

DẠNG 1. XÉT DẤU CỦA CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

- Câu 1.** Cho $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Kết quả đúng là
A. $\sin a > 0, \cos a > 0$. **B.** $\sin a < 0, \cos a < 0$. **C.** $\sin a > 0, \cos a < 0$. **D.** $\sin a < 0, \cos a > 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \sin a > 0, \cos a < 0.$$

- Câu 2.** Trong các giá trị sau, $\sin \alpha$ có thể nhận giá trị nào?

A. $-0,7$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$. Nên ta chọn **A.**

- Câu 3.** Cho $2\pi < a < \frac{5\pi}{2}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\tan a > 0, \cot a < 0$. **B.** $\tan a < 0, \cot a < 0$.
C. $\tan a > 0, \cot a > 0$. **D.** $\tan a < 0, \cot a > 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } a = b + 2\pi$$

$$2\pi < a < \frac{5\pi}{2} \hat{=} 2\pi < b + 2\pi < \frac{5\pi}{2} \hat{=} 0 < b < \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Có } \tan a = \tan(b + 2\pi) = \tan b > 0$$

$$\cot a = \frac{1}{\tan a} > 0$$

$$\text{Vậy } \tan a > 0, \cot a > 0$$

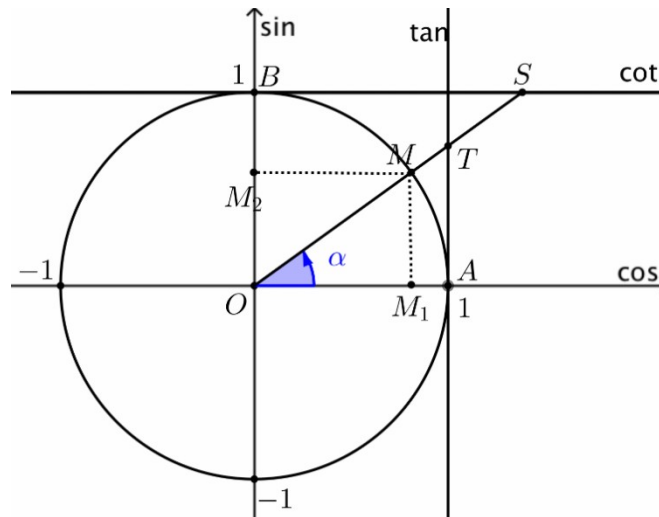
- Câu 4.** Ở góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

A. $\cot \alpha < 0$. **B.** $\sin \alpha > 0$. **C.** $\cos \alpha < 0$. **D.** $\tan \alpha < 0$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đường tròn lượng giác:



-Ta thấy ở góc phần tư thứ nhất thì: $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0; \tan \alpha > 0; \cot \alpha > 0$

$\Rightarrow$ chỉ có câu A thỏa mãn.

Câu 5. Ở góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác. hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A.** $\cot \alpha > 0$. **B.** $\tan \alpha > 0$. **C.** $\sin \alpha > 0$. **D.** $\cos \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn D

- Ở góc phần tư thứ tư thì: $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0; \tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

$\Rightarrow$ chỉ có C thỏa mãn.

Câu 6. Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Xét câu nào sau đây đúng?

- A.** $\tan \alpha > 0$. **B.** $\cot \alpha > 0$. **C.** $\cos \alpha > 0$. **D.** $\sin \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi \Leftrightarrow \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} < \alpha < 2\pi$$

nên α thuộc cung phần tư thứ IV vì vậy đáp án đúng là A

Câu 7. Xét câu nào sau đây đúng?

A. $\cos^2 45^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{3} \cos 60^\circ\right)$.

B. Hai câu A và

C. Nếu a âm thì ít nhất một trong hai số $\cos a, \sin a$ phải âm.

D. Nếu a dương thì $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$.

Lời giải

Chọn A

A sai vì $\alpha = \frac{-7\pi}{4}$ nhưng $\sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.

B sai vì $\alpha = \frac{5\pi}{4}$ nhưng $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} < 0$.

C đúng vì $\cos^2 45^\circ = \frac{1}{2}, \sin\left(\frac{\pi}{3} \cos 60^\circ\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

Câu 8. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là:

- A.** $\sin \alpha < 0; \cos \alpha < 0$. **B.** $\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0$. **D.** $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$

Câu 9. Xét các mệnh đề sau:

I. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. II. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$. III. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$.

Mệnh đề nào **sai**?

- A.** Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** Chỉ II và III. **D.** Cả I, II và III.

Lời giải

Chọn C

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên α thuộc cung phần tư thứ IV nên chỉ II, II sai.

Câu 10. Xét các mệnh đề sau đây:

I. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. II. $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$. III. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$.

