

PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. (Sở Phú Thọ 2019) Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá nguyên của m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu?

Trả lời:

Câu 2. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4mx + 2my - 2mz + 9m^2 - 28 = 0$ là phương trình mặt cầu?

Trả lời:

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Tổng các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π bằng?

Trả lời:

Câu 4. (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm nằm trên mặt phẳng Oxy và đi qua ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Hoành độ tâm (I) của mặt cầu bằng?

Trả lời:

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(-6; -12; 18)$. Hoành độ tâm của mặt cầu (S) bằng?

Trả lời:

Câu 6. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - \cos \alpha)^2 + (y - \cos \beta)^2 + (z - \cos \gamma)^2 = 4$ với α, β và γ lần lượt là ba góc tạo bởi tia Ot bất kì với 3 tia Ox, Oy và Oz . Biết rằng mặt cầu (S) luôn tiếp xúc với hai mặt cầu cố định. Tổng diện tích của hai mặt cầu cố định đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Trả lời:

Câu 7. (Sở Kon Tum 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; -4)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có diện tích bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến phần mười)

Trả lời:

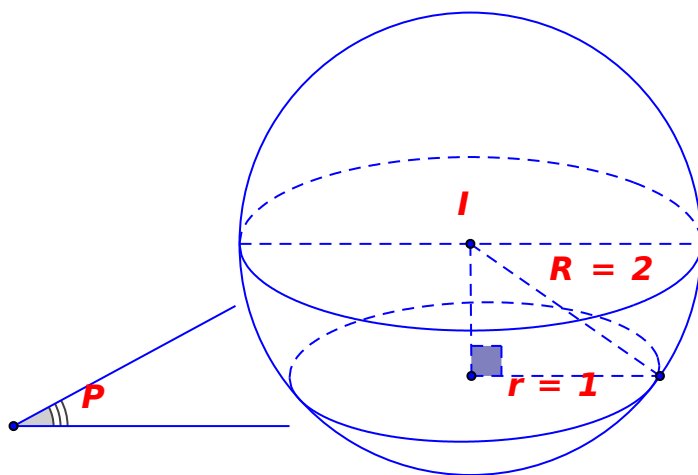
Câu 8. (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng (α) có phương trình $2x - 2y - z + 9 = 0$. Tính bán kính của đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

Trả lời:

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m > 0$; $n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó?

Trả lời:

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x + my + z - 3m - 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2.



Trả lời:

Câu 11. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tổng tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .

Trả lời:

Câu 12. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$ có tâm I và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 7 = 0$. Thể tích của khối nón đỉnh I và đường tròn đáy là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Trả lời:

Câu 13. (Chuyên Ngữ Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ lần lượt có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z + 5 = 0$. Xét các mặt phẳng (P) thay đổi nhưng luôn tiếp xúc cả hai mặt cầu đã cho. Gọi $A(a; b; c)$ là điểm mà tất cả các mặt phẳng (P) đi qua. Tính tổng $S = a + b + c$.

Trả lời:

Câu 14. (Sở Kon Tum - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 45$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-13=0$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $I(a;b;c)$ thì giá trị của $a+b+c$ bằng?

Trả lời:

Câu 15. (Hồng Lĩnh - Hà Tĩnh – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Tìm số mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S)

Trả lời:

Câu 16. (Chuyên Hà Tĩnh - 2018) Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua điểm $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P=a-b+c$.

Trả lời:

Câu 17. (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi - 2018) Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;-1;2)$, $B(2;-3;0)$, $C(-2;1;1)$, $D(0;-1;3)$. Gọi (L) là tập hợp tất cả các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MC} \cdot \overline{MD} = 1$. Biết rằng (L) là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính r bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Trả lời:

Câu 18. (Mã 102 - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-\sqrt{2})^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

Trả lời:

Câu 19. (Chuyên Vinh – 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 12y + 6z + 24 = 0$. Hai điểm M, N thuộc (S) sao cho $MN=8$ và $OM^2 - ON^2 = -112$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng MN bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 20. (THPT Phụ Dực - Quảng Bình 2022) Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 7$. Hỏi có bao nhiêu điểm M trên mặt phẳng (Oxy) với M có tọa độ nguyên sao cho qua M kẻ được ít nhất hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến mặt cầu (S) .

Trả lời:

Câu 21. (Mã 101-2023) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $u=(1;a;1-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Khi đó $a^2 = \frac{m}{n}$ trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản, tính $m+n$

Trả lời:

Câu 22. (Mã 101-2023) Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;8;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60° ?

