4;1;3)$. D. $A(4;-1;3)$.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là

A. $(-\infty; \log_2 5)$. B. $(\log_2 5; +\infty)$. C. $(\log_5 2; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_2 5)$.

Câu 25. Phần thực của số phức $z = 6 - 2i$ bằng

A. -6. B. -2. C. 6. D. 2.

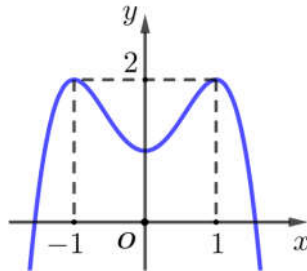
Câu 26. Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

A. $16a^3$. B. $8a^3$. C. $32a^3$. D. $64a^3$.

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, $u_2 = 12$ công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}$. B. -9. C. 4. D. 9.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;-0)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(0;1)$.

Câu 29. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AC = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $3a$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. C. $3\sqrt{2}a$. D. $\frac{3}{2}a$.

Câu 30. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng





- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{30}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

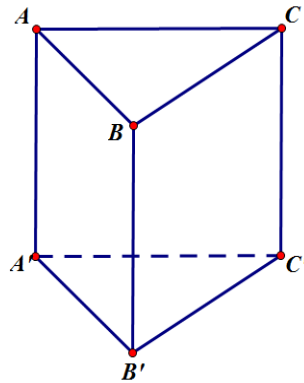
Câu 32. Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(0;0;1), B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

- A. $2x+y+4z-17=0$. B. $2x+y+4z-4=0$.
C. $2x+y+2z-2=0$. D. $2x+y+2z-11=0$.

Câu 33. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^2 [2f(x)-1]dx$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 8.

Câu 34. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình dưới).



Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

- A. 45^0 . B. 30^0 . C. 90^0 . D. 60^0 .

Câu 35. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x=0$. B. $x=-1$. C. $x=1$. D. $x=-2$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 6 + 5i$. Số phức liên hợp của z là:

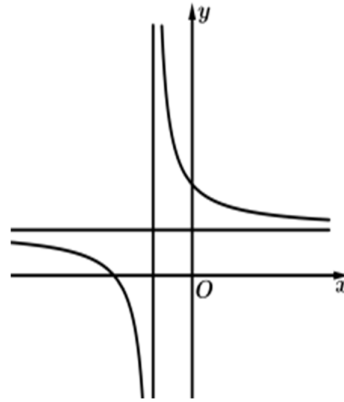
- A. $\bar{z} = -5 + 6i$. B. $\bar{z} = 5 - 6i$. C. $\bar{z} = 5 + 6i$. D. $\bar{z} = -5 - 6i$.

Câu 37. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 + b = 64$. B. $a^3 + b = 256$. C. $a^3 b = 64$. D. $a^3 b = 256$.

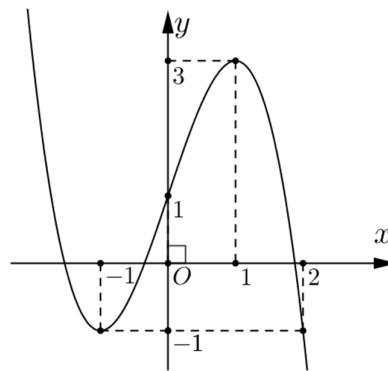
Câu 38. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?





- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' > 0, \forall x \neq -1$. C. $y' < 0, \forall x \neq -1$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 39. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là:



- A. 7. B. 9. C. 3. D. 6.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2-2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 2$.

Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

- A. 9. B. 6. C. 11. D. 15.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x) [\log_2(x+30) - 5] \leq 0$?

- A. 29. B. 30. C. Vô số. D. 31.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$.

Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{13}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{13}$. D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 43. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} + 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

- A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right)$ thỏa mãn biểu thức sau





$$27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{12x} ?$$

- A.** 14. **B.** 12. **C.** 27. **D.** 15.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

- A.** $\ln 2$. **B.** $\ln 6$. **C.** $3\ln 2$. **D.** $2\ln 2$.

Câu 46. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (với m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 5$?

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 47. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng?

- A.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 48. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $16\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **D.** $48\sqrt{3}a^3$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(-2; 1; -3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

- A.** $\sqrt{37}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\sqrt{41}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-8)(x^2-9), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

- A.** 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.



**TỔ 16**

ĐỀ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2020-2021
MÔN TOÁN
MÃ ĐỀ 116
THỜI GIAN: 90 PHÚT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.D	5.C	6.C	7.A	8.A	9.C	10.D
11.B	12.B	13.A	14.B	15.B	16.D	17.C	18.C	19.A	20.C
21.D	22.D	23.C	24.D	25.C	26.D	27.C	28.D	29.A	30.C
31.C	32.C	33.A	34.A	35.A	36.C	37.D	38.C	39.A	40.A
41.D	42.A	43.D	44.A	45.D	46.D	47.C	48.A	49.A	50.D

Câu 1. [2H2-2.1-1] Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi R^2$.