Mệnh đề nào đúng?

- A.** Chỉ II và III. **B.** Cả I, II và III. **C.** Chỉ I. **D.** Chỉ I và II.

Lời giải

Chọn B

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \pi < \left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < \frac{3\pi}{2}$ nên đáp án là D

Câu 11. Cho góc lượng giác α $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Xét dấu $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$ và $\tan(-\alpha)$. Chọn kết quả đúng.

A. $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) < 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \begin{cases} \pi < \alpha + \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{2} \\ -\pi < -\alpha < -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ \tan(-\alpha) > 0 \end{cases}$$

Ta có

DẠNG 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA CÁC CUNG CÓ LIÊN QUAN ĐẶC BIỆT

Câu 12. Cho hai góc nhọn α và β phụ nhau. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\cot \alpha = \tan \beta$ B. $\cos \alpha = \sin \beta$ C. $\cos \beta = \sin \alpha$ **D. $\sin \alpha = -\cos \beta$**

Lời giải

Chọn D

Thường nhớ: các góc phụ nhau có các giá trị lượng giác bằng chéo nhau

Nghĩa là $\cos \alpha = \sin \beta$; $\cot \alpha = \tan \beta$ và ngược lại.

Câu 13. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$ B. $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$
C. $\sin(180^\circ - a) = \sin a$ D. $\sin(180^\circ - a) = \cos a$

Lời giải

Chọn C.

Theo công thức.

Câu 14. Chọn đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau

- A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$
C. $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$ D. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$

Lời giải

Chọn D.

Câu 15. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\cos(-x) = -\cos x$ B. $\sin(x - \pi) = \sin x$
C. $\cos(\pi - x) = -\cos x$ D. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\cos(\pi - x) = -\cos x$

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ B. $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$ C. $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$ D. $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

Lời giải

Chọn C

Để thấy C sai vì $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$.

Câu 17. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(-x) = -\sin x$.

B. $\cos(-x) = -\cos x$.

C. $\cot(-x) = \cot x$.

D. $\tan(-x) = \tan x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sin(-x) = -\sin x$.

Câu 18. Chọn hệ thức **sai** trong các hệ thức sau.

A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x$.

B. $\sin(3\pi - x) = \sin x$.

C. $\cos(3\pi - x) = \cos x$.

D. $\cos(-x) = \cos x$.

Lời giải

Chọn C

$$\cos(3\pi - x) = \cos(\pi - x) = -\cos x$$

Câu 19. $\cos(x + 2017\pi)$ bằng kết quả nào sau đây?

A. $-\cos x$.

B. $-\sin x$.

C. $\sin x$.

D. $\cos x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos(x + 2017\pi) = -\cos x$.

DẠNG 3. TÍNH GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

Câu 20. Giá trị của $\cot 1458^\circ$ là

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. $\sqrt{5+2\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D

$$\cot 1458^\circ = \cot(4.360^\circ + 18^\circ) = \cot 18^\circ = \sqrt{5+2\sqrt{5}}$$

Câu 21. Giá trị $\cot \frac{89\pi}{6}$ là

A. $\sqrt{3}$.

B. $-\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Biến đổi $\cot \frac{89\pi}{6} = \cot \left(-\frac{\pi}{6} + 15\pi \right) = \cot \left(-\frac{\pi}{6} \right) = -\cot \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$

Câu 22. Giá trị của $\tan 180^\circ$ là

- A.** 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** Không xác định.

Lời giải

Chọn B

Biến đổi $\tan 180^\circ = \tan (0^\circ + 180^\circ) = \tan 0^\circ = 0$

Câu 23. Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

- A.** $\cot \alpha = 2$. **B.** $\cot \alpha = \frac{1}{4}$. **C.** $\cot \alpha = \frac{1}{2}$. **D.** $\cot \alpha = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Ta có: $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

Câu 24. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\cos \alpha$ là:

- A.** $\frac{4}{5}$. **B.** $-\frac{4}{5}$. **C.** $\pm \frac{4}{5}$. **D.** $\frac{16}{25}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$

Câu 25. Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin \alpha$.

