|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****PHÚ THỌ****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CÁC MÔN VĂN HÓA****LỚP 9 CẤP TỈNH NĂM HỌC 2018-2019****Môn: Toán** Thời gian: 150 phút  |

1. **TRẮC NGHIỆM (8 điểm)**

**Câu 1.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương sao cho là số tự nhiên

1. 1 B. 4 C. 3 D. 5

**Câu 2.** Cho hình thang có hai cạnh đáy sao cho ,. Độ dài đường chéo bằng:

1.  B.  C.  D. 

**Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ , đường thẳng di qua điểm và song song với đường thẳng có phương trình là:

1.  B.  C.  D. 

**Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ cho hai điểm và Độ dài đường cao hạ từ đỉnh O của tam giác OAB bằng:

1.  B.  C.  D. 

**Câu 5.** Trong mặt phẳng tọa độ cho bốn điểm ,. Diện tích tứ giác  bằng:

1.  B.  C. 15 D. 30

**Câu 7.** Cho bốn điểm nằm trên đồ thị hàm số sao cho là một tứ giác lồi nội tiếp đường tròn đường kính Gọi lần lượt là trung điểm của Giá trị bằng:

1. 0 B.  C. 1 D. 

**Câu 8.** Cho tam giác  vuông tại A có và phân giác AD. Giá trị bằng:

1.  B.  C.  D. 

**Câu 9.** Gọi S là tập nghiệm của phương trình, số nghiệm của phương trình là:

1. 2 B. 4 C. 2019 D. 2020

**Câu 10.** Biết là một nghiệm của phương trình Giá trị bằng:

1.  B.  C.  D. 

**Câu 11.** Cho tam giác vuông tại A có đường cao trung tuyến AM. Biết và cạnh huyền Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng:

1.  B.  C. 8,75 D. 14

**Câu 12.** Cho tam giác vuông tại A có , đường cao Kẻ HK vuông góc thuộc AC). Độ dài CK bằng:

1.  B.  C.  D. 

**Câu 13.** Một học sinh đứng ở mặt đất cách tháp ăng-ten 100m. Biết rằng học sinh đó nhìn thấy đỉnh tháp ở góc so với đường nằm ngang, khoảng cách từ mắt đến mặt đất bằng Chiều cao của tháp (làm tròn đến đơn vị mét) bằng:

1. 34 B. 35 C. 36 D. 38

**Câu 14.** Tỉ số giữa bán kính đường tròn nội tiếp và bán kính đường tròn ngoại tiếp của một tam giác đều là:

1.  B.  C.  D. 

**Câu 15.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC tại D. Biết Diện tích tam giác bằng:

1. 25 B. 50 C.  D. 100

**Câu 16.** Có tất cả bao nhiêu cách xếp bạn An, Bình, Cường, Thắng , Việt ngồi thành một hàng ngang sao cho hai bạn Thắng và Việt không ngồi cạnh nhau.

A. 48 B. 72 C. 96 D. 118

1. **Tự luận (12 điểm)**

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. Chứng minh rằng trong 5 số nguyên dương đôi một phân biệt luôn tồn tại 4 số có tổng là hợp số
2. Bạn Thắng lần lượt chia số 2018 cho 1;2;3;4…;2018 rồi viết ra 2018 số dư tương ứng sau đó bạn Việt chia số 2019 cho 1;2;3;4;….;2019 rồi viết ra 2019 số dư tương ứng. Hỏi ai có tổng số dư lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu.

**Câu 2. (3,0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình: 
2. Giải phương trình: 

**Câu 3. (5,0 điểm)**

Cho tam giác nội tiếp D thuộc đoạn BC (D không trùng B, C) và tiếp xúc trong với O tại K, tiếp xúc với đoạn tại F, E. Các đường thẳng cắt (O) tại M, N

1. Chứng minh rằng 
2. Chứng minh rằng tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác 
3. Chứng minh luôn đi qua điểm cố định khi chạy trên BC.

**Câu 4. (1,0 điểm)** Cho các số thực 

Chứng minh rằng: 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1,**

1. Áp dụng quy tắc chẵn – lẻ. Xét các trường hợp sau:

Ta có cùng chẵn nên đương nhiên chọn bất kỳ cặp nào cũng có tổng và cả hiệu của chúng là số chia hết cho 2.

Ta có củng lẻ nên đương nhiên chọn bất kỳ cặp nào cũng có tổng và cả hiệu của chúng là số chia hết cho 2.

Ta có có một cặp số lẻ nên hiệu và tổng của 2 số lẻ chiaa hết cho 2.

có một cặp là số chẵn nên hiệu và tổng của 2 số chẵn chia hết cho 2.

Hai trường hợp đầu có 3 cặp số thỏa mãn đầu bài. Hai trường hợp cuối có một cặp số thỏa mãn đầu bài. Vậy có ít nhất 1 cặp số mà tổng và hiệu của chúng chia hết cho 2 nên là hợp số.

Áp dụng quy tắc số dư. Ta thấy phép chia cho 5 có thể được các số dư là ,Xét các trường hợp:

\*Cả 4 số có số dư khác nhau bao giờ cũng có ít nhất 1 cặp số có số dư là hoặc nên tổng 1 cặp số đó chia hết cho 5. Với nhóm số dư nên suy ra 2 cặp có tổng chia hết cho 5

\*Cả 4 số có số dư trùng nhau nên 6 cặp từng đôi một có hiệu bằng 0 nên chia hết cho 5.

\*Cả 2 cặp số có số dư trùng nhau nên hiệu của 2 cặp số đó bằng 0 chia hết cho 5

\*Cả 1 cặp có số dư trùng nhau nên hiệu của 1 cặp số đó bằng 0 chia hết cho 5.

Vậy ít nhất cũng chọn ra 1 cặp số mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 5. Hay trong 5 số nguyên dương đôi một phân biệt luôn tồn tại 4 số có tổng là hợp số.

1. Gọi T là tổng các số dư của Thắng, V là tổng các số dư của Việt. Gọi là số dư chia cho ; gọi là số dư chia 2019 cho Ta thấy rằng:  với . Nếu  Nếu 

. Trong đó là tổng các ước không vượt quá của 2019. Ta có . Suy ra nên ta có Suy ra 

Và 

**Câu 2.**

1. Ta có: 

Ta đặt Khi đó hệ tương đương với :

. Giải hệ trên ta có nghiệm

1. Điều kiện xác định: 



**Câu 3.**

****

1. Qua K kẻ tiếp tuyến chung với và . Gọi H là giao của (d) và BC



1. Ta có tam giác cân tại H suy ra suy ra là phân giác Suy ra nên ta có là tiếp tuyến 
2. Gọi cắt tại I. Ta chứng minh I cố định. Thật vậy, ta có nên tứ giác nội tiếp

Suy ra hay 

Suy ra 

Ta có là tiếp tuyến suy ra 

Từ (1) và (2) suy ra Lúc đó ta có:



Nên CI là phân giác mà AM là phân giác BAC nên I cố định

**Câu 4.**

Áp dụng BĐT  với ta có:

với 

Nên Tương tự ta có:



Suy ra 

Dấu xảy ra khi có 1 số bằng 1, các số còn lại bằng 0