B. $S = 4\pi R^2$.

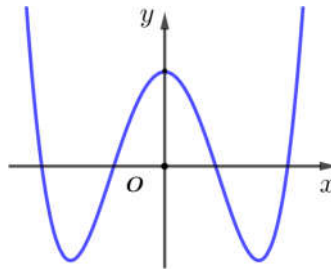
C. $S = 16\pi R^2$.

D. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải*FB tác giả: Nguyễn Đông*

Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức: $S = 4\pi R^2$.

Câu 2. [2D1-5.1-1] Đồ thị nào của hàm số dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải*FB tác giả: Nguyễn Đông*

Dựa trên hình dạng đường cong đã cho và các phương án, ta suy ra đường cong trên là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$.

Do đó hàm số là: $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 3. [2D2-3.2-1] Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

A. -3 .

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3 .

Lời giải



FB tác giả: Lê Văn Quý

Ta có $\log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$.**Câu 4.** [2D2-4.1-1] Tập xác định của hàm số $y=7^x$ A. $[0; +\infty)$.B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.C. $(0; +\infty)$.D. \mathbb{R} .

Lời giải

FB tác giả: Lê Văn Quý

Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là $D = \mathbb{R}$.**Câu 5.** [2D3-1.1-1] Cho hàm số $f(x) = e^x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?A. $\int f(x)dx = e^{x-1} + C$.B. $\int f(x)dx = e^x + C$.C. $\int f(x)dx = e^x + x + C$.D. $\int f(x)dx = e^x - x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Chiến

Ta có $\int f(x)dx = \int (e^x + 1)dx = e^x + x + C$.**Câu 6.** [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằngA. $\frac{3}{2}a^3$.B. $3a^3$.C. a^3 .D. $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Chiến

Khối chóp đã cho có thể tích là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.3a^2.a = a^3$.**Câu 7.** [2H2-1.1-1] Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằngA. 48π .B. 12π .C. 36π .D. 16π .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Phú

Ta có $V = \pi r^2 h = \pi.4^2.3 = 48\pi$.**Câu 8.** [2D4-2.1-1] Cho hai số phức $z=5+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằngA. $6-2i$.B. $-4-6i$.C. $4+6i$.D. $6+2i$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Phú

Ta có $z+w=5+2i+1-4i=6-2i$.**Câu 9.** [2H3-2.2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x+5y+z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?A. $\vec{n}_3 = (2; -5; 1)$.B. $\vec{n}_4 = (2; 5; -1)$.C. $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$.D. $\vec{n}_1 = (2; 5; 1)$.

Lời giải

FB tác giả: Trương Thị Tuyền





Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_2 = (-2; 5; 1)$.

Câu 10. [2D2-5.1-1] Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là

- A. $x=25$. B. $x=32$. C. $x = \frac{32}{3}$.

D. $x = \frac{25}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Trương Thị Tuyền

$$\text{Phương trình } \log_5(3x) = 2 \Leftrightarrow 3x = 5^2 \Leftrightarrow x = \frac{25}{3}.$$

Câu 11. [2D3-1.1-1] Cho hàm số $f(x) = x^2 + 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 2x + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C$.

C. $\int f(x)dx = x^2 + 3x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^3 + 3x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Cuong tran

$$\int f(x)dx = \int (x^2 + 3)dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C.$$

Câu 12. [2D1-4.1-1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

FB tác giả: Cuong tran

Vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$ nên đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 13. [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -1 .

C. -5 .

D. 1.

Lời giải

FB tác giả: Trần Lê Thanh

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ “+” sang “-” tại $x = -1$ nên hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng 3.

Câu 14. [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.





Lời giải

FB tác giả: Trần Lê Thanh

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm này nên hàm số đã cho có 4 cực trị.

Câu 15. [2D3-2.1-1] Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 6$ và $\int_1^4 g(x)dx = -5$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. 1.

B. 11.

C. 3.

D. -11.

Lời giải

FB tác giả: Hương Kim

$$\text{Ta có } \int_1^4 [f(x) - g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = 6 - (-5) = 11.$$

Câu 16. [1D2-2.1-1] Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng ?

A. $A_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

B. $A_n^5 = \frac{5!}{(n-5)!}$.

C. $A_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$.

D. $A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$.

Lời giải

FB tác giả: Hương Kim

$$\text{Ta có } A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$$

Câu 17. [2H3-1.3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải

FB tác giả: Bá Thắng

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ bán kính bằng 2 là $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 18. [2D3-2.1-1] Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^3 2f(x)dx$ bằng

A. 18.

B. 3.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Bá Thắng

$$\text{Ta có } \int_0^3 2f(x)dx = 2 \int_0^3 f(x)dx = 2.3 = 6.$$

Câu 19. [2H3-3.2-1] Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 2; 1)$ và có một vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 2; -3)$. Phương trình của d là





$$\text{A. } \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$$

Lời giải

FB tác giả: Lâm Thanh Bình

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

Câu 20. [2D4-1.1-1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = 3 - 2i$.

B. $z_4 = 3 + 2i$.

C. $z_2 = -3 + 2i$.

D. $z_1 = -3 - 2i$.

Lời giải

FB tác giả: Lâm Thanh Bình

$M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_2 = -3 + 2i$.

