**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**

**HẢI PHÒNG Năm học 2021 – 2022**

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN CHUYÊN**

**HDC ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Hướng dẫn gồm 04 trang**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bài** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **1**  **(2,0 điểm)** | **1) (1,0 điểm)** | |
|  |  | **0,25** |
|  |  | **0,25** |
|  |  | **0,25** |
|  | (TMĐK). | **0,25** |
|  | **2) (1,0 điểm)** | |
|  | Có  (vì nếu ) | **0,5** |
|  | , thay vào : .  +TH1: , thay vào :  (tm bài toán) | **0,25** |
|  | +TH2:  thay vào : .  Vậy có hai cặp số  thỏa mãn đề bài. | **0,25** |
| **2**  **(2,0 điểm)** | **1) (1,0 điểm)** | |
|  | ĐKXĐ: . PT | **0,5** |
|  | nên phương trình  vô nghiệm. | **0,25** |
|  | Với  (TMĐKXĐ) | **0,25** |
|  | **b) (1,0 điểm)** | |
|  |  | **0,5** |
|  | . Thay vào (2): | **0,25** |
|  | . Thay vào (2):  Vậy hệ phương trình có 4 nghiệm | **0,25** |
| **3**  **(3,0 điểm)** | **a) (1,0 điểm)** | |
|  |  |  |
|  | Có  là phân giác góc   (1) | **0,5** |
|  | Có  cân tại  (2)  Từ (1) và (2) suy ra  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác . | **0,5** |
|  | **b) (1,0 điểm)** | |
|  |  | **0,25** |
|  | . | **0,5** |
|  | Suy ra . | **0,25** |
|  | **c) (1,0 điểm)** | |
|  | nên  là tâm đường tròn ngoại tiếp  là trung điểm  là trung điểm của . | **0,25** |
|  | Gọi  là điểm đối xứng với  qua .  Có  là tứ giác nội tiếp, mà . | **0,25** |
|  | . | **0,25** |
|  | Suy ra . Mà  là trung điểm của  nên  đi qua trung điểm  của  hay  thẳng hàng. | **0,25** |
| **4**  **(1,0 điểm)** | BĐT | **0,25** |
|  | (BĐT Côsi) | **0,25** |
|  | (BĐT Bunhiacopxki) (đpcm). Đẳng thức xảy ra . | **0,5** |
| **5**  **(2,0 điểm)** | **a) (1,0 điểm)** | |
|  | PT | **0,5** |
|  | Với  nguyên dương thì  nên  hoặc | **0,25** |
|  | (loại).  , loại trường hợp .  Vậy phương trình có nghiệm . | **0,25** |
|  | **b) (1,0 điểm)** | |
|  | **Cách 1:** Dễ thấy tập hợp gồm 51 các số lẻ không thỏa mãn điều kiện của đề bài. Ta sẽ chứng minh  nhỏ nhất bằng 52. | **0,25** |
|  | Xét một tập  và  có các phần tử được sắp xếp .  Nếu thì trong 51 số còn lại của  luôn tồn tại 2 số nguyên liên tiếp, thỏa mãn điều kiện đề bài. | **0,25** |
|  | Ta chia các số  vào các tập  gồm các phần tử  sao cho , . (ở đây ta kí hiệu  là số nguyên lớn nhất không vượt quá số thực )  Nếu  và  Ta xét trường hợp , trường hợp  tương tự.  . Trong 51 số còn lại của  mỗi tập  chỉ có thể chứa nhiều nhất  số, nếu không sẽ tồn tại hai phần tử có hiệu bằng 3. Vậy tập  chứa ít nhất 17 số nên trong  chứa ít nhất hai phần tử có hiệu bằng 3. | **0,25** |
|  | Nếu , do ,  nên mỗi tập  chỉ chứa tối đa  phần tử trong  phần tử còn lại của .  chứa ít nhất  trong 51 phần tử còn lại của .  Ta chứng minh  .  Do  nên trong có quá nửa số phần tử thuộc  trong  chứa ít nhất 2 phần tử  thỏa mãn , trừ trường hợp  lẻ.  Nếu có 3 phần tử, tồn tại tập  nào đó có 4 phần tử chứa ít nhất  phần tử của  thỏa mãn có hai phần tử có hiệu bằng .  Nếu , khi đó các phần tử  thỏa mãn .  Ta có đpcm trong mọi trường hợp . | **0,25** |
|  | **Cách 2:**  Bổ đề: Xét tập  sao cho không tồn tại 3 phần tử đôi một phân biệt  thỏa mãn . Gọi . Khi đó  a) Trong tập  có nhiều nhất  số thuộc  (1).  b) .  a) Ta có  hoặc  suy ra (1) được chứng minh.  b) TH1: . (1) .  TH2: .(1) .  Vậy , bổ đề được chứng minh. Suy ra  nhỏ nhất bằng 52 thỏa mãn bài toán. |  |

**Chú ý:***- Trên đây chỉ trình bày tóm tắt một cách giải, nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của câu đó trong biểu điểm.*

*- Thí sinh làm đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.*

*- Trong một câu, nếu thí sinh làm phần trên sai, dưới đúng thì không chấm điểm.*

*- Bài hình học, thí sinh vẽ hình sai thì không chấm điểm. Thí sinh không vẽ hình mà làm vẫn làm đúng thì cho nửa số điểm của các câu làm được.*

*- Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh công nhận ý trên để làm ý dưới mà thí sinh làm đúng thì chấm điểm ý đó.*

*- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và không được làm tròn.*