Trả lời:

Câu 23. (Sở Thừa Thiên Huế 2023) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm O , bán kính $R=2$ và mặt cầu $(S'): (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. Mặt phẳng (P) thay đổi luôn tiếp xúc với hai mặt cầu (S) và (S') . Biết rằng (P) luôn đi qua điểm $M(a;b;c)$ cố định. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

Trả lời:

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 8$. Tính giá trị của m

Trả lời:

Câu 25. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu

$x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng?

Trả lời:

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $M(1;1;1), N(-3;-3;-3)$. Mặt cầu (S) đi qua M, N và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm Q . Biết rằng Q luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

Trả lời:

Câu 27. (Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3^2$, mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ và điểm $N(1;0;-4)$ thuộc (P) . Một đường thẳng Δ đi qua N nằm trong (P) cắt (S) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 4$. Gọi $u(1;b;c)$, ($c > 0$) là một vectơ chỉ phương của Δ , tổng $b+c$ bằng

Trả lời:

Câu 28. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a;b;c)$, ($a > 0$) nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt

cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) và $\angle AMB = 60^\circ$, $\angle BMC = 60^\circ$, $\angle CMA = 120^\circ$. Biết $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{m}{n}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản, tính $m+n$

Trả lời:

Câu 29. (Mã 104 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; -2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc nhau và $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

Trả lời:

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m \in (0; 1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 10 = 0$ và $(\beta): \frac{x}{m} + \frac{y}{1-m} + \frac{z}{1} = 1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng?

Trả lời:

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1; 1; 2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng?

Trả lời:

Câu 32. (Chuyên KHTN 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0; 0; 3), B(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều?

Trả lời:

Câu 33. Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Gọi d', Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P) . Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Biểu thức $a + b + c$ bằng?

Trả lời:

Câu 34. (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - my + z + 2m - 1 = 0$ và $(\beta): mx + y - mz + m + 2 = 0$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oxy) . Biết rằng với mọi số thực m thay đổi thì đường thẳng Δ luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

Trả lời:

Câu 35. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a; b; c) (a > 0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\angle AMB = 60^\circ$, $\angle BMC = 90^\circ$, $\angle CMA = 120^\circ$. Tính $Q = a + b + c$.

Trả lời:

Câu 36. (Nam Định - 2021) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$, $(S_2): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$ và điểm $A\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{14}{3}\right)$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S_1) và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2) . Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu (S_2) . Khi đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M(a; b; c)$. Tính giá trị của $T = a + b + c$.

Trả lời:

Câu 37. (Đại Học Hồng Đức -2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 4 = 0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N là tiếp điểm. $H(a; b; c)$ là trung điểm của MN . Khi đó tích $2a - b + c$ bằng

Trả lời:

Câu 38. (Ninh Bình-2021) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của α để tồn tại một mặt phẳng (Q) chứa d tạo với (P) một góc α° .

Trả lời:

Câu 39. (Đề minh họa 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 50$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

Trả lời:

Câu 40. (Mã 101-2022) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 3; 9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Trả lời:

Câu 41. (Sở Bắc Giang 2022) Trong không gian $Oxyz$, biết rằng không có đường thẳng nào cắt đồng

$$d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}; d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}; d_3: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}; d_4: \begin{cases} x=6+t \\ y=a+3t \\ z=b+t \end{cases}$$

thời cả 4 đường thẳng

Giá trị $2b - a$ bằng?

Trả lời:

Câu 42. (Sở Bạc Liêu 2022) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm $M(1; 3; -1)$, biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M tới các mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường tròn (C) có tâm $J(a; b; c)$. Giá trị $T = 2a + b + c$ bằng?

Trả lời:

Câu 43. (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi 2022) Cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -2 \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}), \Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{1}$$

và mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Gọi d', Δ' lần lượt là hình chiếu của d, Δ lên mặt phẳng (P) . Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' . Giá trị của tổng $a + bc$ bằng?

Trả lời:

Câu 44. (Chuyên Lê Khiết - Quảng Ngãi 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$. Lấy điểm $M(a; b; c)$ với $a < 0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là tiếp điểm) thỏa mãn góc $\angle AMB = 60^\circ, \angle BMC = 90^\circ, \angle CMA = 120^\circ$. Tổng $a + b + c$ bằng?

Trả lời:

Câu 45. (Chuyên Ngoại Ngữ - Hà Nội 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+3}{-4}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục tung, với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

Trả lời:

Câu 46. (THPT Ninh Bình - Bạc Liêu 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm

$A(10; 6; -2), B(5; 10; -9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 12 = 0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định. Hoàng độ của tâm đường tròn (ω) bằng?

Trả lời:

Câu 47. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A_1B_1C_1$ có $A_1(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1 = 1, (C$ không trùng với O). Biết $u = (a; b; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng A_1C . Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng?