Câu 21. [2D2-2.2-1] Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{4}}$ là:

A. $y' = \frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$.

B. $y' = \frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

C. $y' = \frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$.

D. $y' = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$.

Lời giải

FB tác giả: Thu Nghĩa

Với $x > 0$, ta có $y' = \left(x^{\frac{5}{4}}\right)' = \frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 22. [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; -1; 3)$. Tọa độ của vectơ \overline{OA} là

A. $(-4; 1; -3)$.

B. $A(4; 1; 3)$.

C. $A(-4; 1; 3)$.

D. $A(4; -1; 3)$.

Lời giải

FB tác giả: Thu Nghĩa

Do $A(4; -1; 3)$ nên $\overline{OA} = (4; -1; 3)$.

Câu 23. [2D1-5.4-1] Đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Cao Hoàng Đức

Thay $x=0$ vào $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ ta được $y=3$.

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Câu 24. [2D2-6.1-1] Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là

A. $(-\infty; \log_5 2)$.

B. $(\log_2 5; +\infty)$.

C. $(\log_5 2; +\infty)$.

D. $(-\infty; \log_2 5)$.

Lời giải

FB tác giả: Cao Hoàng Đức





Ta có $2^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_2 5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; \log_2 5)$.

Câu 25. [2D4-1.1-1] Phần thực của số phức $z = 6 - 2i$ bằng

A. -6 .

B. -2 .

C. 6 .

D. 2 .

Lời giải

FB tác giả: Mai Vĩnh Phú

Ta có $z = 6 - 2i$ có phần thực là 6 .

Câu 26. [2H1-3.2-1] Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

A. $16a^3$.

B. $8a^3$.

C. $32a^3$.

D. $64a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Mai Vĩnh Phú

Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ là $V = (4a)^3 = 64a^3$.

Câu 27. [1D3-4.2-1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_2 = 12$ công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. -9 .

C. 4 .

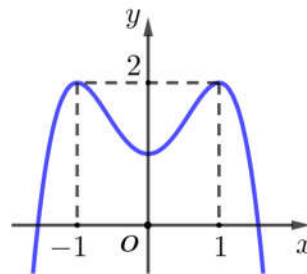
D. 9 .

Lời giải

FB tác giả: Wangcr

Vì (u_n) là cấp số nhân nên công bội $q = \frac{u_2}{u_1} = 4$.

Câu 28. [2D1-1.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; -0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

FB tác giả: Wangcr

Dựa vào đồ thị hàm số trên ta thấy trên khoảng $(0; 1)$ từ trái sang phải thì đồ thị hướng từ dưới lên trên nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 29. [1H3-5.3-2] Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $AC = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $3a$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$.

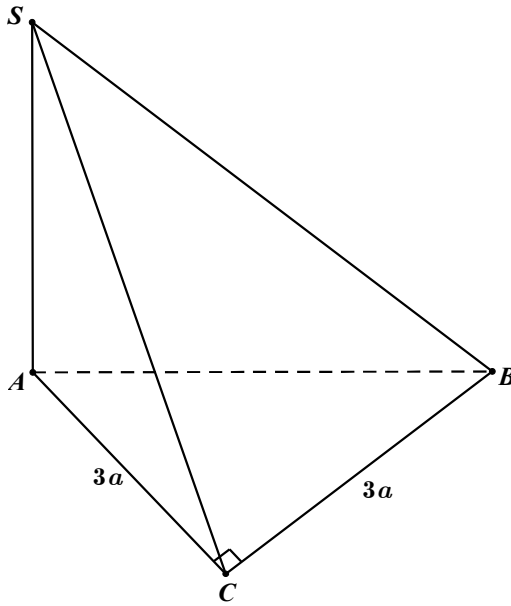
C. $3\sqrt{2}a$.

D. $\frac{3}{2}a$.

Lời giải

FB tác giả: Lan Đỗ





Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC).$

Suy ra $d(B, (SAC)) = BC = 3a.$

Câu 30. [1D2-5.2-2] Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{2}{5}.$

B. $\frac{1}{30}.$

C. $\frac{1}{6}.$

D. $\frac{3}{5}.$

Lời giải

FB tác giả: Lan Đỗ

Số cách chọn 3 quả bóng từ 10 quả bóng là $n(\Omega) = C_{10}^3.$

Gọi A là biến cố “lấy được 3 quả màu xanh” $\Rightarrow n(A) = C_6^3.$

Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh là $P(A) = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}.$

Câu 31. [2H3-3.2-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{2}.$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{1}.$

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}.$

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{1}.$

Lời giải

FB tác giả: Tú Tran

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) nên nhận vector pháp tuyến của (P) là

$\vec{n} = (1; -3; 2)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình đường thẳng là $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{2}.$





Câu 32. [2H3-2.3-2] Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(0;0;1), B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $2x + y + 4z - 17 = 0$.

B. $2x + y + 4z - 4 = 0$.

C. $2x + y + 2z - 2 = 0$.

D. $2x + y + 2z - 11 = 0$.

Lời giải

FB tác giả: Đỗ Nhiên

Mặt phẳng cần tìm đi qua $A(0;0;1)$ và nhận $\overline{AB} = (2;1;2)$ là một vectơ pháp tuyến có phương trình là $2(x-0)+1(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-2=0$.