- A.** $\sin \alpha = \frac{1}{5}$. **B.** $\sin \alpha = -\frac{1}{5}$. **C.** $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. **D.** $\sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5} \right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$

Do $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0$. Suy ra, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 26. Tính α biết $\cos \alpha = 1$

A. $\alpha = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ B. $\alpha = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D. $\alpha = -\pi + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\cos \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 27. Cho $\tan \alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khi đó:

A. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$

B. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$

C. $\sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$

D. $\sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}, \cos \alpha = -\frac{5}{\sqrt{41}}$

C

Lời giải

Chọn C

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{25} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{41}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{25}{41} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{5}{\sqrt{41}}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{41} = \frac{16}{41} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{4}{\sqrt{41}}$$

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha > 0 \rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}} \\ \sin \alpha < 0 \rightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{\sqrt{41}} \end{cases}$$

Câu 28. Cho $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Giá trị của $\tan 15^\circ$ bằng:

A. $\sqrt{3} - 2$

B. $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

C. $2 - \sqrt{3}$

D. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn C

$$\tan^2 15^\circ = \frac{1}{\cos^2 15^\circ} - 1 = \frac{4}{2 + \sqrt{3}} - 1 = (2 - \sqrt{3})^2 \Rightarrow \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}.$$

- Câu 29.** Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$. Khi đó $\tan \alpha$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{21}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{5}$. D. $-\frac{\sqrt{21}}{2}$!

Lời giải

Chọn D

Với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \tan \alpha < 0$.

Ta có $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{25}{4} - 1 = \frac{21}{4} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{2}$.

- Câu 30.** Cho $\tan \alpha = \sqrt{5}$, với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó $\cos \alpha$ bằng:
- A. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$! B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + (\sqrt{5})^2 = 6$.

Mặt khác $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{6}$.

- Câu 31.** Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} (90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cot \alpha$.

- A. $\cot \alpha = \frac{3}{4}$. B. $\cot \alpha = \frac{4}{3}$.
- C. $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$! D. $\cot \alpha = -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{16}{9} \Rightarrow \cot \alpha = \pm \frac{4}{3}$.

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cot \alpha = -\frac{4}{3}$.

- Câu 32.** Trên nửa đường tròn đơn vị cho góc α sao cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ và $\cos \alpha < 0$. Tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{-2\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{-2}{5}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, mà $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

Suy ra $\cos^2 \alpha = \frac{5}{9}$, có $\cos \alpha < 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Có $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 33. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó $\cos \alpha$ có giá trị là.

A. $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{8}{9}$.

D. $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{8}{9}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} (l) \\ \cos \alpha = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} (tm) \end{cases}$$

Câu 34. Cho $\cot \alpha = -3\sqrt{2}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó giá trị $\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2}$ bằng:

A. $2\sqrt{19}$.

B. $-2\sqrt{19}$.

C. $-\sqrt{19}$.

D. $\sqrt{19}$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha = 1 + 18 = 19 \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{19} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{19}}$$

Vì

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{19}}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} + \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha} = 2\sqrt{19}$$

Suy ra

Câu 35. Nếu $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{2}$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

A. $\frac{5}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{13}{4}$

D. $\frac{9}{4}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow 1 + \sin 2\alpha = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{5}{4}$

Câu 36. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của $\sin x$.

A. $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{6}$

B. $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{6}$

C. $\sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4}$

D. $\sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4}$

Lời giải

Chọn C

Từ $\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} - \sin x$ (1)

Mặt khác: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (2). Thế (1) vào (2) ta được:

$$\sin^2 x + \left(\frac{1}{2} - \sin x \right)^2 = 1 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

Vì $0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin x > 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4}$

Câu 37. Cho $\sin x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của $\cos^2 x$.

A. $\cos^2 x = \frac{3}{4}$

B. $\cos^2 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\cos^2 x = \frac{1}{4}$

D. $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

Lời giải.

Chọn A

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Ta có:

Câu 38. Cho $P = \frac{3 \sin x - \cos x}{\sin x + 2 \cos x}$ với $\tan x = 2$. Giá trị của P bằng

- A. $\frac{8}{9}$. B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{8}}{9}$. **D. $\frac{5}{4}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } P = \frac{3 \sin x - \cos x}{\sin x + 2 \cos x} = \frac{3 \tan x - 1}{\tan x + 2} = \frac{3 \cdot 2 - 1}{2 + 2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 39. Cho $\sin x = \frac{1}{2}$ và $\cos x$ nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ bằng

- A. $-2 - \sqrt{3}$ B. $2 + \sqrt{3}$ C. $-2 + \sqrt{3}$ **D. $2 - \sqrt{3}$**

Lời giải

Chọn A

Vì $\cos x$ nhận giá trị âm.

$$\text{Ta có: } \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3}$$

Câu 40. Cho $\tan x = 2$. Giá trị biểu thức $P = \frac{4 \sin x + 5 \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x}$ là

- A. 2. **B. 13.** C. -9. D. -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\tan x = 2 \Rightarrow \cos x \neq 0$. Chia tử và mẫu cho $\cos x$

$$\text{Suy ra: } P = \frac{4 \sin x + 5 \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x} = \frac{4 \tan x + 5}{2 \tan x - 3} = \frac{4 \cdot 2 + 5}{2 \cdot 2 - 3} = 13.$$

Câu 41. Cho tam giác ABC đều. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos(\widehat{AB, BC}) + \cos(\widehat{BC, CA}) + \cos(\widehat{CA, AB})$

- A. $P = \frac{3}{2}$. **B. $P = -\frac{3}{2}$.** C. $P = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $P = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P = \cos(\angle ABC) + \cos(\angle BCA) + \cos(\angle CAB) = 3 \cos 120^\circ = -\frac{3}{2}$

Câu 42. Cho $\tan a = 2$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{2 \sin a - \cos a}{\sin a + \cos a}$.