Trả lời:

Câu 48. (THPT Cò Nồi - Sơn La 2022) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $(S'): x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P): z - m = 0$. Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C) . Tổng các phần tử của tập hợp T là?

Trả lời:

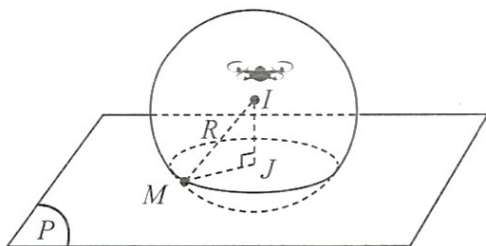
Câu 49. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P): x - 2y - z - 1 = 0$ tại điểm M . Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$ với $a > 0$ thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm A . Biết rằng diện tích tam giác IAM bằng $12\sqrt{3}$. Tổng $a + b + c$ bằng?

Trả lời:

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, giả sử bề mặt Trái Đất (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Từ vị trí $A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, người ta dự định đào một đường hầm xuyên qua lòng đất theo hướng $v = (2; 2; -3)$. Tính độ dài đường hầm cần đào. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Trả lời:

Câu 51. Một khu vực đã được thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét). Một flycam đang phát sóng wifi bao phủ một vùng không gian bên trong mặt cầu $(S): (x-20)^2 + (y-30)^2 + (z-10)^2 = 400$.

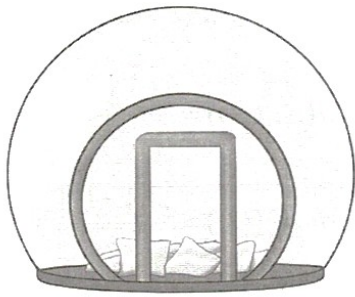


Một người đang sử dụng máy tính tại điểm M nằm trên điểm giao của mặt cầu (S) và mặt đất $(P): z = 0$.

Tính độ dài đoạn thẳng JM . Làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét.

Trả lời:

Câu 52. Người ta muốn thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu bằng phần mềm 3D. Cho biết phương trình bề mặt của lều là $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$, phương trình mặt phẳng chứa cửa lều là $(P): x = 2$, phương trình chứa sàn lều là $(Q): z = 0$.



Tính tổng bán kính đường tròn cửa lều và đường tròn sàn lều (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

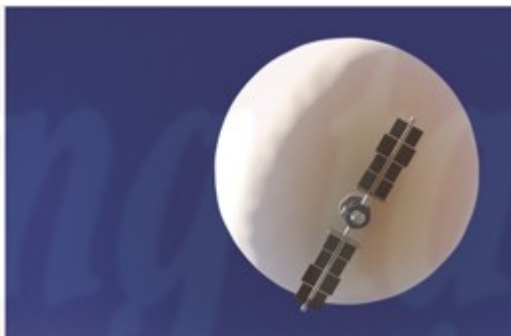
Trả lời:

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là mét), các nhà nghiên cứu khí tượng dùng một phần mềm mô phỏng bề mặt của một quả bóng thám không có dạng hình cầu bằng phương trình $(x - 300)^2 + (y - 400)^2 + (z - 2000)^2 = 1$. Tính khoảng cách từ tâm của quả bóng đến mặt đất có phương trình $z = 0$.



Trả lời:

Câu 54. Bề mặt của một bóng thám không dạng hình cầu có phương trình:
 $x^2 + y^2 + z^2 - 200x - 600y - 4000z + 4099900 = 0$.



Tìm bán kính mặt cầu.

Trả lời:

Câu 55. Đầu in phun của một máy in 3D đang in bề mặt của một mặt cầu có phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 + \frac{1}{8}x - \frac{1}{8}y - z + \frac{1}{16} = 0.$$



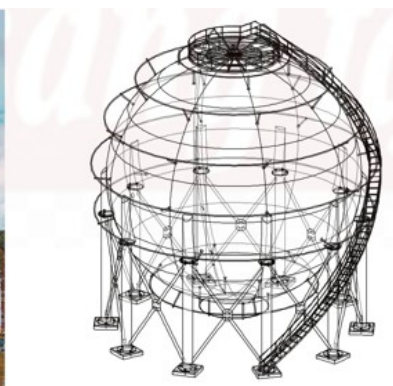
Tính khoảng cách từ đầu in phun đến tâm mặt cầu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Trả lời:

Câu 56. Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hoá lỏng hình cầu bằng phần mềm $3D$. Cho biết phương trình bề mặt của bồn chứa là $(S): (x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng chứa nắp là $(P): z = 10$.



a)

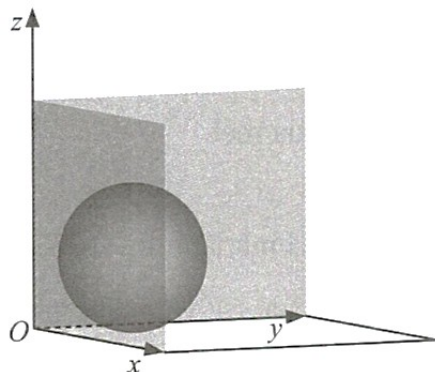


b)

Tính khoảng cách từ tâm bồn chứa đến mặt phẳng chứa nắp.