Câu 33. [2D3-2.1-2] Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [2f(x)-1] dx$ bằng

A. 4.

B. 6.

C. 5.

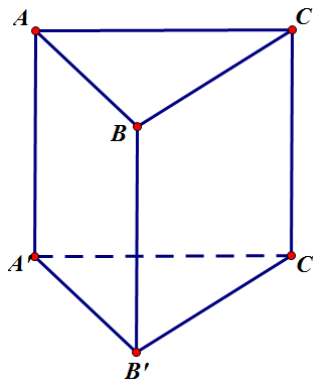
D. 8.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Công Thiện

Ta có $\int_0^2 [2f(x)-1] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 1 dx = 2.3 - 2 = 4$.

Câu 34. [1H3-2.3-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình dưới).



Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

A. 45° .

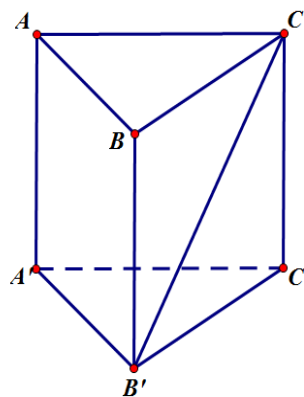
B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải

FB tác giả: Trần Thủy



Xét tam giác BCB' có $BC = BB'$; $\widehat{B'BC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BB'C} = 45^\circ$.





Ta có $(\widehat{AA'}, B'C) = (\widehat{BB'}, B'C) = \widehat{BB'C} = 45^\circ$.

Câu 35. [2D1-3.1-2] Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=0$.

B. $x=-1$.

C. $x=1$.

D. $x=-2$.

Lời giải

FB tác giả: Minh Nguyễn Quang

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ có đạo hàm là $y' = 3x^2 - 6x$.

Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2;1] \\ x = 2 \notin [-2;1] \end{cases}$.

Ta có $f(-2) = -21$, $f(0) = -1$, $f(1) = -3$.

Vậy trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=0$.

Câu 36. [2D4-3.2-2] Cho số phức z thỏa mãn $iz = 6 + 5i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\bar{z} = -5 + 6i$.

B. $\bar{z} = 5 - 6i$.

C. $\bar{z} = 5 + 6i$.

D. $\bar{z} = -5 - 6i$.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Tuấn

Ta có $iz = 6 + 5i \Leftrightarrow (-i)iz = (-i)(6 + 5i) \Leftrightarrow z = 5 - 6i$.

Từ đó suy ra số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 5 + 6i$.

Câu 37. [2D2-3.2-2] Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 64$.

B. $a^3 + b = 256$.

C. $a^3 b = 64$.

D. $a^3 b = 256$.

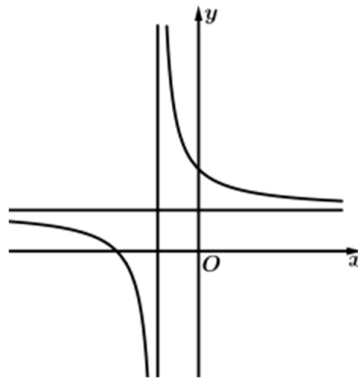
Lời giải

Fb tác giả: Thái Huy

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 8 \Leftrightarrow a^3 b = 2^8 \Leftrightarrow a^3 b = 256$.

Câu 38. [2D1-1.2-2] Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' > 0, \forall x \neq -1$.

C. $y' < 0, \forall x \neq -1$.

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Thị Thu Lan

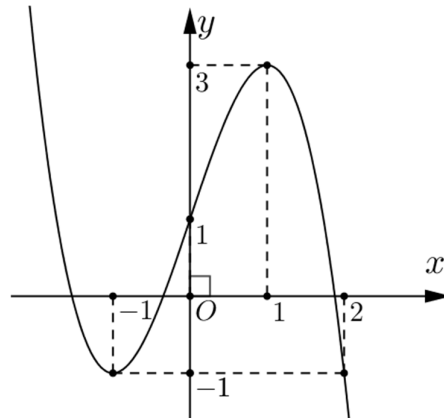
Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.





Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Nên $y' < 0, \forall x \neq -1$.

Câu 39. [2D1-5.3-3] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là:



A. 7.

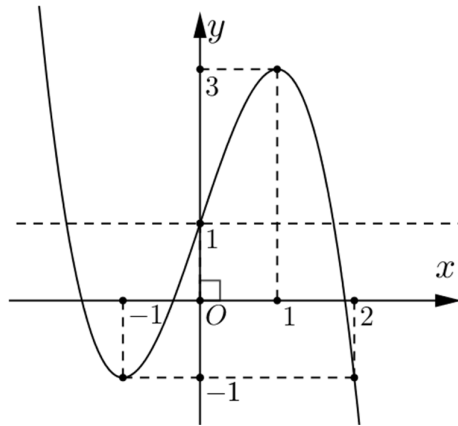
B. 9.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

FB tác giả: Khoa Nguyen



$$\text{Ta có } f(f(x)) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (1) \\ f(x) = a < -1 & (2) \\ f(x) = b \in (1; 2) & (3) \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt nên (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = a$ ($a < -1$) tại 1 điểm nên (2) có 1 nghiệm.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = b$ ($b \in (1; 2)$) tại 3 điểm phân biệt nên (3) có 3 nghiệm phân biệt.

