|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ NINH BÌNH**  **Đề thi chính thức** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS**  **Năm học 2021-2022**  **Môn thi : TOÁN**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Câu I. (4,0 điểm)**

1. Cho biểu thức thỏa mãn điều kiện 

Hãy tính giá trị của biểu thức với 

1. Cho phương trình bậc hai là tham số, là ẩn số)
2. Tìm để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt 
3. Đặt . Tìm để 

**Câu II. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu III. (4,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương thỏa mãn 
2. Cho và Chứng minh rằng 

**Câu IV. (6,0 điểm)** Cho đường tròn (O) và dây BC cố định (BC không phải là đường kính). Điểm di động trên cung lớn sao cho tam giác là tam giác nhọn. Gọi E là điểm đối xứng của B qua đường thẳng và F là điểm đối xứng của C qua đường thẳng Gọi là giao điểm của hai đường thẳng và là giao điểm của hai đường thẳng và 

1. Chứng minh và là các tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh là phân giác của góc và ba điểm thẳng hàng

**Câu V. (2,0 điểm)**

1. Cho 16 số nguyên dương lớn hơn 1 và nhỏ hơn đôi một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh trong 16 số trên có ít nhất một số là số nguyên tố
2. Cho điểm trên một mặt phẳng sao cho cứ 3 điểm bất kỳ thì tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng : Luôn có thể có ít nhất điểm nằm trong tam giác hoặc trên cạnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1

**ĐÁP ÁN**

**Câu I. (4,0 điểm)**

1. **Cho biểu thức thỏa mãn điều kiện **

**Hãy tính giá trị của biểu thức với **

****

Ta có :



1. **Cho phương trình bậc hai là tham số, là ẩn số)**
2. **Tìm để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt **

Ta có 

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì 

1. **Đặt . Tìm để **

Với , áp dụng hệ thức Viet: 

****

Vậy 

**Câu II. (4,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

****

Vậy phương trình vô nghiệm

1. **Giải hệ phương trình **

****

Đặt 

Thay lại 

**Câu III. (4,0 điểm)**

1. **Tìm tất cả các cặp số nguyên dương thỏa mãn **

****

Giả sử tồn tại cặp thỏa mãn , biến đổi trên chứng minh là ước của 27



Vậy 

1. **Cho và Chứng minh rằng **

Ta có :

Tương tự : 



Áp dụng bất đẳng thức Co-si ta có :



. Dấu bằng xảy ra khi 

**Câu IV. (6,0 điểm) Cho đường tròn (O) và dây BC cố định (BC không phải là đường kính). Điểm di động trên cung lớn sao cho tam giác là tam giác nhọn. Gọi E là điểm đối xứng của B qua đường thẳng và F là điểm đối xứng của C qua đường thẳng Gọi là giao điểm của hai đường thẳng và là giao điểm của hai đường thẳng và **

****

1. **Chứng minh và là các tứ giác nội tiếp**

Gọi M là giao điểm của AB và CF, N là giao điểm AC và BE

F đối xứng C qua AB nên là đường trung trực FC

cân tại A nên mà (cùng phụ 

là tứ giác nội tiếp

Cmtt suy ra là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh là phân giác của góc và ba điểm thẳng hàng**

Có (chắn AF vì nội tiếp), (chắn AC vì ACKF là tứ giác nội tiếp), 

nên KA là phân giác 

Có (chắn vì FAHB là tứ giác nội tiếp)

(cùng chắn vì nội tiếp) nên 

Gọi 

Xét có vuông tại C

Lại có nên H là trực tâm tại I



Mà (cùng chắn cung AC của 

Từ (1), (2), (3) suy ra hay 

Từ (\*), (\*\*)

Vậy thẳng hàng

**Câu V. (2,0 điểm)**

1. **Cho 16 số nguyên dương lớn hơn 1 và nhỏ hơn đôi một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh trong 16 số trên có ít nhất một số là số nguyên tố**

Giả sử phản chứng trong 16 số đó không có số nào là số nguyên tố, tức là 16 hợp số

Do đó xét một số bất kỳ trong 16 số đó là hợp số do đó với 

Mà 

Gọi 16 số đó là và mỗi số là hợp số nên phân tích được

và 

Cho nên suy ra 

Ta gọi lần lượt là các ước nguyên tố của 

Suy ra 

Mà có 14 số nguyên tố khác nhau nhỏ hơn 44 nên theo nguyên lý Dirichlet có 16 số mà có 14 giá trị suy ra tồn tại , suy ra vô lý do hai số bất kỳ nguyên tố cùng nhau.

Vậy nên giả thiết phản chứng là sai nên đpcm

1. **Cho điểm trên một mặt phẳng sao cho cứ 3 điểm bất kỳ thì tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng : Luôn có thể có ít nhất điểm nằm trong tam giác hoặc trên cạnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1**

Gọi là tam giác có diện tích lớn nhất trong số hữu hạn các tam giác cho sẵn, kẻ đường thẳng qua nên các điểm còn lại nằm trong nửa mặt phẳng chứa Tương tự từ B, C kẻ song song và cắt nhau tạo thành tam giác mới nên điểm đã cho nằm trong 

Mà gồm 4 tam giác nhỏ có diện tích bằng Nên theo nguyên tắc Đi-rich-let thì tồn tai ít nhất một tam giác chứa bằng hoặc hơn điểm