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \frac{5}{3}$. D. $P = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P = \frac{2 \sin a - \cos a}{\sin a + \cos a} = \frac{2 \tan a - 1}{\tan a + 1} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 + 1} = 1$.

Câu 43. Cho cung lượng giác có số đo x thỏa mãn $\tan x = 2$. Giá trị của biểu thức

$M = \frac{\sin x - 3 \cos^3 x}{5 \sin^3 x - 2 \cos x}$ bằng

- A. $\frac{7}{30}$. B. $\frac{7}{32}$. C. $\frac{7}{33}$. D. $\frac{7}{31}$.

Lời giải

Chọn A

Do $\tan x = 2 \Rightarrow \cos x \neq 0$.

Ta có $M = \frac{\sin x - 3 \cos^3 x}{5 \sin^3 x - 2 \cos x} = \frac{\tan x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - 3}{5 \tan^3 x - \frac{2}{\cos^2 x}} = \frac{\tan x (1 + \tan^2 x) - 3}{5 \tan^3 x - 2(1 + \tan^2 x)} = \frac{7}{30}$.

Câu 44. Cho $\sin x = \frac{1}{2}$ và $\cos x$ nhận giá trị âm, giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ bằng

- A. $-2 - \sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. $-2 + \sqrt{3}$. D. $2 - \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\cos x$ nhận giá trị âm nên ta có $\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Suy ra: $A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -2 - \sqrt{3}$.

Câu 45. Giá trị của biểu thức $A = \frac{\cos 750^\circ + \sin 420^\circ}{\sin(-330^\circ) - \cos(-390^\circ)}$ bằng

- A.** $-3 - \sqrt{3}$. **B.** $2 - 3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$. **D.** $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$A = \frac{\cos 30^\circ + \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ - \cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = -3 - \sqrt{3}.$$

Câu 46. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}$ là:

- A.** $\frac{2}{57}$. **B.** $-\frac{2}{57}$. **C.** $\frac{4}{57}$. **D.** $-\frac{4}{57}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vì } 90^\circ < \alpha < 180^\circ \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}. \text{ Vậy } \tan \alpha = -\frac{3}{4} \text{ và } \cot \alpha = -\frac{4}{3}.$$

$$E = \frac{\cot \alpha - 2 \tan \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha} = \frac{-\frac{4}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)}{-\frac{3}{4} + 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)} = -\frac{2}{57}.$$

Câu 47. Cho $\tan \alpha = 2$. Giá trị của $A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ là:

- A.** 5. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 7. **D.** $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \frac{3 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{3 \tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = 7.$$

Câu 48. Giá trị của $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} \right)$$

$$\Leftrightarrow A = 2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) = 2.$$

Câu 49. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$, ta có A bằng

A. 2, **B.** -2, **C.** 1, **D.** -1.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \frac{-\sin 234^\circ + \sin 126^\circ}{\cos 54^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ \Leftrightarrow A = \frac{-2 \cos 180^\circ \cdot \sin 54^\circ}{-2 \sin 90^\circ \sin(-36^\circ)} \cdot \tan 36^\circ$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-1 \cdot \sin 54^\circ \cdot \sin 36^\circ}{1 \sin(-36^\circ) \cdot \cos 36^\circ} \Leftrightarrow A = 1$$

Câu 50. Biểu thức

$$B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 226^\circ) \cdot \cos 406^\circ}{\cos 316^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \cot 18^\circ$$

có kết quả rút gọn bằng

A. -1 . **B.** 1 . **C.** $\frac{-1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$B = \frac{(\cot 44^\circ + \tan 46^\circ) \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - \cot 72^\circ \cdot \tan 72^\circ \Leftrightarrow B = \frac{2 \cot 44^\circ \cdot \cos 46^\circ}{\cos 44^\circ} - 1 \Leftrightarrow B = 2 - 1 = 1$$

Câu 51. Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\cos \alpha + \sin \alpha$ bằng

A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1-\sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Do $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ nên $\sin \alpha < 0$ và $\cos \alpha < 0$. Từ đó

Ta có $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}} \right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Như vậy, $\cos \alpha + \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5}$

Như vậy,

Câu 52. Cho biết

$$\cot x = \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x} \text{ bằng}$$

bảng

A. 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

$$A = \frac{2}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x} = \frac{\frac{2}{\sin^2 x}}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2(1 + \cot^2 x)}{1 - \cot x - \cot^2 x} = \frac{2\left(1 + \frac{1}{4}\right)}{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = 10.$$

DẠNG 4. RÚT GỌN BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 53. Trong các công thức sau, công thức nào sai?

A. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ B. $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left(\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$
 C. $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$ D. $\tan \alpha + \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$

Lời giải

Chọn D

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right)$$

D sai vì:

Câu 54. Biểu thức rút gọn của $A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a}$ bằng:

A. $\tan^6 a$ B. $\cos^6 a$ C. $\tan^4 a$ D. $\sin^6 a$

Lời giải

Chọn A

$$A = \frac{\tan^2 a - \sin^2 a}{\cot^2 a - \cos^2 a} \Leftrightarrow A = \frac{\sin^2 a \left(\frac{1}{\cos^2 a} - 1 \right)}{\cos^2 \left(\frac{1}{\sin^2 a} - 1 \right)} = \frac{\tan^2 a \cdot \tan^2 a}{\cot^2 a} = \tan^6 a$$

Câu 55. Biểu thức $D = \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x$ không phụ thuộc x và bằng

A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} D &= \cos^2 x \cdot \cot^2 x + 3 \cos^2 x - \cot^2 x + 2 \sin^2 x = \cos^2 x + 2 + \cot^2 x (\cos^2 x - 1) \\ &= \cos^2 x + 2 - \cot^2 x \cdot \sin^2 x = \cos^2 x + 2 - \cos^2 x = 2 \end{aligned}$$

$$A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)}$$

Câu 56. Biểu thức rút gọn bằng:

A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$A = \frac{\sin(-328^\circ) \cdot \sin 958^\circ}{\cot 572^\circ} - \frac{\cos(-508^\circ) \cdot \cos(-1022^\circ)}{\tan(-212^\circ)} \Leftrightarrow A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \sin 58^\circ}{\cot 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \cos 58^\circ}{\tan 32^\circ}$$

$$A = -\frac{\sin 32^\circ \cdot \cos 32^\circ}{\tan 32^\circ} - \frac{\cos 32^\circ \cdot \sin 32^\circ}{\tan 32^\circ} = -\sin^2 32^\circ - \cos^2 32^\circ = -1.$$

Câu 57. Biểu thức $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$ có kết quả rút gọn bằng

- A. $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$ B. $\frac{1}{2} \cos^2 55^\circ$ C. $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$ D. $\frac{1}{2} \sin^2 65^\circ$

Lời giải

Chọn C.

$$A = \frac{\sin 155^\circ \cdot \cos 115^\circ + \cot 42^\circ \cdot \cot 48^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \cot(-145^\circ) + \tan 17^\circ \cdot \cot 17^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{\sin 25^\circ \cdot (-\sin 25^\circ) + \cot 42^\circ \cdot \tan 42^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \tan 55^\circ + 1}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-\sin^2 25^\circ + 1}{2} \Leftrightarrow A = \frac{\cos^2 25^\circ}{2}.$$

Câu 58. Đơn giản biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta có

- A. $A = \cos x + \sin x$ B. $A = \cos x - \sin x$ C. $A = \sin x - \cos x$ D. $A = -\sin x - \cos x$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x} = \frac{2\cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x}$$

$$= \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x$$

Như vậy, $A = \cos x - \sin x$.

Câu 59. Biết $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Trong các kết quả sau, kết quả nào **sai**?

- A. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{4}$ B. $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$
- C. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$ D. $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 - 2 \left(-\frac{1}{4} \right) = \frac{6}{4} \Rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2 \left(-\frac{1}{4} \right)^2 = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{7}{8}}{\left(-\frac{1}{4} \right)^2} = 14$$

Như vậy, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$ là kết quả sai.