Không có nghiệm nào của 3 phương trình trên trùng nhau nên phương trình đã cho có 7 nghiệm thực phân biệt.

Câu 40. [2D3-2.1-3] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{ khi } x \geq 1 \\ 3x^2-2 & \text{ khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} thỏa

mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 9.

B. 6.

C. 11.

D. 15.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trinh





+ Xét trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$, $f(x)$ là hàm đa thức nên liên tục

Xét tại $x=1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = 1$ nên $f(x)$ liên tục tại $x=1$

Vậy $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

+ Tính $F(-1)$

Ta có $\int_{-1}^0 f(x) dx = F(0) - F(-1)$

$$\Leftrightarrow \int_{-1}^0 (3x^2 - 2) dx = 2 - F(-1) \Rightarrow F(-1) = 3$$

+ Tính $F(2)$

Ta có $\int_0^2 f(x) dx = F(2) - F(0)$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (3x^2 - 2) dx + \int_1^2 (2x - 1) dx = F(2) - 2 \Rightarrow F(2) = 3$$

Vậy $F(-1) + 2F(2) = 9$.

Câu 41. [2D2-6.2-3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x+30) - 5] \leq 0$?

A. 29.

B. 30.

C. Vô số.

D. 31.

Lời giải

FB tác giả: Thái Hà Đào

Điều kiện xác định $x > -30$.

Ta xét hai trường hợp.

TH1:

$$\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \geq 0 \\ \log_2(x+30) - 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \geq 3^{2x} \\ \log_2(x+30) \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 2x \\ x+30 \leq 2^5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 2x \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty) \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x \in (-\infty; 0] \end{cases}$$

TH2:

$$\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \leq 0 \\ \log_2(x+30) - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \leq 3^{2x} \\ \log_2(x+30) \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 2x \\ x+30 \geq 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 2x \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [0; 2] \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Kết hợp điều kiện $x > -30$ ta có tập các số nguyên x thỏa mãn là

$S = \{-29; -28; \dots; -2; -1; 0; 2\}$. Do vậy $|S| = 31$.

Câu 42. [2H3-3.7-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{13}$.

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{13}$.

D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải





FB tác giả: Hanh Nguyen

Cách 1:

Điểm $M_0(-1;0;1)$ nằm trên d . Một vector chỉ phương của d là $\vec{u}(1;1;2)$.Vector pháp tuyến của mp(P) là $\vec{n}_p = (2;1;-1)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua d và vuông góc với (P) thì vector pháp tuyến \vec{n} của (α) vuông góc với cả \vec{u} và \vec{n}_p nên ta có thể lấy

$$\vec{n} = [\vec{u}; \vec{n}_p] = (-3; 5; -1).$$

Ngoài ra, (α) đi qua d nên cũng đi qua điểm M_0 . Vậy (α) có phương trình:

$$-3(x+1)+5(y-0)-1(z-1)=0 \text{ hay } -3x+5y-z-2=0.$$

Vì d không vuông góc với (P) nên hình chiếu của d trên (P) là đường thẳng d' . Đường thẳng d' là giao tuyến của (α) và (P) nên có vector chỉ phương là $\vec{u}' = [\vec{n}_p, \vec{n}] = (4; 5; 13)$ và đi qua điểm $M'(-1;0;1)$, do đó đường thẳng d' có phương trình là $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{13}$.

Cách 2:

Điểm $M_1(-1;0;1)$ nằm trên d và (P) nên M_1 cũng thuộc hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) .Điểm $M_2(0;1;3)$ nằm trên d . Một vector chỉ phương của d là $\vec{u}(1;1;2)$.Gọi Δ là đường thẳng đi qua M_2 và vuông góc với mặt phẳng (P) , phương trình tham số của

$$\text{của } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 2t \\ y = 1+t \\ z = 3-t. \end{cases}$$

Gọi $M_2'(2t;1+t;3-t)$ là hình chiếu của M_2 trên (P) . Vì M_2' nằm trên (P) nên ta có:

$$2.2t+1.(1+t)-(3-t)+3=0 \Leftrightarrow t = \frac{-1}{6}.$$

Vậy ta được $M_2'\left(\frac{-1}{3}; \frac{5}{6}; \frac{19}{6}\right)$, $\overline{M_1M_2'} = \left(\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{13}{6}\right)$, do đó hình chiếu vuông góc của đườngthẳng d trên (P) là đường thẳng d' đi qua điểm $M_1(-1;0;1)$ và có vector chỉ phương

$$\vec{u}' = (4; 5; 13) \text{ nên có phương trình là } \frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{13}.$$

Câu 43. [2D4-5.2-3] Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\bar{w}+6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