Trả lời:

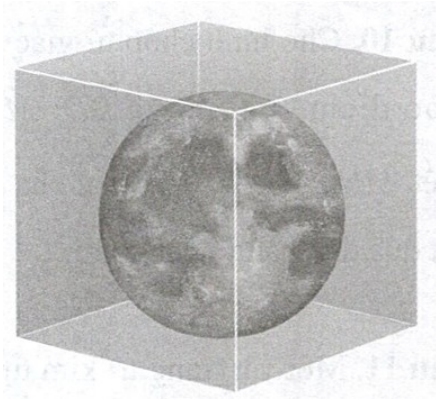
Câu 57. Hai quả bóng dạng hình cầu có kích thước khác nhau lần lượt đặt vào góc một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là $2; 3; 1$. Tính tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó.



Trả lời:

Câu 58. Trong khối lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ cạnh 8 cm có mặt cầu cách đều các mặt của hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ một khoảng 1 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , đỉnh B thuộc tia Ox , đỉnh D thuộc tia Oy , đỉnh A' thuộc tia Oz . Khi đó, phương

trình của mặt cầu bên trong khối lập phương là $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$. Tìm giá trị của $a + b + c + d$.



Trả lời:

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có $A(a; 0; 0), B(-a; 0; 0)$, $C(0; 1; 0), B'(-a; 0; b)$, trong đó a, b là các số thực dương và thỏa mãn $a + b = 4$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa $B'C$ và song song với AC' sao cho khoảng cách từ A đến (α) là lớn nhất. Khi đó, mặt cầu đi qua sáu điểm A, B, C, A', B', C' có bán kính R bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Trả lời:

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0, (Q): 2x - y + z - 5 = 0$. Hai đường thẳng d và Δ đi qua tâm của (S) , lần lượt vuông góc và cắt $(P), (Q)$ theo thứ tự đó tại A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; -5), B(-4; 2; 1)$. Xét M là điểm thay đổi thỏa mãn điều kiện $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = 9$. Độ dài đoạn thẳng OM lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Trả lời:

Câu 62. Bạn Bình nhờ bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm (tiếp xúc) với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó (khi đó khoảng cách từ tâm quả bóng đến hai bức tường và nền nhà đều bằng bán kính của quả bóng) thì có một điểm M trên quả bóng với khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là $17\text{cm}, 18\text{cm}$ và 21cm (Hình vẽ).



Hãy giúp Nam xác định đường kính của quả bóng rổ đó. Biết rằng loại bóng rổ tiêu chuẩn này có đường kính nhỏ hơn 30cm . Viết kết quả làm tròn đến hàng phần chục của cm.

Trả lời:

Câu 63. Giả sử Trái Đất có dạng hình cầu và bạn An đang đứng trên mặt đất. Có 3 vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách An $3 \cdot 10^6 m$, vệ tinh thứ hai đang cách An $5 \cdot 10^6 m$ và vệ tinh thứ ba đang cách An $4 \cdot 10^6 m$. Biết rằng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước với O là tâm Trái Đất (1 đơn vị $= 10^6 m$), tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì tọa độ của các vệ tinh lần lượt là $I_1(4; 4; 6)$, $I_2(4; 9; 3)$ và $I_3(8; 4; 3)$. Giả sử bạn An đang đứng ở vị trí có tọa độ là $A(a; b; c)$. Hãy tính $a + b + c$.

Trả lời:

Câu 64. Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian (Hình).



Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Như vậy, điểm M là giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh đã cho.

Ta xét một ví dụ cụ thể như sau:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vệ tinh $A(3; -1; 6)$, $B(1; 4; 8)$, $C(7; 9; 6)$, $D(7; -15; 18)$. Tọa độ của điểm $M(a; b; c)$ trong không gian biết khoảng cách từ vệ tinh đến điểm M lần lượt là $MA = 6$, $MB = 7$, $MC = 12$, $MD = 24$

Tính $a + b + c$.

Trả lời:

Câu 65. (Sở Cà Mau 2022) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$. Hai mặt phẳng (P) , (Q) chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại M , N . Gọi $H(a; b; c)$ là trung điểm của MN . Khi đó tính tổng $a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Trả lời: