**Bài 26**. Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB. Một điểm M cố định thuộc đoạn thẳng OB ( M khác B và O). Đường thẳng d vuông góc với AB tại M cắt nửa đường tròn (O) tại N. Trên cung NB lấy điểm E bất kì ( E khác B và N), tia BE cắt đường thẳng d tại C, đường thẳng AC cắt nửa đường tròn tại D. Gọi H là giao điểm của AE với đường thẳng d.

a) Chứng minh tứ giác BMHE nội tiêp.

b) Chứng minh ba điểm B, H, D thẳng hàng.

c) Tính giá trị của biểu thức  theo R.

d) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC cắt AB tại K. Chứng minh rằng khi E di động trên cung NB thì độ dài đoạn thẳng BK không đổi.

**Hướng dẫn giải:**

a) Ta có: ;  ( nội tiếp chắn nửa đường tròn)



 Tứ giác BMHE nội tiếp đường tròn đường kính BH.

b)  có hai đường cao CM và AE cắt nhau tại H.

 H là trực tâm của 

 (1)

Lại có  ( nội tiếp chắn nửa đường tròn)

 (2)

Từ (1) và (2) suy ra: B, H, D thẳng hàng.

c)  vuông tại N có NM là đường cao nên:  (3)

 (g.g)  (4)

Từ (3) và (4) suy ra: 

d) Tứ giác AKHC nội tiếp 

Mà  ( cùng phụ )

Do đó:   cân tại H, có HM là đường cao đồng thời là đường trung trực.

 đối xứng với B qua M.

 K cố định ( vì B, M cố định)

 BK không đổi.

**Bài 27.** Cho đường tròn (O; R) đường kính AB cố định. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C sao cho AC = R. Kẻ đường thẳng d vuông góc với BC tại C. Gọi D là trung điểm của OA, qua D vẽ dây EF bất kì của đường tròn (O;R), ( EF không là đường kính). Tia BE cắt d tại M và tia BF cắt d tại N.

a) Chứng minh tứ giác MCAE nội tiếp.

b) Chứng minh BE.BM = BF.BN.

c) Khi EF vuông góc với AB, tính đồ dài đoạn thẳng MN theo R.

d) Chứng minh rằng tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi dây cung EF thay đổi.

**Hướng dẫn giải:**

a) Ta có :  ( nội tiếp chắn nửa đường tròn)

 ( kề bù)

Lại có: 

Do đó: 

 Tứ giác MCAE nội tiếp đường tròn đường kính MA.

b) Ta có BE.BM = BA.BC (1)

 ( hai cát tuyến kẻ từ 1 điểm đến đường tròn)

Tứ giác CAFN nội tiếp đường tròn đường kính AN

 BF.BN = BA.BC (2)

Từ (1) và (2) suy ra: BE.BM = BF.BN

c)  và 

Ta có: DA = DO; DE = DF;  tại D.

 Tứ giác OEAF là hình thoi.

 

Ta có: 



Do đó: MN = MC + CN = .

d) Gọi J là giao điểm của BC với đường tròn (I)

Ta có  

 và , có: ; : chung.

Do đó: 

Lại có:  (Tứ giác JMBN nội tiếp);  ( Tứ giác MCAE nội tiếp).

Do đó:  cân tại M; có MC là đường cao đồng thời là đường trung trực.

 đối xứng với A qua C  cố định ( vì A, C cố định)

 nằm trên đường thẳng d cố định là đường trung trực của đoạn thẳng JB.

Vậy tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN luôn nằm trên một đường thẳng d cố định khi dây cung EF thay đổi.

**Bài 28.** Cho đường tròn (O; R), hai điểm C và D thuộc đường tròn , B là điểm chính giữa cung nhỏ CD. Kẻ đường kính BA. Trên tia đối của tia AB lấy điểm S. Nối SC cắt đường tròn (O) tại M; MD cắt AB tại K; MB cắt AC tại H. Chứng minh rằng:

a) . Từ đó suy ra tứ giác AMHK nội tiếp.

b) HK // CD c) OK.OS = R2.

**Hướng dẫn giải:**

a) Ta có:  ( hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Ta có  hay   Tứ giác AMHK nội tiếp.

b) Tứ giác AMHK nội tiếp 

 . Mà . Do đó HK // CD.

c)  cân tại O



Gọi J là giao điểm của CD và AB.

Ta có  tại J.

 vuông tại J . Hay 

Do đó: 

Từ đó suy ra: 