- A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Phú Lê Đình

$$\text{Ta có } |i\bar{w}| = |i||\bar{w}| = 2.$$





$$P = |z + i\bar{w} + 6 - 8i| \geq |6 - 8i| - |z| - |i\bar{w}| = 10 - 1 - 2 = 7.$$

$$P_{\min} = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} z = m(6 - 8i) \\ i\bar{w} = n(6 - 8i) \\ |z| = 1 \\ |w| = 2 \end{cases} \quad m, n \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{|z|}{|6 - 8i|} = -\frac{1}{10} \\ n = -\frac{|w|}{|6 - 8i|} = -\frac{1}{5} \\ z = -\frac{1}{10}(6 - 8i) \\ i\bar{w} = -\frac{1}{5}(6 - 8i) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{10}(6 - 8i) \\ \bar{w} = \frac{1}{5}(8 + 6i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{10}(6 - 8i) \\ w = \frac{1}{5}(8 - 6i) \end{cases}$$

$$\text{Do đó } |z - w| = \frac{\sqrt{221}}{5}.$$

Câu 44. [2D2-5.5-4] Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right)$ thỏa mãn biểu thức sau

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{12x}?$$

A. 14.

B. 12.

C. 27.

D. 15.

Lời giải

FB tác giả: Hoàng Ngọc Huệ

$$\text{Ta có: } 27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{12x} \Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-12x} = 1+xy. (*)$$

$$\text{Nhận xét: } 1+xy > 0 \Leftrightarrow xy > -1, \text{ mà } x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right) \text{ nên } y > \frac{-1}{x} > -3.$$

1) TH1: $y = -2$, thay vào (*) ta có

$$27^{3x^2-14x} = 1-2x \Leftrightarrow 27^{3x^2-14x} + 2x - 1 = 0.$$

Hàm số $f(x) = 27^{3x^2-14x} + 2x - 1$ liên tục trên $\left(\frac{1}{3}; 4\right)$ và có $f\left(\frac{1}{3}\right) \cdot f(4) < 0$ nên phương trình

$$27^{3x^2-14x} + 2x - 1 = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm } x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right).$$

2) TH2: $y = -1$, thay vào (*) ta có

$$27^{3x^2-13x} = 1-x \Leftrightarrow 27^{3x^2-13x} + x - 1 = 0. (**)$$

Hàm số $g(x) = 27^{3x^2-13x} + x - 1$ liên tục trên $\left(\frac{1}{3}; 4\right)$ và có $g\left(\frac{1}{3}\right) \cdot g(4) < 0$ nên phương trình

$$27^{3x^2-13x} + x - 1 = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm } x \in \left(\frac{1}{3}; 4\right).$$

3) TH3: $y = 0$, thay vào (*) ta có $27^{3x^2-12x} = 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$

TH3, $y = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

4) TH4: $y \geq 1$





$$\square \text{ Xét hàm số } h(t) = 27^t - 26t, f'(t) = 27^t \ln 27 - 26 = 0 \Leftrightarrow t = \log_{27} \left(\frac{26}{\ln 27} \right).$$

$$\text{Ta có } h \left(\log_{27} \left(\frac{26}{\ln 27} \right) \right) > -8 \text{ nên } 27^t - 26t > -8, \text{ với } \forall t \in \mathbb{R}.$$

Áp dụng bất đẳng thức $27^t - 26t > -8$, ta có

$$27^{3x^2+xy-12x} - 1 - xy > 26 \cdot (3x^2 + xy - 12x) - 8 - 1 - xy$$

$$\Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-12x} - 1 - xy > 78x^2 + 25xy - 312x - 9$$

$$\Leftrightarrow 0 > 78x^2 + 25xy - 312x - 9$$

$$\text{Hay ta có } y < \frac{-78}{25}x + \frac{312}{25} + \frac{9}{25x} \text{ với } x \in \left(\frac{1}{3}; 4 \right), f \left(\frac{1}{3} \right) = 12,52, f(4) = \frac{9}{100} \text{ và dễ thấy hàm}$$

$$\text{số } y = \frac{-78}{25}x + \frac{312}{25} + \frac{9}{25x} \text{ đồng biến trên } \left(\frac{1}{3}; 4 \right) \text{ nên } y \leq 12.$$

$$\square \text{ Xét hàm số } k(x) = 27^{3x^2+xy-12x} - 1 - xy \text{ liên tục trên } \mathbb{R}, \text{ với } y \in [1; 12].$$

$$k(4) = 27^{4y} - 4y - 1 > 0, \text{ với mọi } y \in [1; 12].$$

$$k \left(\frac{1}{3} \right) = 27^{\frac{1}{3}y - \frac{11}{3}} - \frac{1}{3}y - 1 < 0, \text{ với mọi } y \in [1; 12].$$

$$\text{Ta có } k(4) \cdot k \left(\frac{1}{3} \right) < 0 \text{ nên phương trình } 27^{3x^2+xy-12x} - 1 - xy = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm thuộc}$$

$$\left(\frac{1}{3}; 4 \right).$$

$$\text{Vậy } y \in \{-2; -1; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}.$$

Câu 45. [2D3-3.1-4] Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số

$g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi

các đường $y = \frac{f(x)}{g(x) + 6}$ và $y = 1$ bằng

A. $\ln 2$.

B. $\ln 6$.

C. $3 \ln 2$.

D. $2 \ln 2$.

Lời giải

FB tác giả: Ngo Yen

Xét hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$.

Gọi $g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = f'(x) + f''(x) + 6$.

Do hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ là hàm số bậc ba có hai giá trị cực trị là -4 và 2 .

Gọi $M(x_1; -4), N(x_2; 2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $g(x)$, khi đó $g'(x_1) = g'(x_2) = 0$ và $g(x_1) = -4; g(x_2) = 2$.





Xét phương trình

$$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Rightarrow g(x)+6-f(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+6=0 \Leftrightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=x_1 \\ x=x_2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là

$$S = \int_{x_1}^{x_2} \left| \frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right| dx = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{g(x)+6-f(x)}{g(x)+6} dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x)+6} dx \right|$$

$$= \left| \ln|g(x)+6| \Big|_{x_1}^{x_2} \right| = |\ln 8 - \ln 2| = |\ln 4| = 2 \ln 2.$$

Câu 46. [2H2-1.2-3] Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (với m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 5$?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3

Lời giải

FB tác giả: Đoàn Công Hoàng

Phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0(1)$ có $\Delta' = 2m+1$.

+Trường hợp 1: $\Delta' = 2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

Phương trình đã cho có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 5$ suy ra $z_0 = 5$ hoặc $z_0 = -5$.

Nếu $z_0 = 5$ thay vào phương trình (1) ta có

$$25 - 10(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 10m + 15 = 0 \Leftrightarrow m = 5 \pm \sqrt{10} \text{ (thỏa mãn)}.$$

Nếu $z_0 = -5$ thay vào phương trình (1) ta có $25 + 10(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 10m + 35 = 0$ (vô nghiệm do m là số thực).

+Trường hợp 2: $\Delta' = 2m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ khi đó phương trình (1) có 2 nghiệm $z_0, \overline{z_0}$ thỏa

$$\text{mãn: } 25 = |z_0|^2 = z_0 \cdot \overline{z_0} = m^2 \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -5(TM) \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. [2H2-1.2-3] Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng?

A. $\sqrt{13}\pi a^2$.

B. $2\sqrt{7}\pi a^2$.

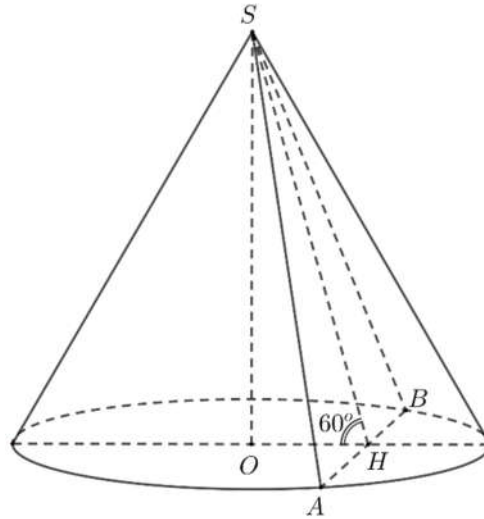
C. $\sqrt{7}\pi a^2$.

D. $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

Fb tác giả: Nam Phùng





Do ΔSAB đều cạnh $2a$ nên $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$.

(SAB) giao với mặt đáy là đường AB , $SH \perp AB$ và $OH \perp AB$, suy ra $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Gọi chiều cao hình nón là h , ta có $\tan \widehat{SHO} = \frac{SO}{OH} \Rightarrow OH = \frac{h}{\tan 60^\circ} = \frac{h\sqrt{3}}{3}$.

Ta có

$$OA = \sqrt{OH^2 + AH^2} = \sqrt{\frac{h^2}{3} + a^2}.$$

$$SO^2 + OA^2 = SA^2 \Leftrightarrow h^2 + \frac{h^2}{3} + a^2 = 4a^2 \Rightarrow h = \frac{3a}{2} \Rightarrow OA = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2} \cdot 2a = \pi a^2 \sqrt{7}$.

Câu 48. [2H1-3.2-3] Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

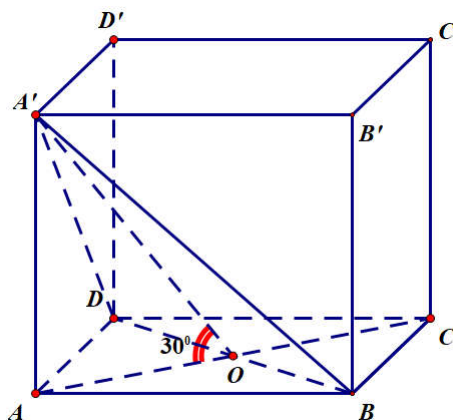
B. $16\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$.