Câu 60. Biểu thức:

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2 \sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos \left(\alpha + \frac{2003\pi}{2} \right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi) \quad \text{có}$$

kết quả thu gọn bằng:

A. $-\sin \alpha$. **B.** $\sin \alpha$. **C.** $-\cos \alpha$. **D.** $\cos \alpha$.

Lời giải

Chọn B

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2 \sin(\alpha - 7\pi) - \cos(1,5\pi) - \cos \left(\alpha + 2003 \frac{\pi}{2} \right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

$$A = \cos \alpha - 2 \sin(\alpha - \pi) - \cos \left(\frac{\pi}{2} \right) - \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \cdot \cot \alpha$$

$$A = \cos \alpha + 2 \sin \alpha - 0 - \sin \alpha - \sin \alpha \cdot \cot \alpha = \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha.$$

Câu 61. Đơn giản biểu thức $A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$, ta có

A. $A = \sin^2 x$. **B.** $A = \cos^2 x$. **C.** $A = -\sin^2 x$. **D.** $A = -\cos^2 x$.

Lời giải

Chọn A

$$A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x) = \cot^2 x - \cos^2 x + 1 - \cot^2 x = \sin^2 x.$$

Câu 62. Đơn giản biểu thức $A = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) - \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) - \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)$, ta có:

A. $A = 2 \sin \alpha$. **B.** $A = 2 \cos \alpha$. **C.** $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. **D.** $A = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$A = \sin \alpha + \cos \alpha + \sin \alpha - \cos \alpha \Leftrightarrow A = 2 \sin \alpha.$$

Câu 63. Biểu thức $P = \sin(\pi + x) - \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) + \cot(2\pi - x) + \tan \left(\frac{3\pi}{2} - x \right)$ có biểu thức rút gọn là

- A. $P = 2 \sin x$. B. $P = -2 \sin x$. C. $P = 0$. D. $P = -2 \cot x$.

Lời giải

Chọn B

$$P = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x - \sin x - \cot x + \cot x = -2 \sin x.$$

Câu 64. Cho tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $A + B + C = \pi$. B. $\cos(A + B) = \cos C$. C. $\sin \frac{A+B}{2} = \cos \frac{C}{2}$. D. $\sin(A + B) = \sin C$.

Lời giải

Chọn B

Xét tam giác ABC ta có:

$$\overset{\sqcup}{A} + \overset{\sqcup}{B} + \overset{\sqcup}{C} = \pi \Leftrightarrow \overset{\sqcup}{A} + \overset{\sqcup}{B} = \pi - \overset{\sqcup}{C}$$

$$\Rightarrow \cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C$$

Câu 65. Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha - \pi)$, ta có

- A. $A = \cos \alpha + \sin \alpha$. B. $A = 2 \sin \alpha$. C. $A = \sin \alpha - \cos \alpha$. D. $A = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha) \\ A = \sin \alpha - \sin \alpha = 0.$$

Câu 66. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$.
 B. $\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$.
 C. $\cot(A+B) = -\cot C$.
 D. $\tan(A+B) = \tan C$.

Lời giải 1

Chọn D

Do A, B, C là ba góc của một tam giác nên $A + B + C = \pi \Leftrightarrow A + B = \pi - C$

$$\tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \cot \frac{C}{2}$$

$$\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \tan \frac{C}{2}$$

$$\cot(A+B) = \cot(\pi - C) = -\cot C$$

$$\tan(A+B) = \tan(\pi - C) = -\tan C \neq \tan C$$

Lời giải 2

Chọn D

Trong tam giác ABC ta có $A+B+C = \pi \Leftrightarrow A+B = \pi - C$

Do đó $\tan(A+B) = \tan(\pi - C) = -\tan C$

Câu 67. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$

A. $A = -1$.

B. $A = 1$.

C. $A = 4$.

D. $A = -4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 + 3 \sin^2 x \cos^2 x$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1$$

Câu 68. Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \tan^2 x} \left(\frac{1}{\cos^2 x} \right)^2$

$$= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{(1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2 - (1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{-4 \tan^2 x}{4 \tan^2 x} = -1$$

Câu 69. Biểu thức $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y$ không phụ thuộc vào x, y và bằng

A. 2.

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \cot^2 x \cot^2 y = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \frac{\cos^2 x \cos^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y}$

$$= \frac{\cos^2 x (1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\sin^2 y (\cos^2 x - 1)}{(1 - \cos^2 x) \sin^2 y} = -1$$

- Câu 70.** Biểu thức $C = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$ có giá trị không đổi và bằng
A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C &= 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x) \\ &= 2[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x]^2 - [(\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x] \\ &= 2[1 - \sin^2 x \cos^2 x]^2 - [(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2[1 - \sin^2 x \cos^2 x]^2 - [1 - 2\sin^2 x \cos^2 x]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x \cos^4 x) - (1 - 4\sin^2 x \cos^2 x + 4\sin^4 x \cos^4 x) + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 1 \end{aligned}$$

- Câu 71.** Hệ thức nào **sai** trong bốn hệ thức sau:

A. $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y$ **B.** $\left(\frac{\sqrt{1 + \sin a}}{\sqrt{1 - \sin a}} - \frac{\sqrt{1 - \sin a}}{\sqrt{1 + \sin a}} \right)^2 = 4 \tan^2 a$

C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}$ **D.** $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}$

Lời giải

Chọn D

$$VT = \frac{\tan x + \tan y}{\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan y}} = \tan x \cdot \tan y = VP$$

A đúng vì

B đúng vì

$$VT = \frac{1 + \sin a}{1 - \sin a} + \frac{1 - \sin a}{1 + \sin a} - 2 = \frac{(1 + \sin a)^2 + (1 - \sin a)^2}{1 - \sin^2 a} - 2 = \frac{2 + 2 \sin^2 a}{\cos^2 a} - 2 = 4 \tan^2 a = VP$$

$$VT = \frac{-\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha} = VP$$

C đúng vì

- Câu 72.** Nếu biết $3 \sin^4 x + 2 \cos^4 x = \frac{98}{81}$ thì giá trị biểu thức $A = 2 \sin^4 x + 3 \cos^4 x$ bằng

A. $\frac{101}{81}$ hay $\frac{601}{504}$. **B.** $\frac{103}{81}$ hay $\frac{603}{405}$. **C.** $\frac{105}{81}$ hay $\frac{605}{504}$. **D.** $\frac{107}{81}$ hay $\frac{607}{405}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{98}{81} - A \Leftrightarrow \cos 2x = A - \frac{98}{81}$

$$5(\sin^4 x + \cos^4 x) = \frac{98}{81} + A \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos^2 2x = \frac{1}{5}\left(\frac{98}{81} + A\right)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(A - \frac{98}{81}\right)^2 = \frac{2}{5}\left(A + \frac{98}{81}\right) = \frac{2}{5}\left(A - \frac{98}{81}\right) + \frac{392}{405}$$

Đặt $A - \frac{98}{81} = t \Rightarrow t^2 - \frac{2}{5}t + \frac{13}{405} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{13}{45} \\ t = \frac{1}{9} \end{cases}$

+) $t = \frac{13}{45} \Rightarrow A = \frac{607}{405}$

+) $t = \frac{1}{9} \Rightarrow A = \frac{107}{81}$.

Câu 73. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $3\sin x + 2\cos x$ bằng

A. $\frac{5 - \sqrt{7}}{4}$ hay $\frac{5 + \sqrt{7}}{4}$. **B.** $\frac{5 - \sqrt{5}}{7}$ hay $\frac{5 + \sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$ hay $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{3 - \sqrt{2}}{5}$ hay $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2\sin x \cos x = -\frac{3}{4} \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{3}{8}$$

Khi đó $\sin x, \cos x$ là nghiệm của phương trình $X^2 - \frac{1}{2}X - \frac{3}{8} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4} \end{cases}$

Ta có $\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sin x + \cos x) = 1$

$$\text{+) Với } \sin x = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3\sin x + 2\cos x = \frac{5+\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{+) Với } \sin x = \frac{1-\sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3\sin x + 2\cos x = \frac{5-\sqrt{7}}{4}$$

Câu 74. Biết $\tan x = \frac{2b}{a-c}$. Giá trị của biểu thức $A = a\cos^2 x + 2b\sin x \cdot \cos x + c\sin^2 x$ bằng
A. $-a$. **B.** a . **C.** $-b$. **D.** b .

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} A &= a\cos^2 x + 2b\sin x \cdot \cos x + c\sin^2 x \Leftrightarrow \frac{A}{\cos^2 x} = a + 2b\tan x + c\tan^2 x \\ \Leftrightarrow A(1 + \tan^2 x) &= a + 2b\tan x + c\tan^2 x \Leftrightarrow A\left(1 + \left(\frac{2b}{a-c}\right)^2\right) = a + 2b\frac{2b}{a-c} + c\left(\frac{2b}{a-c}\right)^2 \\ \Leftrightarrow A\frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} &= \frac{a(a-c)^2 + 4b^2(a-c) + c4b^2}{(a-c)^2} \\ \Leftrightarrow A\frac{(a-c)^2 + (2b)^2}{(a-c)^2} &= \frac{a(a-c)^2 + 4b^2a}{(a-c)^2} = \frac{a((a-c)^2 + 4b^2)}{(a-c)^2} \Leftrightarrow A = a \end{aligned}$$