D. $48\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Minh Phạm





Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ khi đó $AO \perp BD$, ta có $AA' \perp (ABCD)$ lúc này ta có

$$\begin{cases} (A'BD) \cap (ABCD) = BD \\ A'A \perp (ABCD) \\ AO \perp BD \end{cases} \text{ suy ra góc giữa hai mặt } (A'BD) \text{ và } (ABCD) \text{ là góc } \widehat{A'OA} \text{ hay}$$

$$\widehat{A'OA} = 30^\circ \text{ do đó } AA' = AO \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Thể tích của khối hộp được tính theo công thức } V = \frac{1}{2} BD^2 \cdot AA' = \frac{16\sqrt{3}}{3} a^3.$$

Câu 49. [2H3-1.4-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(-2; 1; -3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{37}$.

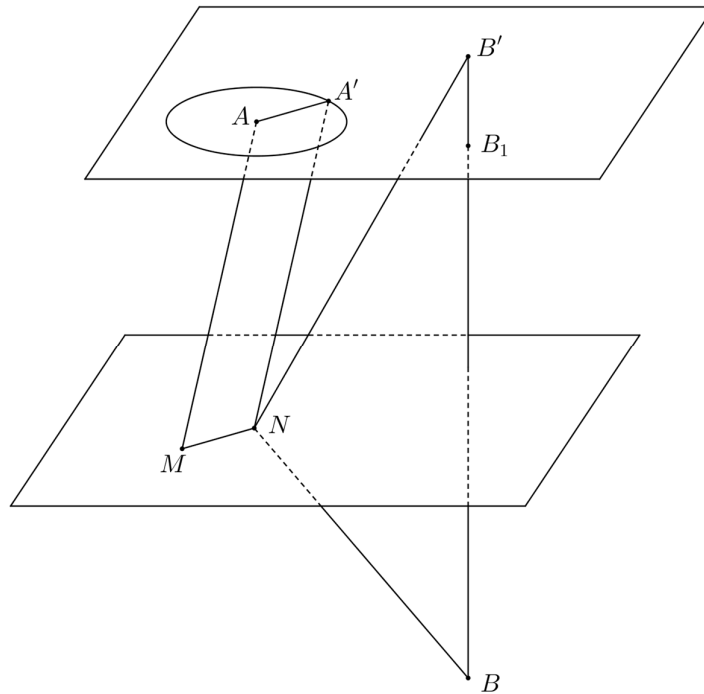
B. $\sqrt{61}$.

C. $\sqrt{17}$.

D. $\sqrt{41}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Loan



Nhận xét: A và B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và song song với mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow (P): z = 2$.

B' đối xứng với B qua mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow B'(-2; 1; 3)$.

B_1 là hình chiếu của B' trên mặt phẳng $(P) \Rightarrow B_1(-2; 1; 2)$.

$$\text{Gọi } A' = T_{\overline{MN}}(A) \Rightarrow \begin{cases} AA' = 1 \\ AA' \parallel (Oxy) \end{cases}$$

$\Rightarrow A'$ thuộc đường tròn (C) có tâm A và bán kính $R = 1$, (C) nằm trên mặt phẳng (P) .





Ta có: $|AM - BN| = |A'N - BN| = |A'N - B'N| \leq A'B'$

$AB_1 = 5 > R \Rightarrow B_1$ nằm ngoài đường tròn (C) .

Do $A' \in (P)$, $B' \notin (P)$ mà $(P) \parallel (Oxy)$ suy ra $A'B'$ luôn cắt mặt phẳng (Oxy) .

Ta lại có: $A'B' = \sqrt{B_1B'^2 + A'B_1^2}$ mà $B'B_1 = 1$; $AB_1 = 5$

$\Rightarrow A'B'_{\max} \Leftrightarrow A'B_1_{\max} \Leftrightarrow A'B_1 = AB_1 + R = 6 \Rightarrow |AM - BN|_{\max} = \sqrt{37}$. Dấu "=" xảy ra khi A' là giao điểm của AB_1 với đường tròn (C) , A ở giữa A' và B_1 và N là giao điểm của $A'B'$ với mặt phẳng (Oxy) .

Câu 50. [2D1-2.6-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-8)(x^2-9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 6.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

FB tác giả: Thanh Giang

Ta có: $f'(x) = (x-8)(x-3)(x+3)$ suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$.

$$g'(x) = \frac{x^3 + 6x}{|x^3 + 6x|} \cdot (3x^2 + 6) f'(|x^3 + 6x| + m) = \frac{x(x^2 + 6)}{|x^3 + 6x|} \cdot (3x^2 + 6) f'(|x^3 + 6x| + m)$$

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(|x^3 + 6x| + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 6x| + m = 8 \\ |x^3 + 6x| + m = 3 \\ |x^3 + 6x| + m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 6x| = -m + 8 \\ |x^3 + 6x| = -m + 3 \\ |x^3 + 6x| = -m - 3 \end{cases} (*)$.

Đạo hàm $g'(x)$ không xác định tại $x=0$.

$g'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x=0$ và $g(x)$ liên tục tại $x=0$ nên $x=0$ là một cực trị của $g(x)$.

Do đó để $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow (*)$ có ít nhất 2 nghiệm bội lẻ khác 0.

Xét hàm số $y = |x^3 + 6x|$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y			

$$\Leftrightarrow -m + 8 > 0 \Leftrightarrow m < 8.$$

Vậy có tất cả 7 giá trị m nguyên dương thỏa mãn.