Câu 75. Nếu biết $\frac{\sin^4 \alpha}{a} + \frac{\cos^4 \alpha}{b} = \frac{1}{a+b}$ thì biểu thức $A = \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3}$ bằng
A. $\frac{1}{(a+b)^2}$. **B.** $\frac{1}{a^2 + b^2}$. **C.** $\frac{1}{(a+b)^3}$. **D.** $\frac{1}{a^3 + b^3}$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Đặt } \cos^2 \alpha = t &\Rightarrow \frac{(1-t)^2}{a} + \frac{t^2}{b} = \frac{1}{a+b} \\ \Leftrightarrow b(1-t)^2 + at^2 &= \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow at^2 + bt^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2bt + b = \frac{ab}{a+b} \\ \Leftrightarrow (a+b)t^2 - 2b(a+b)t + b^2 &= 0 \Leftrightarrow t = \frac{b}{a+b} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \cos^2 \alpha = \frac{b}{a+b}; \sin^2 \alpha = \frac{a}{a+b}$$

$$\text{Vậy: } \frac{\sin^8 \alpha}{a^3} + \frac{\cos^8 \alpha}{b^3} = \frac{a}{(a+b)^4} + \frac{b}{(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}.$$

- Câu 76.** Với mọi α , biểu thức: $A = \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right)$ nhận giá trị bằng:
- A.** -10 . **B.** 10 . **C.** 0 . **D.** 5 .

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned}
 A &= \cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{5} \right) + \dots + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right) \\
 A &= \left[\cos \alpha + \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{5} \right) \right] + \dots + \left[\cos \left(\alpha + \frac{4\pi}{5} \right) + \cos \left(\alpha + \frac{5\pi}{5} \right) \right] \\
 A &= 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{9\pi}{10} + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{7\pi}{10} + \dots + 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cos \frac{\pi}{10} \\
 A &= 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(\cos \frac{9\pi}{10} + \cos \frac{7\pi}{10} + \cos \frac{5\pi}{10} + \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{10} \right) \\
 A &= 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \left(2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi}{5} + 2 \cos \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{2} \right) \Leftrightarrow A = 2 \cos \left(\alpha + \frac{9\pi}{10} \right) \cdot 0 = 0.
 \end{aligned}$$

- Câu 77.** Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ bằng
- A.** 2 . **B.** -2 . **C.** 1 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{3\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{5\pi}{4}}{2} + \frac{1 - \cos \frac{7\pi}{4}}{2} = 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4} \right) \\
 &= 2 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \right) = 2.
 \end{aligned}$$

- Câu 78.** Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$ bằng:
- A.** 1 . **B.** 2 . **C.** -1 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2 \sin 2550^\circ \cdot \cos(-188^\circ)}{2 \cos 638^\circ + \cos 98^\circ} \\
 \Leftrightarrow A &= \frac{1}{\tan(8^\circ + 360^\circ)} + \frac{2 \sin(30^\circ + 7.360^\circ) \cdot \cos(8^\circ + 180^\circ)}{2 \cos(-82^\circ + 2.360^\circ) + \cos(90^\circ + 8^\circ)} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^\circ} + \frac{-2 \sin 30^\circ \cdot \cos 8^\circ}{2 \cos 82^\circ - \sin 8^\circ}
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^0} - \frac{2 \sin 30^0 \cdot \cos 8^0}{2 \cos(90^0 - 8^0) - \sin 8^0} \Leftrightarrow A = \frac{1}{\tan 8^0} - \frac{2 \sin 30^0 \cdot \cos 8^0}{2 \sin 8^0 - \sin 8^0}$$

$$\Leftrightarrow A = \cot 8^0 - \frac{1 \cdot \cos 8^0}{\sin 8^0} = \cot 8^0 - \cot 8^0 = 0$$

Câu 79. Cho tam giác ABC và các mệnh đề:

(I) $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ (II) $\tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$ (III) $\cos(A+B-C) - \cos 2C = 0$

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I). **B.** (II) và (III). **C.** (I) và (II). **D.** Chỉ (III).

Lời giải

Chọn C

+) Ta có: $A+B+C = \pi \Leftrightarrow B+C = \pi - A \Leftrightarrow \frac{B+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}$

(I) $\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) = \sin \frac{A}{2}$ nên (I) đúng

+) Tương tự ta có: $\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$

$\tan \frac{A+B}{2} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \cot \frac{C}{2} \Leftrightarrow \tan \frac{A+B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = \cot \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} = 1$

(II) đúng.

nên

+) Ta có

$A+B-C = \pi - 2C \rightarrow \cos(A+B-C) = \cos(\pi - 2C) = -\cos(2C)$

$\Leftrightarrow \cos(A+B-C) + \cos(2C) = 0$

nên (III) sai.

Câu 80. Rút gọn biểu thức

A. $A = \cos \alpha$ **B.** $A = -\cos \alpha$ **C.** $A = \sin \alpha$ **D.** $A = 3 \cos \alpha$

ta được

Lời giải

Chọn B

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \\ \tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left[\pi + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right] = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \\ \sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha \end{array} \right. \Rightarrow A = -\cot \alpha \cdot \sin \alpha = -\cos \alpha$$

Ta có